Digitized by Google

THEORIA
PHILOSOPHIÆ NATURALIS

REDACTA AD UNICAM LEGEM VIRIUM
IN NATURA EXISTENTIUM,

AUCTORE

P. ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH

SOCIETATIS JESU,

NUNC AB IPSO PERPOLITA, ET AUCTA,

Ac a plurimis præcedentium editionum
mendis expurgata.

EDITIO VENETA PRIMA

IPSO AUCTORE PRÆSENTE, ET CORRIGENTE.



VENETIIS,
MDCCLXIII.

EX TYPOGRAPHIA REMONDINIANA.

SUPERIORUM PERMISSU, ac PRIVILEGIO.

Digitized by Google

TYPOGRAPHUS
VENETUS
LECTORI.

OPus, quod tibi offero, jam ab annis quinque Viennæ editum, quo plauſu exceptum ſit per Europam, noveris ſane, ſi Diaria publica perlegeris, inter quæ ſi, ut omittam cætera, conſulas ea, quæ in Bernenſi pertinent ad initium anni 1761; videbis ſane quo id loco haberi debeat. Syſtema continet Naturalis Philoſophiæ omnino novum, quod jam ab ipſo Auctore ſuo vulgo *Boſcovichianum* appellant. Id quidem in pluribus Academiis jam paſſim publice traditur, nec tantum in annuis theſibus, vel diſſertationibus impreſſis, ac propugnatis exponitur, ſed & in pluribus elementaribus libris pro juventute inſtituenda editis adhibetur, exponitur, & a pluribus habetur pro archetypo. Verum qui omnem ſyſtematis compagem, arctiſſimum partium nexum mutuum, fœcunditatem ſummam, ac uſum ampliſſimum ad omnem, quam late patet, Naturam ex unica ſimplici lege virium derivandam intimius velit inſpicere, ac contemplari, hoc Opus conſulat, neceſſe eſt.

Hæc omnia me permoverant jam ab initio, ut novam Operis editionem curarem : accedebat illud, quod Viennenſia exemplaria non ita facile extra Germaniam itura videbam, & quidem nunc etiam in reliquis omnibus Europæ partibus, utut expetita, aut nuſpiam venalia proſtant, aut vix uſpiam : ſyſtema vero in Italia natum, ac ab Auctore ſuo pluribus hic apud nos jam diſſertationibus adumbratum, & caſu quodam Viennæ, quo ſe ad breve tempus contulerat, diggeſtum, ac editum, Italicis potiſſimum typis, cenſebam, per univerſam Europam diſſeminandum. Et quidem editionem ipſam e Viennenſi exemplari jam tum inchoaveram ; cum illud mihi conſtitit, Viennenſem editionem ipſi Auctori, poſt cujus diſceſſum ſuſcepta ibi fuerat, ſummopere diſplicere : innumera obrepſiſſe typorum menda : eſſe autem multa, inprimis ea, quæ Algebraicas formulas continent, admodum inordinata, & corrupta : ipſum eorum omnium correctionem meditari, cum nonnullis mutationibus, quibus Opus perpolitum redderetur magis, & vero etiam additamentis.

Illud ergo ſummopere deſideravi, ut exemplar acquirerem ab ipſo correctum, & auctum, ac ipſum editioni præſentem haberem, & curantem omnia per ſeſe : At id quidem per hoſce annos obtinere non licuit, eo univerſam fere Europam peragrante ; donec demum ex tam longa peregrinatione redux huc nuper ſe contulit, & toto adſtitit editionis tempore, ac præter correctores noſtros omnem ipſe etiam in corrigendo dili-

gen.

gentiam adhibuit; quanquam is ipſe haud quidem ſibi ita fidit, ut nihil omnino effugiſſe cenſeat, cum ea ſit humanæ mentis conditio, ut in eadem re diu ſatis intente defigi non poſſit.

Hæc idcirco ut prima quædam, atque originaria editio haberi debet, quam qui cum Viennenſi contulerit, videbit ſane diſcrimen. E minoribus mutatiunculis multæ pertinent ad expolienda, & declaranda plura loca; ſunt tamen etiam nonnulla potiſſimum in paginarum fine exigua additamenta, vel mutatiunculæ exiguæ factæ poſt typographicam conſtructionem idcirco tantummodo, ut lacunulæ implerentur quæ aliquando idcirco ſupererant, quod plures phyliræ a diverſis compoſitoribus ſimul adornabantur, & quatuor ſimul præla ſudabant; quod quidem ipſo præſente fieri facile potuit, ſine ulla perturbatione ſententiarum, & ordinis.

Inter mutationes occurret ordo numerorum mutatus in paragraphis: nam numerus 82 de novo acceſſit totus: deinde is, qui fuerat 261 diſcerptus eſt in 5: demum in Appendice poſt num. 534 factæ ſunt & mutatiunculæ nonnullæ, & additamenta plura in iis, quæ pertinent ad ſedem animæ.

Supplementorum ordo mutatus eſt itidem; quæ enim fuerant 3, & 4, jam ſunt 1, & 2: nam eorum uſus in ipſo Opere ante alia occurrit. Illi autem, quod prius fuerat primum, nunc autem eſt tertium, acceſſit in fine ſcholium tertium, quod pluribus numeris complectitur diſſertatiunculam integram de argumento, quod

ante

ante aliquot annos in Pariſienſi Academia controverſiæ occaſionem exhibuit in Encyclopedico etiam dictionario attactum, in qua diſſertatiuncula demonſtrat Auctor non eſſe, cur ad vim exprimendam potentia quæpiam diſtantiæ adhibeatur potius, quam functio.

Acceſſerunt per totum Opus notulæ marginales, in quibus eorum, quæ pertractantur argumenta exponuntur breviſſima, quorum ope unico obtutu videri poſſint omnia, & in memoriam facile revocari.

Poſtremo loco ad calcem Operis additus eſt fuſior catalogus eorum omnium, quæ huc uſque ab ipſo Auctore ſunt edita, quorum collectionem omnem expolitam, & correctam, ac eorum, quæ nondum abſoluta ſunt, continuationem meditatur, aggreſſurus illico poſt ſuum regreſſum in Urbem Romam, quo properat. Hic catalogus impreſſus fuit Venetiis ante hoſce duos annos in reimpreſſione ejus poematis de Solis ac Lunæ defectibus. Porro eam omnium ſuorum Operum Collectionem, ubi ipſe adornaverit, typis ego meis excudendam ſuſcipiam, quam magnificentiſſime potero.

Hæc erant, quæ te monendum cenſui: tu laboribus noſtris fruere, & vive felix.

EPI-

EPISTOLA AUCTORIS
DEDICATORIA
PRIMÆ EDITIONIS VIENNENSIS

AD CELSISSIMUM TUNC PRINCIPEM ARCHIEPISCOPUM VIENNENSEM, NUNC PRÆTEREA ET CARDINALEM EMINENTISSIMUM, ET EPISCOPUM VACCIENSEM

CHRISTOPHORUM E COMITIBUS
DE MIGAZZI.

DAbis veniam, Princeps Celſiſſime, ſi forte inter aſſiduas ſacri regiminis curas importunus interpellator advenio, & libellum Tibi offero mole tenuem, nec arcana Religionis myſteria, quam in iſto tanto conſtitutus faſtigio adminiſtras, ſed Naturalis Philoſophiæ principia continentem. Novi ego quidem, quam totus in eo ſis, ut, quam geris, perſonam ſuſtineas, ac vigilantiſſimi ſacrorum Antiſtitis partes agas. Videt utique Imperialis hæc Aula, videt univerſa Regalis Urbs, & ingenti admiratione defixa obſtupeſcit, qua diligentia, quo labore tanti Sacerdotii munus obire pergas. Vetus nimirum illud celeberrimum *age, quod agis*, quod ab ipſa Tibi juventute, cum primum, ut Te Romæ dantem operam ſtudiis cognoſcerem, mihi ſors obtigit, altiſſime jam inſederat animo, id in omni reliquo ampliſſimorum munerum Tibi commiſſorum curſu hæſit firmiſſime, atque

Digitized by Google

atque idipſum inprimis adjectum tam multis & dotibus, quas a Natura uberrime congeſtas habes, & virtutibus, quas tute diuturna Tibi exercitatione, atque aſſiduo labore comparaſti, ſanctiſſime obſervatum inter tam varias forenſes, Aulicas, Sacerdotales occupationes, iſtos Tibi tam celeres dignitatum gradus quodammodo veluti coacervavit, & omnium una tam populorum, quam Principum admirationem excitavit ubique, conciliavit amorem; unde illud eſt factum, ut ab aliis alia Te, ſublimiora ſemper, atque honorificentiora munera quodammodo velut avulſum, atque abſtractum rapuerint. Dum Romæ in celeberrimo illo, quod Auditorum Rotæ appellant, collegio toti Chriſtiano orbi jus diceres, acceſſerat Hetruſca Imperialis Legatio apud Romanum Pontificem exercenda; cum repente Mechlinienſi Archiepiſcopo in ampliſſima illa adminiſtranda Eccleſia Adjutor datus, & deſtinatus Succeſſor, poſſeſſione præſtantiſſimi muneris vixdum capta, ad Hiſpanicum Regem ab Auguſtiſſima Romanorum Imperatrice ad graviſſima tractanda negotia Legatus es miſſus, in quibus cum ſumma utriuſque Aulæ approbatione verſatum per annos quinque ditiſſima Vaccienſis Eccleſia adepta eſt; atque ibi dum poſt tantos Aularum ſtrepitus ea, qua Chriſtianum Antiſtitem decet, & animi moderatione, & demiſſione quadam, atque in omne hominum genus charitate, & ſingulari cura, ac diligentia Religionem adminiſtras, & ſacrorum exerces curam; non ea tantum urbs, atque ditio, ſed univerſum Hungariæ Regnum, quanquam exterum hominem, non ut civem ſuum tantummodo, ſed ut Parentem amantiſſimum habuit, quem adhuc ereptum ſibi dolet, & angitur; dum ſcilicet minore, quam unius anni intervallo ab Ipſa Auguſtiſſima Imperatrice ad Regalem hanc Urbem, tot Imperatorum ſedem, ac Auſtriacæ Dominationis caput, dignum tantis dotibus explicandis theatrum, evocatum videt, atque in hac Celſiſſima Archiepiſcopali Sede, accedente Romani Pontificis Aucto-

ri-

ritate collocatum; in qua Tu quidem perſonam itidem, quam agis, diligentiſſime ſuſtinens, totus es in graviſſimis Sacerdotii Tui expediendis negotiis, in iis omnibus, quæ ad ſacra pertinent, curandis vel per Te ipſum usque adeo, ut ſæpe, raro admodum per hæc noſtra tempora exemplo, & publice operatum, ac ipſa etiam Sacramenta adminiſtrantem videamus in templis, & Tua ipſius voce populos, e ſuperiore loco docentem audiamus, atque ad omne virtutum genus inflammantem.

Novi ego quidem hæc omnia; novi hanc indolem, hanc animi conſtitutionem; nec ſum tamen inde abſterritus, ne, inter graviſſimas iſtas Tuas Sacerdotales curas, Philoſophicas haſce meditationes meas, Tibi ſiſterem, ac tantulæ libellum molis homini ad tantum culmen evecto porrigerem, ac Tuo vellem Nomine inſignitum. Quod enim ad primum pertinet caput, non Theologicas tantum, ſed Philoſophicas etiam perquiſitiones Chriſtiano Antiſtite ego quidem digniſſimas eſſe cenſeo, & univerſam Naturæ contemplationem omnino arbitror cum Sacerdotii ſanctitate penitus conſentire. Mirum enim, quam belle ab ipſa conſideratione Naturæ ad cæleſtium rerum contemplationem diſponitur animus, & ad ipſum Divinum tantæ molis Conditorem aſſurgit, infinitam ejus Potentiam, Sapientiam, Providentiam admiratus, quæ erumpunt undique, & ubique ſe produnt.

Eſt autem & illud, quod ad ſupremi ſacrorum Moderatoris curam pertinet providere, ne in prima ingenuæ juventutis inſtitutione, quæ ſemper a naturalibus ſtudiis exordium ducit, prava teneris mentibus irrepant, ac perniciosa principia, quæ ſenſim Religionem corrumpant, & vero etiam evertant penitus, ac eruant a fundamentis; quod quidem jam dudum triſti quodam Europæ fato paſſim evenire cernimus, gliſcente in dies malo, ut fucatis quibusdam, profecto perniciosiſſimis, imbuti principiis juvenes, tum demum ſibi

ſapere videantur ; cum & omnem animo religionem ; & Deum ipſum ſapientiſſimum Mundi Fabricatorem, atque Moderatorem ſibi mente excuſſerint. Quamobrem qui veluti ad tribunal tanti Sacerdotum Principis Univerſæ Phyſicæ Theoriam, & novam potiſſimum Theoriam ſiſtat, rem is quidem præſtet æquiſſimam, nec alienum quidpiam ab ejus munere Sacerdotali offerat, ſed cum eodem apprime conſentiens.

Nec vero exigua libelli moles deterrere me debuit, ne cum eo ad tantum Principem accederem. Eſt ille quidem ſatis tenuis libellus, at non & tenuem quoque rem continet. Argumentum pertractat ſublime admodum, & nobile, in quo illuſtrando omnem ego quidem induſtriam collocavi, ubi ſi quid præſtitero, ſi minus infeliciter me geſſero, nemo ſane me impudentiæ arguat, quaſi vilem aliquam, & tanto indignam faſtigio rem offeram. Habetur in eo novum quoddam Univerſæ Naturalis Philoſophiæ genus a receptis huc usque, uſitatisque plurimum diſcrepans, quanquam etiam ex iis, quæ maxime omnium per hæc tempora celebrantur, caſu quodam præcipua quæque mirum ſane in modum compacta, atque inter ſe veluti coagmentata conjunguntur ibidem, uti ſunt ſimplicia atque inextenſa Leibnitianorum elementa, cum Newtoni viribus inducentibus in aliis diſtantiis acceſſum mutuum, in aliis mutuum receſſum, quas vulgo attractiones, & repulſiones appellant: caſu, inquam: neque enim ego conciliandi ſtudio hinc, & inde decerpſi quædam ad arbitrium ſelecta, quæ utcunque inter ſe componerem, atque compaginarem: ſed omni præjudicio ſepoſito, a principiis exorſus inconcuſſis, & vero etiam receptis communiter, legitima ratiocinatione uſus, & continuo concluſionum nexu deveni ad legem virium in Natura exiſtentium unicam, ſimplicem, continuam, quæ mihi & conſtitutionem elementorum materiæ, & Mechanicæ leges, & generales materiæ ipſius proprietates, & præcipua corporum diſcrimina, ſua

ap-

applicatione ita exhibuit, ut eadem in iis omnibus ubique ſe prodat uniformis agendi ratio, non ex arbitrariis hypotheſibus, & fictitiis commentationibus, ſed ex ſola continua ratiocinatione deducta. Ejuſmodi autem eſt omnis, ut eas ubique vel definiat, vel adumbret combinationes elementorum, quæ ad diverſa præſtanda phænomena ſunt adhibendæ, ad quas combinationes Conditoris Supremi conſilium, & immenſa Mentis Divinæ vis ubique requiritur, quæ infinitos caſus perſpiciat, & ad rem aptiſſimos ſeligat, ac in Naturam inducat.

Id mihi quidem argumentum eſt operis, in quo Theoriam meam expono, comprobo, vindico: tum ad Mechanicam primum, deinde ad Phyſicam applico, & uberrimos uſus expono, ubi brevi quidem libello, ſed admodum diuturnas annorum jam tredecim meditationes complector meas, eo plerumque tantummodo rem deducens, ubi demum cum communibus Philoſophorum conſentio placitis, & ubi ea, quæ habemus jam pro compertis, ex meis etiam deductionibus ſponte fluunt, quod uſque adeo voluminis molem contraxit. Dederam ego quidem diſperſa diſſertatiunculis variis Theoriæ meæ quædam velut ſpecimina, quæ inde & in Italia Profeſſores publicos nonnullos adſtipulatores eſt nacta, & jam ad exteras quoque gentes pervaſit: ſed ea nunc primum tota in unum compacta, & vero etiam pluſquam duplo aucta, prodit in publicum, quem laborem poſtremo hoc menſe, moleſtioribus negotiis, quæ me Viennam adduxerant, & curis omnibus exſolutus ſuſcepi, dum in Italiam rediturus opportunum itineri tempus inter aſſiduas nives opperior, ſed omnem in eodem adornando, & ad communem mediocrium etiam Philoſophorum captum accommodando diligentiam adhibui.

Inde vero jam facile intelliges, cur ipſum laborem meum ad Te deferre, & Tuo nuncupare Nomini non dubitaverim. Ratio ex iis, quæ propoſui, eſt duplex: primo quidem ipſum argumenti genus, quod Chriſtianum Antiſtitem non modo non dedecet, ſed etiam appri-

me decet: tum ipſius argumenti vis, atque dignitas; quæ nimirum confirmat, & erigit nimium fortaſſe impares, ſed quantum fieri per me potuit, intentos conatus meos; nam quidquid eo in genere meditando aſſequi poſſum, totum ibidem adhibui, ut idcirco nihil arbitrer a mea tenuitate proferri poſſe te minus indignum, cui ut aliquem offerrem laborum meorum fructum quantumcunque, expoſcebat ſane, ac ingenti clamore quodam efflagitabat tanta erga me humanitas Tua, qua jam olim immerentem complexus Romæ, hic etiam fovere pergis, nec in tanto dedignatus faſtigio, omni benevolentiæ ſignificatione proſequeris. Accedit autem & illud, quod in hiſce terris vix adhuc nota, vel etiam ignota penitus Theoria mea Patrocinio indiget, quod, ſi Tuo Nomine inſignita prodeat in publicum, obtinebit ſane validiſſimum, & ſecura vagabitur: Tu enim illam, parente velut hic orbatam ſuo, in dies nimirum diſceſſuro, & quodammodo veluti poſthumam poſt ipſum ejus diſceſſum typis impreſſam, & in publicum prodeuntem tueberis, fovebiſque.

Hæc ſunt, quæ meum Tibi conſilium probent, Princeps Celſiſſime: Tu, qua ſoles humanitate auctorem excipere, opus excipe, & ſi forte adhuc conſilium ipſum Tibi viſum fuerit improbandum; animum ſaltem æquus reſpice obſequentiſſimum Tibi, ac devinctiſſimum. Vale.

Dabam Viennæ in Collegio Academico Soc. JESU *Idibus Febr.* *CIↃIↃCCLVIII.*

AD

Digitized by Google

AD LECTOREM

EX EDITIONE VIENNENSI.

HAbes, amice Lector, Philoſophiæ Naturalis Theoriam ex unica lege virium deductam, quam & ubi jam olim adumbraverim, vel etiam ex parte explicaverim, & qua occaſione nunc uberius pertractandam, atque augendam etiam, ſuſceperim, invenies in ipſo primæ partis exordio. Libuit autem hoc opus dividere in partes tres, quarum prima continet explicationem Theoriæ ipſius, ac ejus analyticam deductionem, & vindicationem; ſecunda applicationem ſatis uberem ad Mechanicam; tertia applicationem ad Phyſicam.

Porro illud inprimis curandum duxi, ut omnia, quam liceret, dilucide exponerentur, nec ſublimiore Geometria, aut Calculo indigerent. Et quidem in prima, ac tertia parte non tantum nullæ analyticæ, ſed nec geometricæ demonſtrationes occurrunt, pauciſſimis quibuſdam, quibus indigeo, rejectis in adnotatiunculas, quas in fine paginarum quarundam invenies. Quædam autem admodum pauca, quæ majorem Algebræ, & Geometriæ cognitionem requirebant, vel erant complicatiora aliquanto, & alibi a me jam edita, in fine operis appoſui, quæ Supplementorum *appellavi nomine, ubi & ea addidi, quæ ſentio de ſpatio, ac tempore, Theoriæ meæ conſentanea, ac edita itidem jam alibi. In ſecunda parte, ubi ad Mechanicam applicatur Theoria, a geometricis, & aliquando etiam ab algebraicis demonſtrationibus abſtinere omnino non potui; ſed eæ ejuſmodi ſunt, ut vix unquam requirant aliud, quam Euclideam Geometriam, & primas Trigonometriæ notiones maxime ſimplices, ac ſimplicem algorithmum.*

In prima quidem parte occurrunt Figuræ geometricæ complures, quæ prima fronte videbuntur etiam complicatæ rem ipſam intimius non perſpectanti; verum eæ nihil aliud exhibent, niſi imaginem quandam rerum, quæ ipſis oculis per ejuſmodi figuras ſiſtuntur contemplandæ. Ejuſmodi eſt ipſa illa curva, quæ legem virium exhibet. Invenio ego quidem inter

omnia materiæ puncta vim quandam mutuam, quæ a diſtantiis pendet, & mutatis diſtantiis mutatur ita, ut in aliis attractiva ſit, in aliis repulſiva, ſed certa quadam, & continua lege. Leges ejuſmodi variationis binarum quantitatum a ſe invicem pendentium, uti hic ſunt diſtantia, & vis, exprimi poſſunt vel per analyticam formulam, vel per geometricam curvam; ſed illa prior expreſſio & multo plures cognitiones requirit ad Algebram pertinentes, & imaginationem non ita adjuvat, ut hæc poſterior, qua idcirco ſum uſus in ipſa prima operis parte, rejecta in Supplementa formula analytica, quæ & curvam, & legem virium ab illa expreſſam exhibeat.

Porro huc res omnis reducitur. Habetur in recta indefinita, quæ axis dicitur, punctum quoddam, a quo abſciſſa ipſius rectæ ſegmenta referunt diſtantias. Curva linea protenditur ſecundum rectam ipſam, circa quam etiam ſerpit, & eandem in pluribus ſecat punctis: rectæ a fine ſegmentorum erectæ perpendiculariter uſque ad curvam, exprimunt vires, quæ majores ſunt, vel minores, prout ejuſmodi rectæ ſunt itidem majores, vel minores; ac eædem ex attractivis migrant in repulſivas, vel vice verſa, ubi illæ ipſæ perpendiculares rectæ directionem mutant, curva ab altera axis indefiniti plaga migrante ad alteram. Id quidem nullas requirit geometricas demonſtrationes, ſed meram cognitionem vocum quarundam, quæ vel ad prima pertinent Geometriæ elementa, & notiſſimæ ſunt, vel ibi explicantur, ubi adhibentur. Notiſſima autem etiam eſt ſignificatio vocis Aſymptotus, unde & crus aſymptoticum curvæ appellatur: dicitur nimirum recta aſymptotus cruris cujuſpiam curvæ, cum ipſa recta in infinitum producta, ita ad curvilineum arcum productum itidem in infinitum ſemper accedit magis, ut diſtantia minuatur in infinitum, ſed nuſquam penitus evaneſcat, illis idcirco nunquam invicem convenientibus.

Conſideratio porro attenta curvæ propoſitæ in fig. 1, & rationis, qua per illam exprimitur nexus inter vires, & diſtantias, eſt utique admodum neceſſaria ad intelligendam Theoriam ipſam, cujus ea eſt præcipua quædam veluti clavis, ſine qua omnino incaſſum tentarentur cetera: ſed & ejuſmodi eſt, ut tironum, & ſane etiam mediocrium, immo etiam longe infra mediocritatem collocatorum, captum non excedat, potiſſimum ſi viva accedat Profeſſoris vox mediocriter etiam verſati in Mechanica, cujus ope, pro certo habeo, rem ita patentem omnibus reddi poſſe, ut ii etiam, qui Geometriæ penitus ignari ſunt, paucorum admodum explicatione vo-

ne vo-

Digitized by Google

ne vocabulorum accedente, eam ipſis oculis intueantur omnino perſpicuam.

In tertia parte ſupponuntur utique nonnulla, quæ demonſtrantur in ſecunda; ſed ea ipſa ſunt admodum pauca, & iis, qui geometricas demonſtrationes faſtidiunt, facile admodum exponi poſſunt res ipſæ ita, ut penitus etiam ſine ullo Geometriæ adjumento percipiantur, quanquam ſine ea ipſa demonſtratio haberi non poterit; ut idcirco in eo differre debeat is, qui ſecundam partem attente legerit, & Geometriam calleat, ab eo, qui eam omittat, quod ille primus veritates in tertia parte adhibitas, ac ex ſecunda erutas, ad explicationem Phyſicæ, intuebitur per evidentiam ex ipſis demonſtrationibus hauſtam, hic ſecundus eaſdem quodammodo per fidem Geometris adhibitam credet. Hujuſmodi inprimis eſt illud, particulam compoſitam ex punctis etiam homogeneis, præditis lege virium propoſita, poſſe per ſolam diverſam ipſorum punctorum diſpoſitionem aliam particulam per certum intervallum vel perpetuo attrahere, vel perpetuo repellere, vel nihil in eam agere, atque id ipſum viribus admodum diverſis, & quæ reſpectu diverſarum particularum diverſæ ſint, & diverſæ reſpectu partium diverſarum ejuſdem particulæ, ac aliam particulam alicubi etiam urgeant in latus, unde plurium phænomenorum explicatio in Phyſica ſponte fluit.

Verum qui omnem Theoriæ, & deductionum compagem aliquanto altius inſpexerit, ac diligentius perpenderit, videbit, ut ſpero, me in hoc perquiſitionis genere multo ulterius progreſſum eſſe, quam olim Newtonus ipſe deſideraverit. Is enim in poſtrema Opticæ quæſtione prolatis iis, quæ per vim attractivam, & vim repulſivam, mutata diſtantia ipſi attractivæ ſuccedentem, explicari poterant, hæc addidit: „ Atque hæc quidem omnia ſi ita ſint, jam Natura univerſa valde erit ſimplex, & „ conſimilis ſui, perficiens nimirum magnos omnes corporum cæleſtium „ motus attractione gravitatis, quæ eſt mutua inter corpora illa omnia, „ & minores fere omnes particularum ſuarum motus alia aliqua vi at„ trahente, & repellente, quæ eſt inter particulas illas mutua. „ Aliquanto autem inferius de primigeniis particulis agens ſic habet: „ Porro „ videntur mihi hæ particulæ primigeniæ non modo in ſe vim inertiæ „ habere, motuſque leges paſſivas illas, quæ ex vi iſta neceſſario oriun„ tur; verum etiam motum perpetuo accipere a certis principiis actuoſis, „ qualia nimirum ſunt gravitas, & cauſa fermentationis, & cohæren„ tia corporum. Atque hæc quidem principia conſidero non ut occultas

„ qua-

„ *qualitates, quæ ex ſpecificis rerum formis oriri fingantur, ſed ut univerſales Naturæ leges, quibus res ipſæ ſunt formatæ. Nam principia quidem talia revera exiſtere oſtendunt phænomena Naturæ, licet ipſorum cauſæ quæ ſint, nondum fuerit explicatum. Affirmare, ſingulas rerum ſpecies ſpecificis præditas eſſe qualitatibus occultis, per quas eæ vim certam in agendo habent, hoc utique eſt nihil dicere: at ex phænomenis Naturæ duo, vel tria derivare generalia motus principia, & deinde explicare, quemadmodum proprietates, & actiones rerum corporearum omnium ex iſtis principiis conſequantur, id vero magnus eſſet factus in Philoſophia progreſſus, etiamſi principiorum iſtorum cauſæ nondum eſſent cognitæ. Quare motus principia ſupradicta proponere non dubito, cum per Naturam univerſam latiſſime pateant.* „

Hæc ibi Newtonus, ubi is quidem magnos in Philoſophia progreſſus facturum arbitratus eſt eum, qui ad duo, vel tria generalia motus principia ex Naturæ phænomenis derivata phænomenorum explicationem reduxerit, & ſua principia protulit, ex quibus inter ſe diverſis eorum aliquæ tantummodo explicari poſſe cenſuit. Quid igitur, ubi & ea ipſa tria, & alia præcipua quæque, ut ipſa etiam impenetrabilitas, & impulſio reducantur ad principium unicum legitima ratiocinatione deductum? At id per meam unicam, & ſimplicem virium legem præſtari, patebit ſane conſideranti operis totius Synopſim quandam, quam hic ſubjicio; ſed multo magis opus ipſum diligentius pervolventi.

SY-

Digitized by Google

SYNOPSIS
TOTIUS OPERIS:
EX EDITIONE VIENNENSI

P A R S I.

PRimis ſex numeris exhibeo, quando, & qua occaſione Theoriam meam (A) 1
invenerim, ac ubi hucuſque de ea egerim in diſſertationibus jam editis, quid ea commune habeat cum Leibnitiana, quid cum Newtoniana Theoria, in quo ab utraque diſcrepet, & vero etiam utrique præſtet: addo, quid alibi promiſerim pertinens ad æquilibrium, & oſcillationis centrum, & quemadmodum iis nunc inventis, ac ex unico ſimpliciſſimo, ac elegantiſſimo theoremate profluentibus omnino ſponte, cum diſſertatiunculam brevem meditarer, jam eo conſilio rem aggreſſus; repente mihi in opus integrum juſtæ molis evaſerit tractatio.

Tum uſque ad num. 11 expono Theoriam i- 7
pſam: materiam conſtantem punctis prorſus ſimplicibus, indiviſibilibus, & inextenſis, ac a ſe invicem diſtantibus, quæ puncta habeant ſingula vim inertiæ, & præterea vim activam mutuam pendentem a diſtantiis, ut nimirum, data diſtantia, detur & magnitudo, & directio vis ipſius, mutata autem diſtantia, mutetur vis ipſa, quæ, imminuta diſtantia in infinitum, ſit repulſiva, & quidem excreſcens in infinitum: aucta autem diſtantia, minuatur, evaneſcat, mutetur in attractivam creſcentem primo, tum decreſcentem, evaneſcentem, abeuntem iterum in repulſivam, idque

(A) *Series numerorum, quibus tractari incipiunt, quæ ſunt in textu.*

per multas vices, donec demum in majoribus diſtantiis abeat in attractivam decreſcentem ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiarum: quem nexum virium cum diſtantiis, & vero etiam earum tranſitum a poſitivis ad negativas, ſive a repulſivis ad attractivas, vel vice verſa, oculis ipſis propono in vi, qua binæ elaſtri cuſpides conantur ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere, prout ſunt plus juſto diſtractæ, vel contractæ.

11 Inde ad num. 16 oſtendo, quo pacto id non ſit aggregatum quoddam virium temere coaleſcentium, ſed per unicam curvam continuam exponatur ope abſciſſarum exprimentium diſtantias, & ordinatarum exprimentium vires, cujus curvæ ductum, & naturam expono, ac oſtendo, in quo differat ab hyperbola illa gradus tertii, quæ Newtonianam gravitatem exprimit: ac demum ibidem & argumentum, & diviſionem propono operis totius.

Hiſce expoſitis gradum facio ad exponendam totam illam analyſim, qua ego ad ejuſmodi Theoriam deveni, & ex qua ipſam arbitror directa, &
16 ſolidiſſima ratiocinatione deduci totam. Contendo nimirum uſque ad numerum 19 illud, in colliſione corporum debere vel haberi compenetrationem, vel violari legem continuitatis, velocitate mutata per ſaltum, ſi cum inæqualibus velocitatibus deveniant ad immediatum contactum, quæ continuitatis lex cum (ut evinco) debeat omnino obſervari, illud infero, antequam ad contactum deveniant corpora, debere mutari eorum velocitates per vim quandam, quæ ſit par extinguendæ velocitati, vel velocitatum differentiæ, cuivis utcunque magnæ.

19 A num. 19 ad 28 expendo effugium, quo ad eludendam argumenti mei vim utuntur ii, qui negant corpora dura, qua quidem reſponſione uti non poſſunt Newtoniani, & Corpuſculares generaliter,

qui

Digitized by Google

qui elementares corporum particulas aſſumunt prorſus duras: qui autem omnes utcunque parvas corporum particulas molles admittunt, vel elaſticas, difficultatem non effugiunt, ſed transferunt ad primas ſuperficies, vel puncta, in quibus committeretur omnino ſaltus, & lex continuitatis violaretur: ibidem quendam verborum luſum evolvo, fruſtra adhibitum ad eludendam argumenti mei vim.

28 Sequentibus num. 28 & 29 binas alias reſponſiones rejicio aliorum, quarum altera, ut mei argumenti vis elidatur, affirmat quiſpiam, prima materiæ elementa compenetrari, altera dicuntur materiæ puncta adhuc moveri ad ſe invicem, ubi localiter omnino quieſcunt, & contra primum effugium evinco impenetrabilitatem ex inductione: contra ſecundum expono æquivocationem quandam in ſignificatione vocis *motus*, cui æquivocationi totum innititur.

30 Hinc num. 30, & 31 oſtendo, in quo a Mac-Laurino diſſentiam, qui conſiderata eadem, quam ego contemplatus ſum, colliſione corporum, concluſit, continuitatis legem violari, cum ego eandem illæſam eſſe debere ratus ad totam devenerim Theoriam meam.

32 Hic igitur, ut meæ deductionis vim exponam, in ipſam continuitatis legem inquiro, ac a num. 32 ad 38 expono, quid ipſa ſit, quid mutatio continua per gradus omnes intermedios, quæ nimirum excludat omnem ſaltum ab una magnitudine ad aliam ſine tranſitu per intermedias, ac Geometriam etiam ad explicationem rei in ſubſidium advoco: tum eam 39 probo primum ex inductione, ac in ipſum inductionis principium inquirens uſque ad num. 44, exhibeo, unde habeatur ejuſdem principii vis, ac ubi id adhiberi poſſit, rem ipſam illuſtrans exemplo impenetrabilitatis erutæ paſſim per inductionem, donec demum ejus vim applicem ad legem continuitatis demonſtrandam: ac ſequentibus nu- 43

meris caſus evolvo quoſdam binarum claſſium, in quibus continuitatis lex videtur lædi, nec tamen læditur.

Poſt probationem principii continuitatis petitam
48 ab inductione, aliam num. 48 ejus probationem aggredior metaphyſicam quandam, ex neceſſitate utriusque limitis in quantitatibus realibus, vel ſeriebus quantitatum realium finitis, quæ nimirum nec ſuo principio, nec ſuo fine carere poſſunt. Ejus rationis vim oſtendo in motu locali, & in Geometria
52 ſequentibus duobus numeris: tum num. 52 expono difficultatem quandam, quæ petitur ex eo, quod in momento temporis, in quo tranſitur a *non eſſe* ad *eſſe*, videatur juxta ejusmodi Theoriam debere ſimul haberi ipſum *eſſe*, & *non eſſe*, quorum alterum ad finem præcedentis ſeriei ſtatuum pertinet, alterum ad ſequentis initium, ac ſolutionem ipſius fuſe evolvo, Geometria etiam ad rem oculo ipſi ſiſtendam vocata in auxilium.

63 Num. 63, poſt epilogum eorum omnium, quæ de lege continuitatis ſunt dicta, id principium applico ad excludendum ſaltum immediatum ab una velocitate ad aliam, ſine tranſitu per intermedias, quod & inductionem læderet pro continuitate ampliſſimam, & induceret pro ipſo momento temporis, in quo fieret ſaltus, binas velocitates, ultimam nimirum ſeriei præcedentis, & primam novæ, cum tamen duas ſimul velocitates idem mobile habere omnino non poſſit. Id autem ut illuſtrem, & evincam, usque ad num. 72 conſidero velocitatem ipſam, ubi potentialem quandam, ut appello, velocitatem ab actuali ſecerno, & multa, quæ ad ipſarum naturam, ac mutationes pertinent, diligenter evolvo, nonnullis etiam, quæ inde contra meæ Theoriæ probationem objici poſſunt, diſſolutis.

His expoſitis concludo jam illud ex ipſa continuitate, ubi corpus quodpiam velocius movetur

poſt

poſt aliud lentius, ad contactum immediatum cum illa velocitatum inæqualitate deveniri non poſſe, in quo ſcilicet contactu primo mutaretur vel utriuſque velocitas, vel alterius, per ſaltum, ſed debere mutationem velocitatis incipere ante contactum ipſum. Hinc num. 73 infero, debere haberi 73
mutationis cauſam, quæ appelletur vis: tum num.
74 hanc vim debere eſſe mutuam, & agere in 74
partes contrarias, quod per inductionem evinco,
& inde infero num. 75, appellari poſſe repulſi- 75
vam ejusmodi vim mutuam, ac ejus legem exquirendam propono. In ejusmodi autem perquiſitione usque ad num. 80 invenio illud, debere vim ipſam imminutis diſtantiis creſcere in infinitum ita, ut par ſit extinguendæ velocitati utcunque magnæ; tum & illud, imminutis in infinitum etiam diſtantiis, debere in infinitum augeri, in maximis autem debere eſſe e contrario attractivam, uti eſt gravitas: inde vero colligo limitem inter attractionem, & repulſionem: tum ſenſim plures, ac etiam plurimos ejusmodi limites invenio, ſive tranſitus ab attractione ad repulſionem, & vice verſa, ac formam totius curvæ per ordinatas ſuas exprimentis virium legem determino.

Eo usque virium legem deduco, ac definio; tum 81
num. 81 eruo ex ipſa lege conſtitutionem elementorum materiæ, quæ debent eſſe ſimplicia, ob repulſionem in minimis diſtantiis in immenſum auctam; nam ea, ſi forte ipſa elementa partibus conſtarent, nexum omnem diſſolveret. Usque ad num. 88 inquiro in illud, an hæc elementa, ut ſimplicia eſſe debent, ita etiam inextenſa eſſe debeant, ac expoſita illa, quam virtualem extenſionem appellant, eandem excludo inductionis principio, & difficultatem evolvo tum eam, quæ peti poſſit ab exemplo ejus generis extenſionis, quam in anima indiviſibili, & ſimplice per aliquam corporis partem

tem

tem diviſibilem, & extenſam paſſim admittunt; vel omnipræſentiæ Dei: tum eam, quæ peti poſſit ab analogia cum quiete, in qua nimirum conjungi debeat unicum ſpatii punctum cum ſerie continua momentorum temporis, uti in extenſione virtuali unicum momentum temporis cum ſerie continua punctorum ſpatii conjungeretur, ubi oſtendo, nec quietem omnimodam in Natura haberi uſquam, nec adeſſe ſemper omnimodam inter tempus,
88 & ſpatium analogiam. Hic autem ingentem colligo ejuſmodi determinationis fructum, oſtendens uſque ad num. 91, quantum profit ſimplicitas, indiviſibilitas, inextenſio elementorum materiæ, ob ſummotum tranſitum a vacuo continuo per ſaltum ad materiam continuam, ac ob ſublatum limitem denſitatis, quæ in ejuſmodi Theoria ut minui in infinitum poteſt, ita poteſt in infinitum etiam augeri, dum in communi, ubi ad contactum deventum eſt, augeri ultra denſitas nequaquam poteſt, potiſſimum vero ob ſublatum omne continuum coexiſtens, quo ſublato & graviſſimæ difficultates plurimæ evaneſcunt, & infinitum actu exiſtens habetur nullum, ſed in poſſibilibus tantummodo remanet ſeries finitorum in infinitum producta.

91 His definitis, inquiro uſque ad num. 99 in illud, an ejuſmodi elementa ſint cenſenda homogenea, an heterogenea: ac primo quidem argumentum pro homogeneitate ſaltem in eo, quod pertinet ad totam virium legem, invenio in homogeneitate tanta primi curis repulſivi in minimis diſtantiis, ex quo pendet impenetrabilitas, & poſtremi attractivi, quo gravitas exhibetur, in quibus omnis materia eſt penitus homogenea. Oſtendo autem, nihil contra ejuſmodi homogeneitatem evinci ex principio Leibnitiano indiſcernibilium, nihil ex inductione, & oſtendo, unde tantum proveniat diſcrimen in compoſitis maſſulis, ut in frondibus, & ſo-

ſoliis; ac per inductionem, & analogiam demonſtro, naturam nos ad homogeneitatem elementorum, non ad heterogeneitatem deducere.

Ea ad probationem Theoriæ pertinent; qua abſoluta, antequam inde fructus colligantur multiplices, gradum hic facio ad evolvendas difficultates, quæ vel objectæ jam ſunt, vel objici poſſe videntur mihi, primo quidem contra vires in genere, tum contra meam hanc expoſitam, comprobatamque virium legem, ac demum contra puncta illa indiviſibilia, & inextenſa, quæ ex ipſa ejuſmodi virium lege deducuntur. 100

Primo quidem, ut iis etiam faciam ſatis, qui inani vocabulorum quorundam ſono perturbantur, a num. 101 ad 104 oſtendo, vires haſce non eſſe quoddam occultarum qualitatum genus, ſed patentem ſane Mechaniſmum, cum & idea earum ſit admodum diſtincta, & exiſtentia, ac lex poſitive comprobata; ad Mechanicam vero pertineat omnis tractatio de Motibus, qui a datis viribus etiam ſine immediato impulſu oriuntur. A num. 104 ad 106 oſtendo, nullum committi ſaltum in tranſitu a repulſionibus ad attractiones, & vice verſa, cum nimirum per omnes intermedias quantitates is tranſitus fiat. 101

Inde vero ad objectiones gradum facio, quæ totam curvæ formam impetunt. Oſtendo nimirum uſque ad num. 116, non poſſe omnes repulſiones a minore attractione deſumi; repulſiones ejuſdem eſſe ſeriei cum attractionibus, a quibus differant tantummodo ut minus a majore, ſive ut negativum a poſitivo; ex ipſa curvarum natura, quæ, quo altioris ſunt gradus, eo in pluribus punctis rectam ſecare poſſunt, & eo in immenſum plures ſunt numero; haberi potius, ubi curva quæritur, quæ vires exprimat, indicium pro curva ejus naturæ, ut rectam in plurimis punctis ſecet, adeoque plurimos ſecum afferat virium tranſitus 106

a re-

a repulſivis ad attractivas, quam pro curva, quæ nuſquam axem ſecans attractiones ſolas, vel ſolas pro diſtantiis omnibus repulſiones exhibeat: ſed vires repulſivas, & multiplicitatem tranſituum eſſe poſitive probatam, & deductam totam curvæ formam, quam itidem oſtendo, non eſſe ex arcubus natura diverſis temere coaleſcentem, ſed omnino ſimplicem, atque eam ipſam ſimplicitatem in Supplementis evidentiſſime demonſtro, exhibens methodum, qua deveniri poſſit ad æquationem ejuſmodi curvæ ſimplicem, & uniformem; licet, ut hic oſtendo, ipſa illa lex virium poſſit mente reſolvi in plures, quæ per plures curvas exponantur, a quibus tamen omnibus illa reapſe unica lex, per unicam illam continuam, & in ſe ſimplicem curvam componatur.

121 A num. 121 refello, quæ objici poſſunt a lege gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quæ nimirum in minimis diſtantiis attractionem requirit creſcentem in infinitum. Oſtendo autem, ipſam non eſſe uſpiam accurate in ejuſmodi ratione, niſi imaginarias reſolutiones exhibeamus; nec vero ex Aſtronomia deduci ejuſmodi legem prorſus accurate ſervatam in ipſis Planetarum, & Cometarum diſtantiis, ſed ad ſummum ita proxime, ut differentia ab ea lege ſit perquam exi-
124 gua: ac a num. 124 expendo argumentum, quod pro ejuſmodi lege deſumi poſſit ex eo, quod cuipiam viſa ſit omnium optima, & idcirco electa ab Auctore Naturæ, ubi ipſum Optimiſmi principium ad trutinam revoco, ac excludo, & vero illud etiam evinco, non eſſe, cur omnium optima ejuſmodi lex cenſeatur: in Supplementis vero oſtendo, ad quæ potius abſurda deducet ejuſmodi lex, & vero etiam leges aliæ plures attractionis, quæ imminutis in infinitum diſtantiis excreſcat in infinitum.

Num.

Num. 131 a viribus tranſeo ad elementa, & primum oſtendo, cur punctorum inextenſorum ideam non habeamus, quod nimirum eam haurire non poſſumus per ſenſus, quos ſolæ maſſæ, & quidem grandiores, afficiunt, atque idcirco eandem nos ipſi debemus per reflexionem efformare, quod quidem facile poſſumus. Ceterum illud oſtendo, me non inducere primum in Phyſicam puncta indiviſibilia, & inextenſa, cum eo etiam Leibnitianæ monades recidant, ſed ſublata extenſione continua difficultatem auferre illam omnem, quæ jam olim contra Zenonicos objecta, nunquam eſt ſatis ſoluta, qua fit, ut extenſio continua ab inextenſis effici omnino non poſſit. 131

Num. 140 oſtendo, inductionis principium contra ipſa nullam habere vim, ipſorum autem exiſtentiam vel inde probari, quod continuitas ſe ſe ipſam deſtruat, & ex ea aſſumpta probetur argumentis a me inſtitutis hoc ipſum, prima elementa eſſe indiviſibilia, & inextenſa, nec ullum haberi extenſum continuum. A num. 143 oſtendo, ubi continuitatem admittam, nimirum in ſolis motibus; ac illud explico, quid mihi ſit ſpatium, quid tempus, quorum naturam in Supplementis multo uberius expono. Porro continuitatem ipſam oſtendo a natura in ſolis motibus obtineri accurate, in reliquis affectari quodammodo; ubi & exempla quædam evolvo continuitatis primo aſpectu violatæ, in quibuſdam proprietatibus luminis, ac in aliis quibuſdam caſibus, in quibus quædam creſcunt per additionem partium, non (ut ajunt) per intuſſumptionem. 140 143

A num. 153 oſtendo, quantum hæc mea puncta a ſpiritibus differant; ac illud etiam evolvo, unde fiat, ut in ipſa idea corporis videatur includi extenſio continua, ubi in ipſam idearum noſtrarum originem inquiro, & quæ inde præjudicia profluant, expono. Poſtremo autem loco num. 165 innuo, qui fieri poſſit, 153 165

ut puncta inextenſa, & a ſe invicem diſtantia, in maſſam coaleſcant, quantum libet, cohærentem, & iis proprietatibus præditam, quas in corporibus experimur, quod tamen ad tertiam partem pertinet, ibi multo uberius pertractandum: ac ibi quidem primam hanc partem abſolvo.

P A R S II.

166 NUm. 166. hujus partis argumentum propono; ſequenti vero 167, quæ potiſſimum in curva virium conſideranda ſint, enuncio. Eorum conſi-
168 derationem aggreſſus, primo quidem uſque ad num. 171 in ipſos arcus inquiro, quorum alii attractivi, alii repulſivi, alii aſymptotici, ubi caſuum occurrit mira multitudo, & in quibuſdam conſectaria notatu digna, ut & illud, cum ejus formæ curva plurium aſymptotorum eſſe poſſit, Mundorum prorſus ſimilium ſeriem poſſe oriri, quorum alter reſpectu alterius vices agat unius, & indiſ-
171 ſolubilis elementi. Ad num. 179 areas contemplor arcubus clauſas, quæ reſpondentes ſegmento axis cuicunque, eſſe poſſunt magnitudine utcunque magnæ, vel parvæ, ſunt autem menſura incrementi, vel decrementi quadrati velocita-
179 tum. Ad num. 189 inquiro in appulſus curvæ ad axem, ſive is ibi ſecetur ab eadem (quo caſu habentur tranſitus vel a repulſione ad attractionem, vel ab attractione ad repulſionem, quos dico limites, & quorum maximus eſt in tota mea Theoria uſus), ſive tangatur, & curva retro redeat, ubi etiam pro appulſibus conſidero receſſus in infinitum per arcus aſymptoticos, & qui tranſitus, ſive limites, oriantur inde, vel in Natura admitti poſſint, evolvo.
189 Num. 189 a conſideratione curvæ ad punctorum combinationem gradum facio, ac primo quidem uſque

uſque ad num. 204 ago de ſyſtemate duorum punctorum, ea pertractans, quæ pertinent ad eorum vires mutuas, & motus, ſive ſibi relinquantur, ſive projiciantur utcunque, ubi & conjunctione ipſorum expoſita in diſtantiis limitum, & oſcillationibus variis, ſive nullam externam punctorum aliorum actionem ſentiant, ſive perturbentur ab eadem, illud innuo in anteceſſum, quanto id uſui futurum ſit in parte tertia ad exponenda cohæſionis varia genera, fermentationes, conflagrationes, emiſſiones vaporum, proprietates luminis, elaſticitatem, mollitiem.

Succedit a Num. 204 ad 239 multo uberior con- 204
ſideratio trium punctorum, quorum vires generaliter facile definiuntur data ipſorum poſitione quacunque: verum utcunque data poſitione, & celeritate, nondum a Geometris inventi ſunt motus ita, ut generaliter pro caſibus omnibus abſolvi calculus poſſit. Vires igitur, & variationem ingentem, quam diverſæ pariunt combinationes punctorum, utut tantummodo numero trium, perſequor uſque ad
num. 209. Hinc uſque ad num. 214 quædam evol- 209
vo, quæ pertinent ad vires ortas in ſingulis ex actione compoſita reliquorum duorum, & quæ tertium punctum non ad acceſſum urgeant, vel receſſum tantummodo reſpectu eorundem, ſed & in latus, ubi & ſoliditatis imago prodit, & ingens ſane diſcrimen in diſtantiis particularum perquam exiguis, ac ſumma in maximis, in quibus gravitas agit, conformitas, quod quanto itidem ad Naturæ explicationem futurum ſit uſui, ſigni-
fico. Uſque ad num. 221 ipſis etiam oculis con- 214
templandum propono ingens diſcrimen in legibus virium, quibus bina puncta agunt in tertium, ſive id jaceat in recta, qua junguntur, ſive in recta ipſi perpendiculari, & eorum intervallum ſecante bifariam, conſtructis ex data primigenia curva cur-
vis vires compoſitas exhibentibus: tum ſequentibus 221

 binis

binis numeris caſum evolvo notatu digniſſimum, in quo mutata ſola poſitione binorum punctorum, punctum tertium per idem quoddam intervallum, ſitum in eadem diſtantia a medio eorum intervallo, vel perpetuo attrahitur, vel perpetuo repellitur, vel nec attrahitur, nec repellitur; cujusmodi diſcrimen cum in maſſis haberi debeat multo ma-
222 jus, illud indico num. 222, quantus inde itidem in Phyſicam uſus proveniat.

223 Hic jam num. 223 a viribus binorum punctorum tranſeo ad conſiderandum totum ipſorum ſyſtema, & uſque ad num. 228 contemplor tria puncta in directum ſita, ex quorum mutuis viribus relationes quædam exurgunt, quæ multo generaliores redduntur inferius, ubi in tribus etiam punctis tantummodo adumbrantur, quæ pertinent ad virgas rigidas, flexiles, elaſticas, ac ad vectem, & ad alia plura, quæ itidem inferius, ubi de maſſis, multo
228 generaliora fiunt. Demum uſque ad num. 238 contemplor tria puncta poſita non in directum, ſive in æquilibrio ſint, ſive in perimetro ellipſium quarundam, vel curvarum aliarum; in quibus mira occurrit analogia limitum quorundam cum limitibus, quos habent bina puncta in axe curvæ primigeniæ ad ſe invicem, atque ibidem multo major varietas caſuum indicatur pro maſſis, & ſpecimen applicationis exhibetur ad ſoliditatem, & liquationem per celerem inteſtinum motum punctis
238 impreſſum. Sequentibus autem binis numeris generalia quædam expono de ſyſtemate punctorum quatuor cum applicatione ad virgas ſolidas, rigidas, flexiles, ac ordines particularum varios exhibeo per pyramides, quarum infimæ ex punctis quatuor, ſuperiores ex quatuor pyramidibus ſingulæ coaleſcant.

240 A num. 240 ad maſſas gradu facto uſque a num. 264 conſidero, quæ ad centrum gravitatis pertinent,

ac

ac demonſtro generaliter, in quavis maſſa eſſe aliquod, & eſſe unicum: oſtendo, quo pacto determinari generaliter poſſit, & quid in methodo, quæ communiter adhibetur, deſit ad habendam demonſtrationis vim, luculenter expono, & ſuppleo, ac exemplum profero quoddam ejuſdem generis, quod ad numerorum pertinet multiplicationem, & ad virium compoſitionem per parallelogramma, quam alia methodo generaliore exhibeo analoga illi ipſi, qua generaliter in centrum gravitatis inquiro: tum vero ejusdem ope demonſtro admodum expedite, & accuratiſſime celebre illud Newtoni theorema de ſtatu centri gravitatis per mutuas internas vires nunquam turbato.

Ejus tractationis fructus colligo plures: conſer- 264
vationem ejusdem quantitatis motus in Mundo in
eandem plagam num. 264, æqualitatem actionis, 265
& reactionis in maſſis num. 265, colliſionem cor- 266
porum, & communicationem motus in congreſſibus
directis cum eorum legibus, inde num. 276 con- 276
greſſus obliquos, quorum Theoriam a reſolutione
motuum reduco ad compoſitionem num. 277, quod 277
ſequenti numero 278 transfero ad incurſum etiam 278
in planum immobile; ac a num. 279 ad 289 oſtendo, 279
nullam haberi in Natura veram virium, aut motuum reſolutionem, ſed immaginariam tantum modo, ubi omnia evolvo, & explico caſuum genera, quæ prima fronte virium reſolutionem requirere videntur.

A num. 289. ad 297 leges expono compoſitionis 289
virium, & reſolutionis, ubi & illud notiſſimum, quo pacto in compoſitione decreſcat vis, in reſolutione creſcat, ſed in illa priore conſpirantium ſumma ſemper maneat, contrariis eliſis; in hac poſteriore concipiantur tantummodo binæ vires contrariæ adjectæ, quæ conſideratio nihil turbet phænomena; unde fiat, ut nihil inde pro virium vivarum Theoria deduci poſſit, cum ſine iis explicentur omnia,

omnia, ubi plura itidem explico ex iis phænomenis, quæ pro ipſis viribus vivis afferri ſolent.

297 A num. 297 occaſione inde arrepta aggredior quædam, quæ ad leges continuitatis pertinent, ubique in motibus ſancte ſervatam, ac oſtendo illud, idcirco in colliſionibus corporum, ac in motu reflexo, leges vulgo definitas, non niſi proxime tantummodo obſervari, & uſque ad num. 307 relationes varias perſequor angulorum incidentiæ, & reflexionis, ſive vires conſtanter in acceſſu attrahant, vel repellant conſtanter, ſive jam attrahant, jam repellant: ubi & illud conſidero, quid accidat, ſi ſcabrities ſuperficiei agentis exigua ſit, quid, ſi ingens, ac elementa profero, quæ ad luminis reflexionem, & refractionem explicandam, definiendamque ex Mechanica requiritur, relationem itidem vis abſolutæ ad relativam in obliquo gravium deſcenſu, & nonnulla, quæ ad oſcillationum accuratiorem Theoriam neceſſaria ſunt, prorſus elementaria, diligenter expono.

307 A num. 307 inquiro in trium maſſarum ſyſtema, ubi uſque ad num. 313 theoremata evolvo plura, quæ pertinent ad directionem virium in ſingulis compoſitarum e binis reliquarum actionibus, ut illud, eas directiones vel eſſe inter ſe parallelas, vel, ſi utrinque indefinite producantur, per quoddam
313 commune punctum tranſire omnes: tum uſque ad 321 theoremata alia plura, quæ pertinent ad earumdem compoſitarum virium rationem ad ſe invicem, ut illud & ſimplex, & elegans, binarum maſſarum vires acceleratrices eſſe ſemper in ratione compoſita ex tribus reciprocis rationibus, diſtantiæ ipſarum a maſſa tertia, ſinus anguli, quem ſingularum directio continet cum ſua ejuſmodi diſtantia, & maſſæ ipſius eam habentis compoſitam vim, ad diſtantiam, ſinum, maſſam alteram; vires autem motrices habere tantummodo priores rationes duas eliſa tertia.

Eorum

Eorum theorematum fructum colligo deducens inde usque ad num. 328, quæ ad æquilibrium pertinent divergentium utcumque virium, & ipſius æquilibrii centrum, ac niſum centri in fulcrum, & quæ ad præponderantiam, Theoriam extendens ad caſum etiam, quo maſſæ non in ſe invicem agant mutuo immediate, ſed per intermedias alias, quæ nexum concilient, & virgarum nectentium ſuppleant vices, ac ad maſſas etiam quotcunque, quarum ſingulas cum centro converſionis, & alia quavis aſſumpta maſſa connexas concipio, unde principium momenti deduco pro machinis omnibus: tum omnium vectium genera evolvo, ut & illud, facta ſuſpenſione per centrum gravitatis haberi æquilibrium, ſed in ipſo centro debere ſentiri vim a fulcro, vel ſuſtinente puncto, æqualem ſummæ ponderum totius ſyſtematis, unde demum pateat ejus ratio, quod paſſim ſine demonſtratione aſſumitur, nimirum ſyſtemate quieſcente, & impedito omni partium motu per æquilibrium, totam maſſam concipi poſſe ut in centro gravitatis collectam. 321

A num. 328 ad 347 deduco ex iisdem theorematis, quæ pertinent ad centrum oſcillationis quotcunque maſſarum, ſive ſint in eadem recta, ſive in plano perpendiculari ad axem rotationis ubicunque, quæ Theoria per ſyſtema quatuor maſſarum, excolendum aliquanto diligentius, uberius promoveri deberet & extendi ad generalem habendum ſolidorum nexum, qua re indicata, centrum itidem percuſſionis inde evolvo, & ejus analogiam cum centro oſcillationis exhibeo. 328 344

Collecto ejusmodi fructu ex theorematis pertinentibus ad maſſas tres, innuo num. 347, quæ mihi communia ſint cum ceteris omnibus, & cum Newtonianis potiſſimum, pertinentia ad ſummas virium, quas habet punctum, vel maſſa attracta, vel repulſa a punctis ſingulis alterius maſſæ; tum 348

a num.

a num. 348 ad finem hujus partis, ſive ad num. 358, expono quædam, quæ pertinent ad fluidorum Theoriam, & primo quidem ad preſſionem, ubi illud innuo demonſtratum a Newtono, ſi compreſſio fluidi ſit proportionalis vi comprimenti, vires repulſivas punctorum eſſe in ratione reiproca diſtantiarum, ac vice verſa: oſtendo autem illud, ſi eadem vis ſit inſenſibilis, rem, præter alias curvas, exponi poſſe per Logiſticam, & in fluidis gravitate noſtra terreſtri præditis preſſiones haberi debere ut altitudines; deinde vero attingo illa etiam, quæ pertinent ad velocitatem fluidi erumpentis e vaſe, & expono, quid requiratur, ut ea ſit æqualis velocitati, quæ acquireretur cadendo per altitudinem ipſam, quemadmodum videtur res obtingere in aquæ effluxu: quibus partim expoſitis, partim indicatis, hanc ſecundam partem concludo.

P A R S III.

358 NUm. 358 propono argumentum hujus tertiæ
partis, in qua omnes e Theoria mea generales materiæ proprietates deduco, & particulares
360 pleraſque: tum uſque ad num. 371 ago aliquanto
fuſius de impenetrabilitate, quam duplicis generis agnoſco in meis punctorum inextenſorum maſſis, ubi etiam de ea apparenti quadam compenetratione ago, ac de luminis tranſitu per ſubſtantias intimas ſine vera compenetratione, & mira quædam phænomena huc pertinentia explico admodum ex-
371 pedite. Inde ad num. 375 de extenſione ago, quas
mihi quidem in materia, & corporibus non eſt continua, ſed adhuc eadem præbet phænomenæ ſenſibus, ac in communi ſententia; ubi etiam de Geometria ago, quæ vim ſuam in mea Theoria re-
375 tinet omnem: tum ad num. 383 figurabilitatem
perſequor, ac molem, maſſam, denſitatem ſingillatim, in quibus omnibus ſunt quædam Theoriæ meæ

meæ propria ſcitu non indigna. De Mobilitate, & 383
Motuum Continuitate, uſque ad num. 388 notatu
digna continentur: tum uſque ad num. 391 ago de 388
æqualitate actionis, & reactionis, cujus conſectaria vires ipſas, quibus Theoria mea innititur, mirum in modum confirmant. Succedit uſque ad num. 391
398 diviſibilitas, quam ego ita admitto, ut quævis maſſa exiſtens numerum punctorum realium habeat finitum tantummodo, ſed qui in data quavis mole poſſit eſſe utcunque magnus; quamobrem diviſibilitati in infinitum vulgo admiſſæ ſubſtituo componibilitatem in infinitum, ipſi, quod ad Naturæ phænomena explicanda pertinet, prorſus æquivalentem. Iis evolutis addo num. 398 immutabilitatem 398
primorum materiæ elementorum, quæ cum mihi ſint ſimplicia prorſus, & inextenſa, ſunt utique immutabilia, & ad exhibendam perennem phænomenorum ſeriem aptiſſima.

A num. 399 ad 406 gravitatem deduco ex mea 399
virium Theoria, tanquam ramum quendam e communi trunco, ubi & illud expono, qui fieri poſſit, ut fixæ in unicam maſſam non coaleſcant, quod gravitas generalis requirere videretur. Inde ad num. 406
419 ago de cohæſione, qui eſt itidem veluti alter quidam ramus, quam oſtendo, nec in quiete conſiſtere, nec in motu conſpirante, nec in preſſione fluidi cujuſpiam, nec in attractione maxima in contactu, ſed in limitibus inter repulſionem, & attractionem; ubi & problema generale propono quoddam huc pertinens, & illud explico, cur maſſa fracta non iterum coaleſcat, cur fibræ ante fractionem diſtendantur, vel contrahantur, & innuo, quæ ad cohæſionem pertinentia mihi cum reliquis Philoſophis communia ſint.

A cohæſione gradum facio num. 419 ad particu- 419
las, quæ ex punctis cohærentibus efformantur, de quibus ago uſque ad num. 426, & varia per-

e ſequor

ſequor earum diſcrimina : oſtendo nimirum, quo pacto varias induere poſſint figuras quaſcunque, quarum tenaciſſimæ ſint; poſſint autem data quavis figura diſcrepare plurimum in numero, & diſtributione punctorum, unde & oriantur admodum inter ſe diverſæ vires unius particulæ in aliam, ac itidem diverſæ in diverſis partibus ejuſdem particulæ reſpectu diverſarum partium, vel etiam reſpectu ejuſdem partis particulæ alterius, cum a ſolo numero, & diſtributione punctorum pendeat illud, ut data particula datam aliam in datis earum diſtantiis, & ſuperficierum locis, vel attrahat, vel repellat, vel reſpectu ipſius ſit prorſus iners: tum illud addo, particulas eo difficilius diſſolubiles eſſe, quo minores ſint; debere autem in gravitate eſſe penitus uniformes, quæcunque punctorum diſpoſitio habeatur, & in aliis proprietatibus pleriſque debere eſſe admodum (uti obſervamus) diverſas, quæ diverſitas multo major in majoribus maſſis eſſe debeat.

426 A num. 426 ad 446 de ſolidis, & fluidis, quod diſcrimen itidem pertinet ad varia cohæſionum genera; & diſcrimen inter ſolida, & fluida diligenter expono, horum naturam potiſſimum repetens ex motu faciliori particularum in gyrum circa alias, atque id ipſum ex viribus circumquaque æqualibus; illorum vero ex inæqualitate virium, & viribus quibuſdam in latus, quibus certam poſitionem ad ſe invicem ſervare debeant. Varia autem diſtinguo fluidorum genera, & diſcrimen profero inter virgas rigidas, flexiles, elaſticas, fragiles, ut & de viſcoſitate, & humiditate ago, ac de organicis, & ad certas figuras determinatis corporibus, quorum efformatio nullam habet difficultatem, ubi una particula unam aliam poſſit in certis tantummodo ſuperficiei partibus attrahere, & proinde cogere ad certam quandam poſitionem acquirendam reſpe-

Digitized by Google

reſpectu ipſius, & retinendam. Demonſtro autem & illud, poſſe admodum facile ex certis particularum figuris, quarum ipſæ tenaciſſimæ ſint, totum etiam Atomiſtarum, & Corpuſcularium ſyſtema a mea Theoria repeti ita, ut id nihil ſit aliud, niſi unicus itidem hujus veluti trunci fœcundiſſimi ramus e diverſa cohæſionis ratione prorumpens. Demum oſtendo, cur non quævis maſſa, utut conſtans ex homogeneis punctis, & circa ſe maxime in gyrum mobilibus, fluida ſit; & fluidorum reſiſtentiam quoque attingo, in ejus leges inquirens.

A num. 446 ad 450 ago de iis, quæ itidem ad 446
diverſa pertinent ſoliditatis genera, nimirum de elaſticis, & mollibus, illa repetens a magna inter limites proximos diſtantia, qua fiat, ut puncta longe dimota a locis ſuis, idem ubique genus virium ſentiant, & proinde ſe ad priorem reſtituant locum; hæc a limitum frequentia, atque ingenti vicinia, qua fiat, ut ex uno ad alium delata limitem puncta, ibi quieſcant itidem reſpective, ut prius. Tum vero de ductilibus, & malleabilibus ago, oſtendens, in quo a fragilibus diſcrepent: oſtendo autem, hæc omnia diſcrimina a denſitate nullo modo pendere, ut nimirum corpus, qud multo ſit altero denſius, poſſit tam multo majorem, quam multo minorem ſoliditatem, & cohæſionem habere, & quævis ex proprietatibus expoſitis æque poſſit cum quavis vel majore, vel minore denſitate componi.

Num. 450 inquiro in vulgaria quatuor elementa; 450
tum a num. 451 ad num. 467 perſequor chemicas 452
operationes; num. 452 explicans diſſolutionem, 453 præcipitationem, 454, & 455 commixtionem plurium ſubſtantiarum in unam: tum num. 456, & 457 liquationem binis methodis, 458 volatilizationem, & effervescentiam, 461 emiſſionem effluviorum, quæ e maſſa conſtanti debeat eſſe ad ſenſum conſtans, 462 ebullitionem cum variis evaporatio-

Digitized by Google

num generibus ; 463 deflagrationem , & generationem aeris ; 464 cryſtallizationem cum certis figuris; ac demum oſtendo illud num. 465, quo pacto poſſit fermentatio deſinere; & num. 466, quo pacto non omnia fermenteſcant cum omnibus.

467 A fermentatione num. 467 gradum facio ad ignem, qui mihi eſt fermentatio quædam ſubſtantiæ lucis cum ſulphurea quadam ſubſtantia, ac plura
471 inde conſectaria deduco uſque ad num. 471; tum
472 ab igne ad lumen ibidem tranſeo, cujus proprietates præcipuas, ex quibus omnia lucis phænomena oriuntur, propono num. 472, ac ſingulas a Theoria mea deduco, & fuſe explico uſque ad num. 503, nimirum emiſſionem num. 473, celeritatem 474, propagationem rectilineam per media homogenea, & apparentem tantummodo compenetrationem a num. 475 ad 483, pelluciditatem, & opacitatem num. 483, reflexionem ad angulos æquales inde ad 484, refractionem ad 487, tenuitatem num. 487, calorem, & ingentes inteſtinos motus allapſu tenuiſſimæ lucis genitos, num. 488, actionem majorem corporum oleoſorum, & ſulphuroſorum in lumen num. 489: tum num. 490 oſtendo, nullam reſiſtentiam veram pati, ac num. 491 explico, unde ſint phoſphora, num. 492 cur lumen cum majore obliquitate incidens reflectatur magis, num. 493 & 494 unde diverſa refrangibilitas ortum ducat, ac num. 495, & 496 deduco duas diverſas diſpoſitiones ad æqualia redeuntes intervalla, unde num. 497 vices illas a Newtono detectas facilioris reflexionis, & facilioris transmiſſus eruo, & num. 498 illud, radios alios debere reflecti, alios transmitti in appulſu ad novum medium, & eo plures reflecti, quo obliquitas incidentiæ ſit major, ac num. 499 & 500 expono, unde diſcrimen in intervallis vicium, ex quo uno omnis naturalium colorum pendet Newtoniana Theoria. Demum num. 501 mi-

ram

ram attingo cryſtalli Islandicæ proprietatem, & ejuſdem cauſam, ac num. 502 diffractionem expono, quæ eſt quædam inchoata refractio, ſive reflexio.

Poſt lucem ex igne derivatam, quæ ad oculos pertinet, ago breviſſime num. 503 de ſapore, & 503
odore, ac ſequentibus tribus numeris de ſono: 504
tum aliis quatuor de tactu, ubi etiam de frigo- 507
re, & calore: deinde vero uſque ad num. 514 de 511
electricitate, ubi totam Franklinianam Theoriam ex meis principiis explico, eandem ad bina tantummodo reducens principia, quæ ex mea generali virium Theoria eodem fere pacto deducuntur, quo præcipitationes, atque diſſolutiones. Demum num. 514, ac 515 magnetiſmum perſequor, 514
tam directionem explicans, quam attractionem magneticam.

Hiſce expoſitis, quæ ad particulares etiam proprietates pertinent, iterum a num. 516 ad finem 516
uſque generalem corporum complector naturam, & quid materia ſit, quid forma, quæ cenſeri debeant eſſentialia, quæ accidentalia attributa, adeoque quid transformatio ſit, quid alteratio, ſingillatim perſequor, & partem hanc tertiam Theoriæ meæ abſolvo.

De Appendice ad Metaphyſicam pertinente innuam hic illud tantummodo, me ibi exponere de anima illud inprimis, quantum ſpiritus a materia differat, quem nexum anima habeat cum corpore, & quomodo in ipſum agat: tum de DEO, ipſius & exiſtentiam me pluribus evincere, quæ nexum habeant cum ipſa Theoria mea, & Sapientiam inprimis, ac Providentiam, ex qua gradum ad revelationem faciendum innuo tantummodo. Sed hæc in anteceſſum veluti delibaſſe ſit ſatis.

IN-

INDEX.

PARS I.

Introductio - - - - - - - - - -	Pag. 1	Num. 1
Expoſitio Theoriæ - - - - - - - - - -	4	7
Occaſio inveniendæ, & ordo, ac analytica deductio inventæ Theoriæ - - - - - - - - -	8	16
Lex continuitatis quid ſit - - - - - - -	13	32
Ejus probatio ab inductione: vis inductionis - -	16	39
Ejuſdem probatio metaphyſica - - - - - - -	22	48
Ejus applicatio ad excludendum immediatum contactum	28	63
Deductio legis virium, & determinatio curvæ eam experimentis - - - - - - - -	33	73
Primorum elementorum materiæ indiviſibilitas, & inextenſio - - - - - - - - - -	37	81
Eorundem homogeneitas - - - - - - - -	41	91
Objectiones contra vires in genere, & contra hanc virium legem - - - - - - - -	45	100
Objectiones contra hanc conſtitutionem primorum elementorum materiæ - - - - - -	59	131

PARS II.

Applicatio Theoriæ ad Mechanicam. 77

Argumentum hujus partis - - - - - - -	77	166
Conſideratio curvæ virium - - - - - - - -	77	167
De arcubus - - - - - - - - - -	77	168
De areis - - - - - - - - - - - -	79	172
De appulſibus ad axem, & receſſibus in infinitum, ubi de limitibus virium - - - - - -	82	179
De combinationibus punctorum, & primo quidem de ſyſtemate punctorum duorum - - - -	86	189
De ſyſtemate punctorum trium - - - - - - -	92	204
De ſyſtemate punctorum quatuor - - - - - -	110	238
De maſſis, & primo quidem de centro gravitatis, ubi etiam de viribus quotcunque generaliter componendis - - - - - - - - -	111	240
De æqualitate actionis, ac reactionis - - - -	124	265
De colliſionibus corporum, & incurſu in planum immobile - - - - - - - - -	125	266
Excluſio veræ virium reſolutionis - - - - -	132	279
De compoſitione, & imaginaria reſolutione virium, ubi aliquid etiam de Viribus vivis - - - -	136	289
De continuitate ſervata in variis motibus, ubi quædam		

de

Digitized by Google

de collisionibus, de reflexionibus, & refractionibus motuum	139	297
De ſyſtemate trium maſſarum	143	307
Theoremata pertinentia ad directiones virium compoſitarum in ſingulis	143	308
Theoremata pertinentia ad ipſarum virium magnitudines	145	313
Centrum æquilibrii, & vis in fulcrum inde	148	321
Momenta pro machinis, & omnia vectium genera inde itidem	150	325
Centrum itidem oſcillationis	152	328
Centrum etiam percuſſionis	157	344
Multa huic Theoriæ communia cum aliis hic tantummodo indicata	158	347
De fluidorum preſſione	159	348
De velocitate fluidi erumpentis	162	354

PARS III.

Applicatio Theoriæ ad Phyſicam. *Pag.* 164 *Num.*

Argumentum hujus partis	164	358
Impenetrabilitas	164	360
Extenſio cujuſmodi ſit in hac Theoria, ubi de Geometria	169	371
Figurabilitas, ubi de mole, maſſa, denſitate	172	375
Mobilitas, & continuitas motuum	175	383
Æqualitas actionis, & reactionis	178	388
Diviſibilitas quæ ſit: componibilitas æquivalens diviſibilitati in infinitum	179	391
Immutabilitas primorum materiæ elementorum	181	398
Gravitas	182	399
Cohæſio	185	406
Diſcrimina inter particulas	191	419
Soliditas, & fluiditas	194	426
Virgæ rigidæ, flexiles, elaſticæ, fragiles	199	436
Viſcoſitas	200	438
Certæ quorundam corporum figuræ	200	439
De fluidorum reſiſtentia	203	442
De elaſticis, & mollibus	204	446
Ductilitas, & Malleabilitas	205	448
Denſitas indifferens ad omnes proprietates	206	449
Vulgaria 4 elementa quid ſint	206	450
De operationibus chemicis ſingillatim	207	451
De natura ignis	215	467
De lumine, ubi de omnibus ejus proprietatibus, ac de Phoſphoris	217	472
De ſapore, & odore	234	503

De

De ſono - - - - - - - - - - 235 504
De tactu, ubi de frigore, & calore - - - - - 237 507
De electricitate, ubi de analogia, & differentia materiæ electricæ, & igneæ - - - - - 239 511
De Magnetiſmo - - - - - - - - 242 514
Quid ſit materia, forma, corruptio, alteratio - - 243 516

APPENDIX.

Ad Metaphyſicam pertinens 248 525
De Anima - - - - - - - - - - - 248 526
De DEO - - - - - - - - - - - 254 539

SUPPLEMENTA.

§. I. De Spatio, & Tempore. - - - - - - 264 1
§. II. De Spatio, ac Tempore, ut a nobis cognoſcuntur - - - - - - - - - - - 273 18
§ III. Solutio analytica Problematis determinantis naturam legis virium - - - - - - - 277 25
§. IV. Contra vires in minimis diſtantiis attractivas, & excreſcentes in infinitum - - - - - 289 77
§. V. De Æquilibrio binarum maſſarum connexarum invicem per bina alia puncta - - - - 293 86
§. VI. Epiſtola ad P. Scherffer - - - - - 297 93

NOI RIFORMATORI
Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di Reviſione, ed Approvazione del P. *F. Gio. Paolo Zapparella* Inquiſitor Generale del Santo Officio di *Venezia* nel Libro intitolato *Philoſophiæ Naturalis Theoria redacta ad unicam legem virium in natura exiſtentium Auctore P. Rogerio Joſepho Boſcovich &c.* non v'eſſer coſa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per atteſtato del Segretario Noſtro, niente contro Principi, e buoni coſtumi concediamo licenza a *Giambattiſta Remondini* Stampator *di Venezia*, che poſſa eſſere ſtampato, oſſervando gli ordini in materia di ſtampe, e preſentando le ſolite Copie alle Publiche Librerie di Venezia, e di Padova.

Dat. li 7. Settembre 1758.

(Gio. Emo Procurator Rif.
(Z. Alviſe Mocenigo Rif.
(

Regiſtrato in Libro a carte 47. al num. 383.

Gio: Girolamo Zuccato Segretario.

Adì 18. Settembre 1758.

Regiſtrato nel Magiſtr. Eccellentiſs. degli Eſec. contro la Beſtemmia

Gio. Pietro Dolfin Segretario.

PHI-

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
THEORIA.

PARS I.

Theoriæ expoſitio, analytica deductio, & vindicatio.

1. Virium mutuarum Theoria, in quam incidi jam ab Anno 1745, dum e notiſſimis principiis alia ex aliis conſectaria eruerem, & ex qua ipſam ſimplicium materiæ elementorum conſtitutionem deduxi, ſyſtema exhibet medium inter Leibnitianum, & Newtonianum, quod nimirum & ex utroque habet plurimum, & ab utroque plurimum diffidet; at utroque in immenſum ſimplicius, proprietatibus corporum generalibus ſane omnibus, & (Cujuſmodi ſyſtema Theoria exhibeat.)

Digitized by Google

peculiaribus quibuſque præcipuis per accuratiſſimas demonſtrationes deducendis eſt profecto mirum in modum idoneum.

In quo conveniat cum ſyſtemate Newtoniano, & Leibnitiano.

2. Habet id quidem ex Leibnitii Theoria elementa prima ſimplicia, ac prorſus inextenſa: habet ex Newtoniano ſyſtemate vires mutuas, quæ pro aliis punctorum diſtantiis a ſe invicem aliæ ſint; & quidem ex ipſo itidem Newtono non ejuſmodi vires tantummodo, quæ ipſa puncta determinent ad acceſſum, quas vulgo attractiones nominant; ſed etiam ejuſmodi, quæ determinent ad receſſum, & appellantur repulſiones: atque id ipſum ita, ut, ubi attractio deſinat, ibi, mutata diſtantia, incipiat repulſio, & vice verſa, quod nimirum Newtonus idem in poſtrema Opticæ Quæſtione propoſuit, ac exemplo tranſitus a poſitivis ad negativa, qui habetur in algebraicis formulis, illuſtravit. Illud autem utrique ſyſtemati commune eſt cum hoc meo, quod quævis particula materiæ cum aliis quibuſvis, utcunque remotis, ita connectitur, ut ad mutationem utcunque exiguam in poſitione unius cujuſvis, determinationes ad motum in omnibus reliquis immutentur, & niſi forte elidantur omnes oppoſitæ, qui caſus eſt infinities improbabilis, motus in iis omnibus aliquis inde ortus habeatur.

In quo differat a Leibnitiano, & ipſi præſtet.

3. Diſtat autem a Leibnitiana Theoria longiſſime, tum quia nullam extenſionem continuam admittit, quæ ex contiguis, & ſe contingentibus inextenſis oriatur: in quo quidem difficultas jam olim contra Zenonem propoſita, & nunquam ſane aut ſoluta ſatis, aut ſolvenda, de compenetratione omnimoda inextenſorum contiguorum, eandem vim adhuc habet contra Leibnitianum ſyſtema: tum quia homogeneitatem admittit in elementis, omni maſſarum diſcrimine a ſola diſpoſitione, & diverſa combinatione derivato, ad quam homogeneitatem in elementis, & diſcriminis rationem in maſſis, ipſa nos Naturæ analogia ducit, ac chemicæ reſolutiones inprimis, in quibus cum ad adeo pauciora numero, & adeo minus inter ſe diverſa principiorum genera, in compoſitorum corporum analyſi deveniatur, id ipſum indicio eſt, quo ulterius promoveri poſſit analyſis, eo ad majorem ſimplicitatem, & homogeneitatem deveniri debere, adeoque in ultima demum reſolutione ad homogeneitatem, & ſimplicitatem ſummam, contra quam quidem indiſcernibilium principium, & principium rationis ſufficientis uſque adeo a Leibnitianis deprædicata, meo quidem judicio, nihil omnino poſſunt.

In quo differat a Newtoniano, & ipſi præſtet.

4. Diſtat itidem a Newtoniano ſyſtemate quamplurimum, tum in eo, quod ea, quæ Newtonus in ipſa poſtrema Quæſtione Opticæ conatus eſt explicare per tria principia, gravitatis, cohæſionis, fermentationis, immo & reliqua quamplurima, quæ ab iis tribus principiis omnino non pendent, per unicam explicat legem virium, expreſſam unica, & ex pluribus inter ſe commixtis non compoſita algebraica formula, vel unica continua geometrica curva: tum in eo, quod in minimis

nimis diſtantiis vires admittat non poſitivas, ſive attractivas, uti Newtonus, ſed negativas, ſive repulſivas, quamvis itidem eo majores in infinitum, quo diſtantiæ in infinitum decreſcant. Unde illud neceſſario conſequitur, ut nec cohæſio a contactu immediato oriatur, quam ego quidem longe aliunde deſumo; nec ullus immediatus, &, ut illum appellare ſoleo, mathematicus materiæ contactus habeatur, quod ſimplicitatem, & inextenſionem inducit elementorum, quæ ipſe variarum figurarum voluit, & partibus a ſe invicem diſtinctis compoſita, quamvis ita cohærentia, ut nulla Naturæ vi diſſolvi poſſit compages, & adhæſio labefactari, quæ adhæſio ipſi, reſpectu virium nobis cognitarum, eſt abſolute infinita.

Ubi de ipſa actum ante; & quid promiſſum.

5. Quæ ad ejuſmodi Theoriam pertinentia hucuſque ſunt edita, continentur diſſertationibus meis, *De viribus vivis*, edita Anno 1745, *De Lumine* A. 1748, *De Lege Continuitatis* A. 1754, *De Lege virium in natura exiſtentium* A. 1755, *De diviſibilitate materiæ, & principiis corporum* A. 1757, ac in meis *Supplementis* Stayanæ Philoſophiæ verſibus traditæ, cujus primus Tomus prodiit A. 1755: eandem autem ſatis dilucide propoſuit, & ampliſſimum ipſius per omnem Phyſicam demonſtravit uſum vir e noſtra Societate doctiſſimus Carolus Benvenutus in ſua *Phyſicæ Generalis Synopſi* edita Anno 1754. In ea Synopſi propoſuit idem & meam deductionem æquilibrii binarum maſſarum, viribus parallelis animatarum, quæ ex ipſa mea Theoria per notiſſimam legem compoſitionis virium, & æqualitatis inter actionem, & reactionem, fere ſponte conſequitur, cujus quidem in ſupplementis illis §. 4. ad lib. 3. mentionem feci, ubi & quæ in diſſertatione *De centro Gravitatis* edideram, paucis propoſui; & de centro oſcillationis agens, protuli aliorum methodos præcipuas quaſque, quæ ipſius determinationem a ſubſidiariis tantummodo principiis quibuſdam repetunt. Ibidem autem de æquilibrii centro agens illud affirmavi: *In Natura nullæ ſunt rigidæ virgæ, inflexiles, & omni gravitate, ac inertia carentes, adeoque nec revera ullæ leges pro iis conditæ; & ſi ad genuina, & ſimpliciſſima naturæ principia res exigatur, invenietur, omnia pendere a compoſitione virium, quibus in ſe invicem agunt particulæ materiæ; a quibus nimirum viribus omnia Naturæ phænomena proficiſcuntur.* Ibidem autem exhibitis aliorum methodis ad centrum oſcillationis pertinentibus, promiſi, me in quarto ejuſdem Philoſophiæ tomo ex genuinis principiis inveſtigaturum, ut æquilibrii, ſic itidem oſcillationis centrum.

Qua occaſione hoc de ipſa conſcriptum opus.

6. Porro cum nuper occaſio ſe mihi præbuiſſet inquirendi in ipſum oſcillationis centrum ex meis principiis, urgente Scherffero noſtro viro doctiſſimo, qui in eodem hoc Academico Societatis Collegio noſtros Matheſim docet; caſu incidi in theorema ſimpliciſſimum ſane, & admodum elegans, quo trium maſſarum in ſe mutuo agentium comparantur vires,

Digitized by Google

quod quidem ipſa fortaſſe tanta ſua ſimplicitate effugit hucuſque Mechanicorum oculos; niſi forte ne effugerit quidem, ſed alicubi jam ab alio quopiam inventum, & editum, me, quod admodum facile fieri poteſt, adhuc latuerit, ex quo theoremate & æquilibrium, ac omne vectium genus, & momentorum menſura pro machinis, & oſcillationis centrum etiam pro caſu, quo oſcillatio fit in latus in plano ad axem oſcillationis perpendiculari, & centrum percuſſionis ſponte fluunt, & quod ad ſublimiores alias perquiſitiones viam aperit admodum patentem. Cogitaveram ego quidem initio brevi diſſertatiuncula hoc theorema tantummodo edere cum conſectariis, ac breve Theoriæ meæ ſpecimen quoddam exponere; ſed paullatim excrevit opuſculum, ut demum & Theoriam omnem expoſuerim ordine ſuo, & vindicarim, & ad Mechanicam prius, tum ad Phyſicam fere univerſam applicaverim, ubi & quæ maxime notatu digna erant, in memoratis diſſertationibus ordine ſuo digeſſi omnia, & alia adjeci quamplurima, quæ vel olim animo conceperam, vel modo ſeſe obtulerunt ſcribenti, & omnem hanc rerum farraginem animo pervolventi.

Prima elementa indiviſibilia, inextenſa, nec contigua.

7. Prima elementa materiæ mihi ſunt puncta prorſus indiviſibilia, & inextenſa, quæ in immenſo vacuo ita diſperſa ſunt, ut bina quævis a ſe invicem diſtent per aliquod intervallum, quod quidem indefinite augeri poteſt, & minui, ſed penitus evaneſcere non poteſt, ſine compenetratione ipſorum punctorum: eorum enim contiguitatem nullam admitto poſſibilem; ſed illud arbitror omnino certum, ſi diſtantia duorum materiæ punctorum ſit nulla, idem prorſus ſpatii vulgo concepti punctum indiviſibile occupari ab utroque debere, & haberi veram, ac omnimodam compenetrationem. Quamobrem non vacuum ego quidem admitto diſſeminatum in materia, ſed materiam in vacuo diſſeminatam, atque innatantem.

Forma inertiæ vis cujuſmodi.

8. In hiſce punctis admitto determinationem perſeverandi in eodem ſtatu quietis, vel motus uniformis in directum (a) in quo ſemel ſint poſita, ſi ſeorſum ſingula in Natura exiſtant; vel ſi alia alibi exiſtant puncta, componendi per notam, & communem methodum compoſitionis virium, & motuum, parallelogrammorum ope, præcedentem motum cum motu

(a) *Id quidem reſpectu ejus ſpatii, in quo continemur nos, & omnia, quæ noſtris obverſari ſenſibus poſſunt, corpora; quod quidem ſpatium ſi quieſcat, nihil ego in ea re a reliquis differo; ſi forte moveatur motu quopiam, quem motum ex hujuſmodi determinatione ſequi debeant ipſa materiæ puncta; tum hæc mea erit quædam non abſoluta, ſed reſpectiva inertiæ vis, quam ego quidem expoſui & in diſſertatione* De Maris æſtu, *& in* Supplementis Stayanis *Lib.* 1. §. 13.*; ubi etiam illud occurrit, quam ob cauſam ejuſmodi reſpectivam inertiam excogitarim, & quibus rationibus evinci putem, abſolutam omnino demonſtrari non poſſe; ſed ea huc non pertinent.*

Digitized by Google

tu, quem determinant vires mutuæ, quas inter bina quævis puncta agnoſco a diſtantiis pendentes, & iis mutatis mutatas, juxta generalem quandam omnibus communem legem. In ea determinatione ſtat illa, quam dicimus, inertiæ vis, quæ, an a libera pendeat Supremi Conditoris lege, an ab ipſa punctorum natura, an ab aliquo iis adjecto, quodcunque iſtud ſit, ego quidem non quæro; nec vero, ſi velim quærere, inveniendi ſpem habeo; quod idem ſane cenſeo de ea virium lege, ad quam gradum jam facio.

Eorundem vires mutuæ in aliis diſtantiis attractivæ, in aliis repulſivæ: virium ejuſmodi exempla.

9. Cenſeo igitur bina quæcunque materiæ puncta determinari æque in aliis diſtantiis ad mutuum acceſſum, in aliis ad receſſum mutuum, quam ipſam determinationem appello vim, in priore caſu attractivam, in poſteriore repulſivam, eo nomine non agendi modum, ſed ipſam determinationem exprimens, undecunque proveniat, cujus vero magnitudo mutatis diſtantiis mutetur & ipſa ſecundum certam legem quandam, quæ per geometricam lineam curvam, vel algebraicam formulam exponi poſſit, & oculis ipſis, uti moris eſt apud Mechanicos, repræſentari. Vis mutuæ a diſtantia pendentis, & ea variata itidem variatæ, atque ad omnes in immenſum & magnas, & parvas diſtantias pertinentis, habemus exemplum in ipſa Newtoniana generali gravitate mutata in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quæ idcirco nunquam e poſitiva in negativam migrare poteſt, adeoque ab attractiva ad repulſivam, ſive a determinatione ad acceſſum ad determinationem ad receſſum nuſquam migrat. Verum in elaſtris inflexis habemus etiam imaginem ejuſmodi vis mutuæ variatæ ſecundum diſtantias, & a determinatione ad receſſum migrantis in determinationem ad acceſſum, & vice verſa. Ibi enim ſi duæ cuſpides, compreſſo elaſtro, ad ſe invicem accedant, acquirunt determinationem ad receſſum, eo majorem, quo magis, compreſſo elaſtro, diſtantia decreſcit; aucta diſtantia cuſpidum, vis ad receſſum minuitur, donec in quadam diſtantia evaneſcat, & fiat prorſus nulla; tum diſtantia adhuc aucta, incipit determinatio ad acceſſum, quæ perpetuo eo magis creſcit, quo magis cuſpides a ſe invicem recedunt: ac ſi e contrario cuſpidum diſtantia minuatur perpetuo; determinatio ad acceſſum itidem minuetur, evaneſcet, & in determinationem ad receſſum mutabitur. Ea determinatio oritur utique non ab immediata cuſpidum actione in ſe invicem, ſed a natura, & forma totius intermediæ laminæ plicatæ; ſed hic phyſicam rei cauſam non moror, & ſolum perſequor exemplum determinationis ad acceſſum, & receſſum, quæ determinatio in aliis diſtantiis alium habeat niſum, & migret etiam ab altera in alteram.

Virium earundem lex.

10. Lex autem virium eſt ejuſmodi, ut in minimis diſtantiis ſint repulſivæ, atque eo majores in infinitum, quo diſtantiæ ipſæ minuuntur in infinitum, ita, ut pares ſint extinguen-

dæ

dæ cuivis velocitati utcunque magnæ, cum qua punctum alterum ad alterum poſſit accedere, antequam eorum diſtantia evaneſcat; diſtantiis vero auctis minuuntur ita, ut in quadam diſtantia perquam exigua evadat vis nulla: tum adhuc, aucta diſtantia, mutentur in attractivas, primoquidem creſcentes, tum decreſcentes, evaneſcentes, abeuntes in repulſivas, eodem pacto creſcentes, deinde decreſcentes, evaneſcentes, migrantes iterum in attractivas, atque id per vices in diſtantiis plurimis, ſed adhuc perquam exiguis, donec, ubi ad aliquanto majores diſtantias ventum ſit, incipiant eſſe perpetuo attractivæ, & ad ſenſum reciproce proportionales quadratis diſtantiarum, atque id vel utcunque augeantur diſtantiæ etiam in infinitum, vel ſaltem donec ad diſtantias deveniatur omnibus Planetarum, & Cometarum diſtantiis longe majores.

Legis ſimplicitas exprimibilis per continuam curvam.

11. Hujuſmodi lex primo aſpectu videtur admodum complicata, & ex diverſis legibus temere inter ſe coagmentatis coaleſcens; at ſimpliciſſima, & prorſus incompoſita eſſe poteſt, expreſſa videlicet per unicam continuam curvam, vel ſimplicem Algebraicam formulam, uti innui ſuperius. Hujuſmodi curva linea eſt admodum apta ad ſiſtendam oculis ipſis ejuſmodi legem, nec requirit Geometram, ut id præſtare poſſit: ſatis eſt, ut quis eam intueatur tantummodo, & in ipſa, ut in imagine quadam ſolemus intueri depictas res qualeſcunque, virium illarum indolem contempletur. In ejuſmodi curva eæ, quas Geometræ abſciſſas dicunt, & ſunt ſegmenta axis, ad quem ipſa refertur curva, exprimunt diſtantias binorum punctorum a ſe invicem; illæ vero, quæ dicuntur ordinatæ, ac ſunt perpendiculares lineæ ab axe ad curvam ductæ, referunt vires; quæ quidem, ubi ad alteram jacent axis partem, exhibent vires attractivas; ubi jacent ad alteram, repulſivas, & prout curva accedit ad axem, vel recedit, minuuntur ipſæ etiam, vel augentur: ubi curva axem ſecat, & ab altera ejus parte tranſit ad alteram, mutantibus directionem ordinatis, abeunt ex poſitivis in negativas, vel vice verſa: ubi autem arcus curvæ aliquis ad rectam quampiam axi perpendicularem in infinitum productam ſemper magis accedit ita ultra quoſcumque limites, ut nunquam in eam recidat, quem arcum aſymptoticum appellant Geometræ, ibi vires ipſæ in infinitum excreſcunt.

Forma curvæ ipſius.

12. Ejuſmodi curvam exhibui, & expoſui in diſſertationibus De *Viribus vivis* a Num. 51, *De Lumine* Num. 5, *De Lege virium in Naturam exiſtentium* a Num. 68, & in ſua *Synopſi Phyſicæ Generalis* P. Benvenutus eandem protulit a Num. 108. En brevem quandam ejus ideam. In Fig. 1. Axis CAC habet in puncto A aſymptotum curvæ rectilineam AB indefinitam, circa quam habentur bini curvæ rami hinc, & inde æquales, prorſus inter ſe, & ſimiles, quorum alter DEFGHIKLMNOPQRSTV habet inprimis arcum ED

Fig. 1.

aſym-

aſymptoticum, qui nimirum ad partes BD, ſi indefinite producatur ultra quoſcunque limites, ſemper magis accedit ad rectam AB productam ultra quoſcunque limites, quin unquam ad eandem deveniat; hinc vero verſus DE perpetuo recedit ab eadem recta, immo etiam perpetuo verſus V ab eadem recedunt arcus reliqui omnes, quin uſpiam receſſus mutetur in acceſſum. Ad axem C'C perpetuo primum accedit, donec ad ipſum deveniat alicubi in E; tum eodem ibi ſecto progreditur, & ab ipſo perpetuo recedit uſque ad quandam diſtantiam F, poſt quam receſſum in acceſſum mutat, & iterum ipſum axem ſecat in G, ac flexibus continuis contorquetur circa ipſum, quem pariter ſecat in punctis quamplurimis, ſed paucas admodum ejuſmodi ſectiones figura exhibet, uti I, L, N, P, R. Demum is arcus deſinit in alterum crus T*ps*V, jacens ex parte oppoſita axis reſpectu primi cruris, quod alterum crus ipſum habet axem pro aſymptoto, & ad ipſum accedit ad ſenſum ita, ut diſtantiæ ab ipſo ſint in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a recta BA.

13. Si ex quovis axis puncto *a*, *b*, *d*, erigatur uſque ad curvam recta ipſi perpendicularis *ag*, *br*, *db*, ſegmentum axis *Aa*, *Ab*, *Ad*, dicitur abſciſſa, & refert diſtantiam duorum materiæ punctorum quorumcunque a ſe invicem; perpendicularis *ag*, *br*, *db*, dicitur ordinata, & exhibet vim repulſivam, vel attractivam, prout jacet reſpectu axis ad partes D, vel oppoſitas. *Abſciſſæ exprimentes diſtantias, ordinatæ exprimentes vires.*

14. Patet autem, in ea curvæ forma ordinatam *ag* augeri ultra quoſcunque limites, ſi abſciſſa A*a*, minuatur pariter ultra quoſcunque limites; quæ ſi augeatur, ut abeat in A*b*, ordinata minuetur, & abibit in *br*, perpetuo imminutam in acceſſu *b* ad E, ubi evaneſcet: tum aucta abſciſſa in A*d*, mutabit ordinata directionem in *db*, ac ex parte oppoſita augebitur prius uſque ad F, tum decreſcet per *il* uſque ad G, ubi evaneſcet, & iterum mutabit directionem regreſſa in *mn* ad illam priorem, donec poſt evaneſcentiam, & directionis mutationem factam in omnibus ſectionibus I, L, N, P, R, fiant ordinatæ *op*, *vs*, directionis conſtantis, & decreſcentes ad ſenſum in ratione reciproca duplicata abſciſſarum A*o*, A*v*. Quamobrem illud eſt manifeſtum, per ejuſmodi curvam exprimi eas ipſas vires, initio repulſivas, & imminutis in infinitum diſtantiis auctas in infinitum, auctis imminutas, tum evaneſcentes, abeuntes, mutata directione, in attractivas, ac iterum evaneſcentes, mutataſque per vices; donec demum in ſatis magna diſtantia evadant attractivæ ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. *Mutationes ordinatarum, & virium iis expreſſarum.*

15. Hæc virium lex a Newtoniana gravitate differt in ductu, & progreſſu curvæ eam exprimentis, quæ nimirum, ut in fig. 2, apud Newtonum eſt hyperbola DV gradus tertii, jacens tota citra axem, quem nuſpiam ſecat, jacentibus omnibus *Diſcrimen hujus legis virium a gravitate Newtoniana: ejus uſus in Phyſica: ordo*

Digitized by Google

pertractandorum. Fig. 1.

bus ordinatis *vs*, *op*, *bt*, *ag* ex parte attractiva, ut idcirco nulla habeatur mutatio e poſitivo in negativum, ex attractione in repulſionem, vel vice verſa; cæterum utraque per ductum exponitur curvæ continuæ habentis duo crura infinita aſymptotica in ramis ſingulis utrinque in infinitum productis. Ex hujuſmodi autem virium lege, & ex ſolis principiis Mechanicis notiſſimis, nimirum quod ex pluribus viribus, vel motibus componatur vis, vel motus quidam ope parallelogrammorum, quorum latera exprimant vires, vel motus componentes, & quod vires ejuſmodi in punctis ſingulis, tempuſculis ſingulis æqualibus, inducant velocitates, vel motus proportionales ſibi, omnes mihi profluunt generales, & præcipuæ quæque particulares proprietates corporum, uti etiam ſuperius innui, nec ad ſingulares proprietates derivandas in genere affirmo, eas haberi per diverſam combinationem, ſed combinationes ipſas evolvo, & geometrice demonſtro, quæ e quibus combinationibus phænomena, & corporum ſpecies oriri debeant. Verum antequam ea evolvo in parte ſecunda, & tertia, oſtendam in hac prima, qua via, & quibus poſitivis rationibus ad eam virium legem devenerim, & qua ratione illam elementorum materiæ ſimplicitatem eruerim, tum, quæ difficultatem aliquam videantur habere poſſe, diſſolvam.

Occaſio inveniendæ Theoriæ ex conſideratione impulſus.

16. Cum anno 1745 *De Viribus vivis* diſſertationem conſcriberem, & omnia, quæ a viribus vivis repetunt, qui Leibnitianam tuentur ſententiam, & vero etiam plerique ex iis, qui per ſolam velocitatem vires vivas metiuntur, repeterem immediate a ſola velocitate genita per potentiarum vires, quæ juxta communem omnium Mechanicorum ſententiam velocitates vel generant, vel utcunque inducunt proportionales ſibi, & tempuſculis, quibus agunt, uti eſt gravitas, elaſticitas, atque aliæ vires ejuſmodi; cœpi aliquanto diligentius inquirere in eam productionem velocitatis, quæ per impulſum cenſetur fieri, ubi tota velocitas momento temporis produci creditur ab iis, qui idcirco percuſſionis vim infinities majorem eſſe cenſent viribus omnibus, quæ preſſionem ſolam momentis ſingulis exercent. Statim illud mihi ſeſe obtulit, alias pro percuſſionibus ejuſmodi, quæ nimirum momento temporis finitam velocitatem inducant, actionum leges haberi debere.

Origo ejuſdem ex oppoſitione impulſus immediati cum lege Continuitatis.

17. Verum re altius conſiderata, mihi illud incidit, ſi recta utamur ratiocinandi methodo, eum agendi modum ſubmovendum eſſe a Natura, quæ nimirum eandem ubique virium legem, ac eandem agendi rationem adhibeat: impulſum nimirum immediatum alterius corporis in alterum, & immediatam percuſſionem haberi non poſſe ſine illa productione finitæ velocitatis facta momento temporis indiviſibili, & hanc ſine ſaltu quodam, & læſione illius, quam legem *Continuitatis* appellant, quam quidem legem in Natura exiſtere, & quidem ſatis valida

validâ ratione evinci poſſe exiſtimabam. En autem ratiocinationem ipſam, qua tum quidem primo ſum uſus, ac deinde novis aliis, atque aliis meditationibus illuſtravi, ac confirmavi.

18. Concipiantur duo corpora æqualia, quæ moveantur in directum verſus eandem plagam, & id, quod præcedit, habeat gradus velocitatis 6, id vero, quod ipſum perſequitur, gradus 12. Si hoc poſterius cum ſua illa velocitate illæſa deveniat ad immediatum contactum cum illo priore; oportebit utique, ut ipſo momento temporis, quo ad contactum devenerint, illud poſterius minuat velocitatem ſuam, & illud prius ſuam augeat, utrumque per ſaltum, abeunte hoc a 12 ad 9, illo a 6 ad 9, ſine ullo tranſitu per intermedios gradus 11, & 7; 10, & 8; $9\frac{1}{2}$, & $8\frac{1}{2}$ &c. Neque enim fieri poteſt, ut per aliquam utcunque exiguam continui temporis particulam ejuſmodi mutatio fiat per intermedios gradus, durante contactu. Si enim aliquando alterum corpus jam habuit 7 gradus velocitatis, & alterum adhuc retinet 11; toto illo tempuſculo, quod effluxit ab initio contactus, quando velocitates erant 12, & 6, ad id tempus, quo ſunt 11, & 7, corpus ſecundum debuit moveri cum velocitate majore, quam primum, adeoque plus percurrere ſpatii, quam illud, & proinde anterior ejus ſuperficies debuit transcurrere ultra illius poſteriorem ſuperficiem, & idcirco pars aliqua corporis ſequentis cum aliqua antecedentis corporis parte compenetrari debuit, quod cum ob impenetrabilitatem, quam in materia agnoſcunt paſſim omnes Phyſici, & quam ipſi tribuendam omnino eſſe, facile evincitur, fieri omnino non poſſit; oportuit ſane, in ipſo primo initio contactus, in ipſo indiviſibili momento temporis, quod, inter tempus continuum præcedens contactum, & ſubſequens, eſt indiviſibilis limes, ut punctum apud Geometras eſt limes indiviſibilis inter duo continuæ lineæ ſegmenta, mutatio velocitatum facta fuerit per ſaltum ſine tranſitu per intermedias, læſa penitus illa continuitatis lege, quæ itum ab una magnitudine ad aliam ſine tranſitu per intermedias omnino vetat. Quod autem in corporibus æqualibus diximus de tranſitu immediato utriuſque ad 9 gradus velocitatis, recurrit utique in iiſdem, vel in utcunque inæqualibus de quovis alio tranſitu ad numeros quoſvis. Nimirum ille poſterioris corporis exceſſus graduum 6 momento temporis auferri debet, ſive imminuta velocitate in ipſo, ſive aucta in priore, vel in altero imminuta utcunque, & aucta in altero, quod utique ſine ſaltu, qui omiſſis infinitis intermediis velocitatibus habeatur, obtineri omnino non poterit.

Læſio legis Continuitatis neceſſaria, ſi corpus velocius immediate incurrat in minus velox.

19. Sunt, qui difficultatem omnem ſubmoveri poſſe cenſeant, dicendo, id quidem ita ſe habere debere, ſi corpora dura habeantur, quæ nimirum nullam compreſſionem ſentiant, nullam mutationem figuræ; & quoniam hæc a multis excluduntur penitus a Natura; dum ſe duo globi contingunt, introceſſione, & com-

Objectio petita a negatione durorum corporum.

& compreſſione partium fieri poſſe, ut in ipſis corporibus velocitas immutetur per omnes intermedios gradus tranſitu facto, & omnis argumenti vis eludatur.

Ea uti non poſſe, qui admittunt elementa ſolida, & dura.

20. At inprimis ea reſponſione uti non poſſunt, quicunque cum Newtono, & vero etiam cum pleriſque veterum Philoſophorum prima elementa materiæ omnino dura admittunt, & ſolida, cum adhæſione infinita, & impoſſibilitate abſoluta mutationis figuræ. Nam in primis elementis illis ſolidis, & duris, quæ in anteriore adſunt ſequentis corporis parte, & in præcedentis poſteriore, quæ nimirum ſe mutuo immediate contingunt, redit omnis argumenti vis prorſus illæſa.

Extenſionem continuam requirere primos poros, & parietes ſolidos, ac duros.

21. Deinde vero illud omnino intelligi ſane non poteſt, quo pacto corpora omnia partes aliquas poſtremas circa ſuperficiem non habeant penitus ſolidas, quæ idcirco comprimi omnino non poſſint. In materia quidem, ſi continua ſit, diviſibilitas in infinitum haberi poteſt, & vero etiam debet; at actualis diviſio in infinitum difficultates ſecum trahit ſine inextricabiles; qua tamen diviſione in infinitum ii indigent, qui nullam in corporibus admittunt particulam utcunque exiguam compreſſionis omnis expertem penitus, atque incapacem. Ii enim debent admittere, particulam quamcunque actu interpoſitis poris diſtinctam, diviſamque in plures pororum ipſorum velut parietes, poris tamen ipſis iterum diſtinctos. Illud ſine intelligi non poteſt, qui fiat, ut, ubi e vacuo ſpatio tranſitur ad corpus, non aliquis continuus haberi debeat alicujus in ſe determinatæ craſſitudinis paries uſque ad primum porum, poris utique carens; vel quomodo, quod eodem recidit, nullus ſit extimus, & ſuperficiei externæ omnium proximus porus, qui nimirum, ſi ſit aliquis, parietem habeat utique poris expertem, & compreſſionis incapacem, in quo omnis argumenti ſuperioris vis redit prorſus illæſa.

Læſio legis Continuitatis ſaltem in primis ſuperficiebus, vel punctis.

22. At ea etiam, utcunque penitus inintelligibili, ſententia admiſſa, redit omnis eadem argumenti vis in ipſa prima, & ultima corporum ſe immediate contingentium ſuperficie, vel ſi nullæ continuæ ſuperficies congruant, in lineis, vel punctis. Quidquid enim ſit id, in quo contactus fiat, debet utique eſſe aliquid, quod nimirum impenetrabilitati occaſionem præſtet, & cogat motum in ſequente corpore minui, in præcedente augeri: id, quidquid eſt, in quo exeritur impenetrabilitatis vis, quo fit immediatus contactus, id ſane velocitatem mutare debet per ſaltum, ſine tranſitu per intermedia, & in eo continuitatis lex abrumpi debet, atque labefactari, ſi ad ipſum immediatum contactum cum illo velocitatum diſcrimine deveniatur. Id vero eſt ſane aliquid in quacunque e ſententiis omnibus continuam extenſionem tribuentibus materiæ. Eſt nimirum realis affectio quædam corporis, videlicet ejus limes ultimus realis, ſuperficies, realis ſuperficiei limes linea, realis lineæ limes punctum, quæ affectiones utcunque in iis ſententiis ſint prorſus inſeparabiles

ab ipſo

ab ipſo corpore, ſunt tamen non utique intellectu confictæ, ſed reales, quæ nimirum reales dimenſiones aliquas habent, ut ſuperficies binas, linea unam, ac realem motum, & translationem cum ipſo corpore, cujus idcirco in iis ſententiis debent eſſe affectiones quædam, vel modi.

Objectio petita a voce maſſa, & motus, quæ ſuperficiebus, & punctis non conveniant.

23. Eſt, qui dicat, nullum in iis committi ſaltum idcirco, quod cenſendum ſit, nullum habere motum, ſuperficiem, lineam, punctum, quæ maſſam habeant nullam. Motus, inquit, a Mechanicis habet pro menſura maſſam in velocitatem ductam; maſſa autem eſt ſuperficies baſeos ducta in craſſitudinem, ſive altitudinem, ex. gr. in priſmatis. Quo minor eſt ejuſmodi craſſitudo, eo minor eſt maſſa, & motus, ac ipſa craſſitudine evaneſcente, evaneſcat oportet & maſſa, & motus.

Reſponſionis initium: ſuperficiem, lineam, punctum, poſita extenſione continua, eſſe aliquid.

24. Verum qui ſic ratiocinatur, inprimis ludit in ipſis vocibus. Maſſam vulgo appellant quantitatem materiæ, & motum corporum metiuntur per maſſam ejuſmodi, ac velocitatem. At quemadmodum in ipſa geometrica quantitate tria genera ſunt quantitatum, corpus, vel ſolidum, quod trinam dimenſionem habet, ſuperficies, quæ binas, linea, quæ unicam, quibus accedit lineæ limes punctum, omni dimenſione, & extenſione carens; ſic etiam in Phyſica habetur in communi ſententia corpus tribus extenſionis ſpeciebus præditum; ſuperficies, realis extimus corporis limes, prædita binis; linea, limes realis ſuperficiei, habens unicam; & ejuſdem lineæ indiviſibilis limes punctum. Utrobique alterum alterius eſt limes, non pars, & quatuor diverſa genera conſtituunt. Superficies eſt nihil corporeum, ſed non & nihil ſuperficiale, quin immo partes habet, & augeri poteſt, & minui; & eodem pacto linea in ratione quidem ſuperficiei eſt nihil, ſed aliquid in ratione lineæ; ac ipſum demum punctum eſt aliquid in ſuo genere, licet in ratione lineæ ſit nihil.

Quo pacto nomen maſſæ poſſit, motus debeat convenire ſuperficiebus, lineis, punctis.

25. Hinc autem in iis ipſis maſſa quædam conſiderari poteſt duarum dimenſionum, vel unius, vel etiam nullius continuæ dimenſionis, ſed numeri punctorum tantummodo, uti quantitas ejus generis deſignetur; quod ſi pro iis etiam uſurpetur nomen maſſæ generaliter, motus quantitas definiri poterit per productum ex velocitate, & maſſa; ſi vero maſſæ nomen tribuendum ſit ſoli corpori, tum motus quidem corporis menſura erit maſſa in velocitatem ducta; ſuperficiei, lineæ, punctorum quotcunque motus pro menſura habebit quantitatem ſuperficiei, vel lineæ, vel numerum punctorum in velocitatem ducta; ſed motus utique iis omnibus ſpeciebus tribuendus erit, eruntque quatuor motuum genera, ut quatuor ſunt quantitatum, ſolidi, ſuperficiei, lineæ, punctorum; ac ut altera harum erit nihil in alterius ratione, non in ſua; ita alterius motus erit nihil in ratione alterius, ſed erit ſane aliquid in ratione ſui, non purum nihil.

Digitized by Google

Motum paſſim tribui punctis: fore, ut in eo lædatur Continuitatis lex.

26. Et quidem ipſi Mechanici vulgo motum tribuunt & ſuperficiebus, & lineis, & punctis, ac centri gravitatis motum ubique nominant Phyſici, quod centrum utique punctum eſt aliquod, non corpus trina præditum dimenſione, quam iſte ad motus rationem, & appellationem requirit, ludendo, ut ajebam, in verbis. Porro in ejuſmodi motibus extimarum ſaltem ſuperficierum, vel linearum, vel punctorum, ſaltus omnino committi debet, ſi ea ad contactum immediatum deveniant cum illo velocitatum diſcrimine, & continuitatis lex violari.

Fore, ut ea lædatur ſaltem in velocitate punctorum.

27. Verum hac omni diſquiſitione omiſſa de notione motus, & maſſæ, ſi factum ex velocitate, & maſſa, evaneſcente una e tribus dimenſionibus, evaneſcit; remanet utique velocitas reliquarum dimenſionum, quæ remanet, ſi eæ reapſe remanent, uti quidem omnino remanent in ſuperficie, & ejus velocitatis mutatio haberi deberet per ſaltum, ac in ea violari continuitatis lex jam toties memorata.

Objectio ex impenetrabilitate admiſſa in minimis particulis, & ejus confutatio.

28. Hæc quidem ita evidentia ſunt, ut omnino dubitari non poſſit, quin continuitatis lex infringi debeat, & ſaltus in Naturam induci, ubi cum velocitatis diſcrimine ad ſe invicem accedant corpora, & ad immediatum contactum deveniant, ſi modo impenetrabilitas corporibus tribuenda ſit, uti revera eſt. Eam quidem non in integris tantummodo corporibus, ſed in minimis etiam quibuſque corporum particulis, atque elementis agnoverunt Phyſici univerſi. Fuit ſane, qui poſt meam editam Theoriam, ut ipſam vim mei argumenti infringeret, affirmarit, minimas corporum particulas poſt contactum ſuperficierum compenetrari non nihil, & poſt ipſam compenetrationem mutari velocitates per gradus. At id ipſum facile demonſtrari poteſt contrarium illi inductioni, & analogiæ, quam unam habemus in Phyſica inveſtigandis generalibus naturæ legibus idoneam, cujus inductionis vis quæ ſit, & quibus in locis uſum habeat, quorum locorum unus eſt hic ipſe impenetrabilitatis ad minimas quaſque particulas extendendæ, inferius exponam.

Objectio a voce motus *aſſumpta pro mutatione: confutatio ex realitate motus localis.*

29. Fuit itidem e Leibnitianorum familia, qui poſt evulgatam Theoriam meam cenſuerit, difficultatem ejuſmodi amoveri poſſe dicendo, duas monades ſibi etiam invicem occurrentes cum velocitatibus quibuſcunque oppoſitis æqualibus, poſt ipſum contactum pergere moveri ſine locali progreſſione. Eam progreſſionem, ajebat, revera omnino nihil eſſe, ſi a ſpatio percurſo æſtimetur, cum ſpatium ſit nihil; motum utique perſeverare, & extingui per gradus, quia per gradus extinguatur energia illa, qua in ſe mutuo agunt, ſeſe premendo invicem. Is itidem ludit in voce *motus*, quam adhibet pro mutatione quacunque, & actione, vel actionis modo. Motus localis, & velocitas motus ipſius, ſunt ea, quæ ego quidem adhibeo, & quæ ibi abrumpuntur per ſaltum. Ea, ut evidentiſſime conſtat, erant aliqua ante contactum, & poſt contactum momen-

mento temporis in eo caſu abrumpuntur: nec vero ſunt nihil; licet ſpatium pure imaginarium ſit nihil. Sunt realis affectio rei mobilis fundata in ipſis modis localiter exiſtendi, qui modi etiam relationes inducunt diſtantiarum reales utique. Quod duo corpora magis a ſe ipſis invicem diſtent, vel minus; quod localiter celerius moveantur, vel lentius; eſt aliquid non imaginarie tantummodo, ſed realiter diverſum: in eo vero per immediatum contactum ſaltus utique induceretur in eo caſu, quo ego ſuperius ſum uſus.

Qui Continuitatis legem ſummoverint.

30. Et ſane ſummus noſtri ævi Geometra, & Philoſophus Mac-Laurinus, cum etiam ipſe colliſionem corporum contemplatus vidiſſet, nihil eſſe, quod continuitatis legem in colliſione corporum facta per immediatum contactum conſervare, ac tueri poſſet, ipſam continuitatis legem deſerendam cenſuit, quam in eo caſu omnino violari affirmavit in eo opere, quod de Newtoni Compertis inſcripſit, lib. 1, cap. 4. Et ſane ſunt alii nonnulli, qui ipſam continuitatis legem nequaquam admiſerint, quos inter Maupertuiſius, vir celeberrimus, ac de Republica Litteraria optime meritus, abſurdam etiam cenſuit, & quodammodo inexplicabilem. Eodem nimirum in noſtris de corporum colliſione contemplationibus devenimus Mac-Laurinus, & ego, ut videremus in ipſa immediatum contactum, atque impulſionem cum continuitatis lege conciliari non poſſe. At quoniam de impulſione, & immediato corporum contactu ille ne dubitari quidem poſſe arbitrabatur, (nec vero ſcio, an alius quiſquam omnem omnium corporum immediatum contactum ſubducere ſit auſus antea, utcunque aliqui aeris velum, corporis nimirum alterius, in colliſione intermedium retinuerint) continuitatis legem deſeruit, atque infregit.

Theoriæ exortus, ea lege, uti fieri debet, retenta.

31. Aſt ego cum ipſam continuitatis legem aliquanto diligentius conſiderarim, & fundamenta, quibus ea innititur, perpenderim, arbitratus ſum, ipſam omnino e Natura ſubmoveri non poſſe, qua proinde retenta contactum ipſum immediatum ſubmovendum cenſui in colliſionibus corporum, ac ea conſectaria perſecutus, quæ ex ipſa continuitate ſervata ſponte profluebant, directa ratiocinatione delatus ſum ad eam, quam ſuperius expoſui, virium mutuarum legem, quæ conſectaria ſuo quæque ordine proferam, ubi ipſa, quæ ad continuitatis legem retinendam argumenta me movent, attigero.

Lex Continuitatis quid ſit: diſcrimen inter ſtatus, & incrementa.

32. Continuitatis lex, de qua hic agimus, in eo ſita eſt, uti ſuperius innui, ut quævis quantitas, dum ab una magnitudine ad aliam migrat, debeat tranſire per omnes intermedias ejuſdem generis magnitudines. Solet etiam idem exprimi nominando tranſitum per gradus intermedios, quos quidem gradus Maupertuiſius ita accepit, quaſi vero quædam exiguæ acceſſiones fierent momento temporis, in quo quidem is cenſuit violari jam neceſſario legem ipſam, quæ utcunque exiguo ſaltu utique violatur nihilo minus, quam maximo; cum nimirum

Digitized by Google

rum magnum, & parvum ſint tantummodo reſpectiva : & jure quidem id cenſuit ; ſi nomine graduum incrementa magnitudinis cujuſcunque momentanea intelligerentur. Verum id ita intelligendum eſt; ut ſingulis momentis ſinguli ſtatus reſpondeant: incrementa, vel decrementa non niſi continuis tempuſculis.

Geometriæ uſus ad eam exponendam : momenta punctis, tempora continua lineis expreſſa.

33. Id ſane admodum facile concipitur ope Geometriæ. Sit recta quædam AB in fig. 3, ad quam referatur quædam alia linea CDE. Exprimat prior ex iis tempus, uti ſolet utique in ipſis horologiis circularis peripheria ab indicis cuſpide denotata tempus definire. Quemadmodum in Geometria in lineis puncta ſunt indiviſibiles limites continuarum lineæ partium, non vero partes lineæ ipſius; ita in tempore diſtinguendæ erunt partes continui temporis reſpondentes ipſis lineæ partibus, continuæ itidem & ipſæ, a momentis, quæ ſunt indiviſibiles earum partium limites, & punctis reſpondent; nec inpoſterum alio ſenſu agens de tempore *momenti* nomen adhibebo, quam eo indiviſibilis limitis; particulam vero temporis utcunque exiguam, & habitam etiam pro infiniteſima, tempuſculum appellabo.

Fig. 3.

Fluxus ordinatæ tranſeuntis per magnitudines omnes intermedias.

34. Si jam a quovis puncto rectæ AB, ut F, H, erigatur ordinata perpendicularis FG, HI, uſque ad lineam CD; ea poterit repræſentare quantitatem quampiam continuo variabilem. Cuicunque momento temporis F, H, reſpondebit ſua ejus quantitatis magnitudo FG, HI; momentis autem intermediis aliis K, M, aliæ magnitudines, KL, MN, reſpondebunt; ac ſi a puncto G ad I continua, & finita abeat pars lineæ CDE, facile patet, & accurate demonſtrari poteſt, utcunque eadem contorqueatur, nullum fore punctum K intermedium, cui aliqua ordinata KL non reſpondeat; & e converſo nullam fore ordinatam magnitudinis intermediæ inter FG, HI, quæ alicui puncto inter F, H intermedio non reſpondeat.

Idem in quantitate variabili expreſſa: æquivocatio in voce gradus.

35. Quantitas illa variabilis per hanc variabilem ordinatam expreſſa mutatur juxta continuitatis legem, quia a magnitudine FG, quam habet momento temporis F, ad magnitudinem HI, quæ reſpondet momento temporis H, tranſit per omnes intermedias magnitudines KL, MN, reſpondentes intermediis momentis K, M, & momento cuivis reſpondet determinata magnitudo. Quod ſi aſſumatur tempuſculum quoddam continuum KM utcunque exiguum ita, ut inter puncta L, N arcus ipſe LN non mutet receſſum a recta AB in acceſſum; ducta LO ipſi parallela, habebitur quantitas NO, quæ in ſchemate exhibito eſt incrementum magnitudinis ejus quantitatis continuo variatæ. Quo minor eſt ibi temporis particula KM, eo minus eſt id incrementum NO, & illa evaneſcente, ubi congruant momenta K, M, hoc etiam evaneſcit. Poteſt quævis magnitudo KL, MN appellari ſtatus quidam variabilis illius quantitatis, & gradus nomine deberet potius intelli-

telligi illud incrementum N O, quanquam aliquando etiam ille ſtatus, illa magnitudo K L nomine gradus intelligi ſolet, ubi illud dicitur, quod ab una magnitudine ad aliam per omnes intermedios gradus tranſeatur; quod quidem æquivocationibus omnibus occaſionem exhibuit.

Status ſingulos momentis, incrementa vero utcunque parva tempuſculis continuis reſpondere.

36. Sed omiſſis æquivocationibus ipſis, illud, quod ad rem facit, eſt acceſſio incrementorum facta non momento temporis, ſed tempuſculo continuo, quod eſt particula continui temporis. Utcunque exiguum ſit incrementum O N, ipſi ſemper reſpondet tempuſculum quoddam K M continuum. Nullum eſt in linea punctum M ita proximum puncto K, ut ſit primum poſt ipſum; ſed vel congruunt, vel intercipiunt lineolam continua biſectione per alia intermedia puncta perpetuo diviſibilem in infinitum. Eodem pacto nullum eſt in tempore momentum ita proximum alteri præcedenti momento, ut ſit primum poſt ipſum, ſed vel idem momentum ſunt, vel interjacet inter ipſa tempuſculum continuum per alia intermedia momenta diviſibile in infinitum: ac nullus itidem eſt quantitatis continuo variabilis ſtatus ita proximus præcedenti ſtatui, ut ſit primus poſt ipſum acceſſu aliquo momentaneo facto: ſed differentia, quæ inter ejuſmodi ſtatus eſt, debetur intermedio continuo tempuſculo; ac data lege variationis, ſive natura lineæ ipſam exprimentis, & quacunque utcunque exigua acceſſione, inveniri poteſt tempuſculum continuum, quo ea acceſſio advenerit.

Tranſitus ſine ſaltu, etiam a poſitivis ad negativa per nihilum, quod tamen non eſt vere nihilum, ſed quidam realis ſtatus.

37. Atque ſic quidem intelligitur, quo pacto fieri poſſit tranſitus per intermedias magnitudines omnes, per intermedios ſtatus, per gradus intermedios, quin ullus habeatur ſaltus utcunque exiguus momento temporis factus. Notari illud poteſt tantummodo, mutationem fieri alicubi per incrementa, ut ubi K L abit, in M N per N O; alicubi per decrementa, ut ubi K'L' abeat in N'M' per O'N'; quin immo ſi linea C D E, quæ legem variationis exhibet, alicubi ſecet rectam, temporis A B, poteſt ibidem evaneſcere magnitudo, ut ordinata M'N', puncto M' allapſo ad D, evaneſceret, & deinde mutari in negativam P Q, R S, habentem videlicet directionem contrariam, quæ, quo magis ex oppoſita parte creſcit, eo minor cenſetur in ratione priore, quemadmodum in ratione poſſeſſionis, vel divitiarum, pergit perpetuo ſe habere pejus, qui iis omnibus, quæ habebat, abſumptis, æs alienum contrahit perpetuo majus. Et in Geometria quidem habetur a poſitivo ad negativa tranſitus, uti etiam in Algebraicis formulis, tam tranſeundo per nihilum, quam per infinitum, quos ego tranſitus perſecutus ſum partim in diſſertatione adjecta meis *Sectionibus Conicis*, partim in *Algebra* §. 14. & utrumque ſimul in diſſertatione *De Lege Continuitatis*; ſed in Phyſica, ubi nulla quantitas in infinitum excreſcit, is caſus locum non habet, & non, niſi tranſeundo per nihilum, tranſitus fit a poſitivis

vis

Digitized by Google

vis ad negativa, ac vice verſa; quanquam, uti inferius innuam, id ipſum ſit non nihilum revera in ſe ipſo, ſed realis quidam ſtatus, & habeatur pro nihilo in conſideratione quadam tantummodo, in qua negativa etiam, qui ſunt veri ſtatus, in ſe poſitivi, ut ut ad priorem ſeriem pertinentes negativo quodam modo, negativa appellentur.

Proponitur probanda exiſtentia legis Continuitatis.

38. Expoſita hoc pacto, & vindicata continuitatis lege, eam in Natura exiſtere plerique Philoſophi arbitrantur, contradicentibus nonnullis, uti ſupra innui. Ego, cum in eam primo inquirerem, cenſui, eandem omitti omnino non poſſe; ſi eam, quam habemus unicam, Naturæ analogiam, & inductionis vim conſulamus, ope cujus inductionis eam demonſtrare conatus ſum in pluribus e memoratis diſſertationibus, ac eandem probationem adhibet Benvenutus in ſua *Synopſi* Num. 119; in quibus etiam locis, prout diverſis occaſionibus conſcripta ſunt, repetuntur non nulla.

Ejus probatio ab inductione ſatis ampla.

39. Longum hic eſſet ſingula inde excerpere in ordinem redacta: ſatis erit exſcribere diſſertationis *De lege Continuitatis* numerum 138. Poſt inductionem petitam præcedente numero a Geometria, quæ nullum uſpiam habet ſaltum, atque a motu locali, in quo nunquam ab uno loco ad alium devenitur, niſi ductu continuo aliquo, unde conſequitur illud, diſtantiam a dato loco nunquam mutari in aliam, neque denſitatem, quæ utique a diſtantiis pendet particularum, in aliam, niſi tranſeundo per intermedias; fit gradus in eo numero ad motuum velocitates, & ductus, quæ magis hic ad rem faciunt, nimirum ubi de velocitate agimus non mutanda per ſaltum in corporum colliſionibus. Sic autem habetur: „ Quin immo in „ motibus ipſis continuitas ſervatur etiam in eo, quod motus „ omnes in lineis continuis fiunt nuſquam abruptis. Plurimos „ ejuſmodi motus videmus. Planetæ, & cometæ in lineis continuis curſum peragunt ſuum, & omnes retrogradationes „ fiunt paullatim, ac in ſtationibus ſemper exiguus quidem motus, ſed tamen habetur ſemper, atque hinc etiam dies paullatim per auroram venit, per veſpertinum crepuſculum abit, „ Solis diameter non per ſaltum, ſed continuo motu ſupra horizontem aſcendit, vel deſcendit. Gravia itidem oblique projecta in lineis itidem pariter continuis motus exercent ſuos, „ nimirum in parabolis, ſecluſa aeris reſiſtentia, vel, ea conſiderata, in orbibus ad hyperbolas potius accedentibus, & quidem ſemper cum aliqua exigua obliquitate projiciuntur, cum „ infinities infinitam improbabilitatem habeat motus accurate „ verticalis inter infinities infinitas inclinationes, licet exiguas, & ſub ſenſum non cadentes, fortuito obveniens, qui „ quidem motus in hypotheſi Telluris motæ a parabolicis plurimum diſtant, & curvam continuam exhibent etiam pro „ caſu projectionis accurate verticalis, quo, quieſcente penitus „ Tellure, & nulla ventorum vi deflectente motum, haberetur

„ aſcen-

„ aſcenſus rectilineus, vel deſcenſus. Immo omnes alii motus a
„ gravitate pendentes, omnes ab elaſticitate, a vi magnetica,
„ continuitatem itidem ſervant; cum eam ſervent vires illæ i-
„ pſæ, quibus gignuntur. Nam gravitas, cum decreſcat in ra-
„ tione reciproca duplicata diſtantiarum, & diſtantiæ per ſaltum
„ mutari non poſſint, mutatur per omnes intermedias magnitu-
„ dines. Videmus pariter, vim magneticam a diſtantiis pende-
„ re lege continua; vim elaſticam ab inflexione, uti in laminis,
„ vel a diſtantia, ut in particulis aeris compreſſi. In iis, &
„ omnibus ejuſmodi viribus, & motibus, quos gignunt, conti-
„ nuitas habetur ſemper, tam in lineis, quæ deſcribuntur, quam
„ in velocitatibus, quæ pariter per omnes intermedias magnitu-
„ dines mutantur, ut videre eſt in pendulis, in aſcenſu corporum
„ gravium, & in aliis mille ejuſmodi, in quibus mutationes ve-
„ locitatis fiunt gradatim, nec retro curſus reflectitur, niſi im-
„ minuta velocitate per omnes gradus. Ea diligentiſſime conti-
„ nuitatem ſervant omnia. Hinc nec ulli in naturalibus moti-
„ bus habentur anguli, ſed ſemper mutatio directionis fit paulla-
„ tim, nec vero anguli exacti habentur in corporibus ipſis, in
„ quibus utcunque videatur tenuis acies, vel cuſpis, microſco-
„ pii ſaltem ope videri ſolet curvatura, quam etiam habent al-
„ vei fluviorum ſemper, habent arborum folia, & frondes, ac
„ rami, habent lapides quicunque, niſi forte alicubi cuſpides
„ continuæ occurrant, vel primi generis, quas Natura videtur
„ affectare in ſpinis, vel ſecundi generis, quas videtur affectare
„ in avium unguibus, & roſtro, in quibus tamen manente in
„ ipſa cuſpide unica tangente continuitatem ſervari videbimus
„ infra. Infinitum eſſet ſingula perſequi, in quibus continuitas
„ in Natura obſervatur. Satius eſt generaliter provocare ad
„ exhibendum caſum in Natura, in quo continuitas non ſer-
„ vetur, qui omnino exhiberi non poterit.

Duplex inductionis genus, ubi & cur vim habeat inductio incompleta.

40. Inductio ampliſſima tum ex hiſce motibus, ac velocitatibus, tum ex aliis pluribus exemplis, quæ habemus in Natura, in quibus ea ubique, quantum obſervando licet deprehendere, continuitatem vel obſervat accurate, vel affectat, debet omnino id efficere, ut ab ea ne in ipſa quidem corporum colliſione recedamus. Sed de inductionis natura, & vi, ac ejuſdem uſu in Phyſica, libet itidem hic inſerere partem numeri 134, & totum 135. diſſertationis *De Lege Continuitatis*. Sic autem habent ibidem: „ Inprimis ubi generales Naturæ leges inve-
„ ſtigantur, inductio vim habet maximam, & ad earum in-
„ ventionem vix alia ulla ſupereſt via. Ejus ope extenſio-
„ nem, figurabilitatem, mobilitatem, impenetrabilitatem cor-
„ poribus omnibus tribuerunt ſemper Philoſophi etiam vete-
„ res, quibus eodem argumento inertiam, & generalem gra-
„ vitatem plerique e recentioribus addunt. Inductio, ut
„ demonſtrationis vim habeat, debet omnes ſingulares ca-
„ ſus, quicunque haberi poſſunt percurrere. Ea in Natu-

Digitized by Google

„ ræ legibus ſtabiliendis locum habere non poteſt. Habet locum laxior quædam inductio, quæ, ut adhiberi poſſit, debet eſſe ejuſmodi, ut inprimis in omnibus iis caſibus, qui ad trutinam ita revocari poſſunt, ut deprehendi debeat, an ea lex obſervetur, eadem in iis omnibus inveniatur, & ii non exiguo numero ſint; in reliquis vero, ſi quæ prima fronte contraria videantur, re accuratius perſpecta, cum illa lege poſſint omnia conciliari; licet, an eo potiſſimum pacto concilientur, immediate innoteſcere, nequaqnam poſſit. Si eæ conditiones habeantur; inductio ad legem ſtabiliendam cenſeri debet idonea. Sic quia videmus corpora tam multa, quæ habemus præ manibus, aliis corporibus reſiſtere, ne in eorum locum adveniant, & loco cedere, ſi reſiſtendo ſint imparia, potius, quam eodem perſtare ſimul; impenetrabilitatem corporum admittimus; nec obeſt, quod quædam corpora videamus intra alia, licet duriſſima, inſinuari, ut oleum in marmora, lumen in cryſtalla, & gemmas. Videmus enim hoc phænomenum facile conciliari cum ipſa impenetrabilitate, dicendo, per vacuos corporum poros ea corpora permeare. (*Num.* 135) Præterea, quæcunque proprietates abſolutæ, nimirum quæ relationem non habent ad noſtros ſenſus, deteguntur generaliter in maſſis ſenſibilibus corporum, eaſdem ad quaſcunque utcunque exiguas particulas debemus transferre; niſi poſitiva aliqua ratio obſtet, & niſi ſint ejuſmodi, quæ pendeant a ratione totius, ſeu multitudinis, contradiſtincta a ratione partis. Primum evincitur ex eo, quod magna, & parva ſunt reſpectiva, ac inſenſibilia dicuntur ea, quæ reſpectu noſtræ molis, & noſtrorum ſenſuum ſunt exigua. Quare ubi agitur de proprietatibus abſolutis non reſpectivis, quæcunque communia videmus in iis, quæ intra limites continentur nobis ſenſibiles, ea debemus cenſere communia etiam infra eos limites: nam ii limites reſpectu rerum, ut ſunt in ſe, ſunt accidentales, adeoque ſiqua fuiſſet analogiæ læſio, poterat illa multo facilius cadere intra limites nobis ſenſibiles, qui tanto laxiores ſunt, quam infra eos, adeo nimirum propinquos nihilo. Quod nulla ciciderit, indicio eſt, nullam eſſe. Id indicium non eſt evidens, ſed ad inveſtigationis principia pertinet, quæ ſi juxta quaſdam prudentes regulas fiat, ſucceſſum habere ſolet. Cum id indicium fallere poſſit; fieri poteſt, ut committatur error, ſed contra ipſum errorem habebitur præſumptio, ut etiam in jure appellant, donec poſitiva ratione evincatur oppoſitum. Hinc addendum fuit, *niſi ratio poſitiva obſtet*. Sic contra haſce regulas peccaret, qui diceret, corpora quidem magna compenetrari, ac replicari, & inertia carere non poſſe, compenetrari tamen poſſe, vel replicari, vel ſine inertia eſſe exiguas eorum partes. At ſi proprietas ſit reſpectiva, reſpectu noſtrorum ſenſuum, ex

„ eo,

„ eo, quod habeatur in majoribus maſſis, non debemus inferre,
„ eam haberi in particulis minoribus, ut eſt hoc ipſum, eſſe
„ ſenſibile, ut eſt, eſſe coloratas, quod ipſis majoribus maſſis
„ competit, minoribus non competit; cum ejuſmodi magnitu-
„ dinis diſcrimen, accidentale reſpectu materiæ, non ſit acciden-
„ tale reſpectu ejus denominationis *ſenſibile*, *coloratum*. Sic
„ etiam ſiqua proprietas ita pendet a ratione aggregati, vel to-
„ tius, ut ab ea ſeparari non poſſit; nec ea, ob rationem nimi-
„ rum eandem, a toto, vel aggregato debet transferri ad partes.
„ Eſt de ratione totius, ut partes habeat, nec totum ſine parti-
„ bus haberi poteſt. Eſt de ratione figurabilis, & extenſi, ut
„ habeat aliquid, quod ab alio diſtet, adeoque, ut habeat par-
„ tes; hinc eæ proprietates, licet in quovis aggregato particu-
„ larum materiæ, ſive in quavis ſenſibili maſſa, inveniantur,
„ non debent inductionis vi transferri ad particulas quaſcun-
„ que.

41. Ex his patet, & impenetrabilitatem, & continuitatis legem per ejuſmodi inductionis genus abunde probari, atque evinci, & illam quidem ad quaſcunque utcunque exiguas particulas corporum, hanc ad gradus utcunque exiguos momento temporis adjectos debere extendi. Requiritur autem ad hujuſmodi inductionem primo, ut illa proprietas, ad quam probandam ea adhibetur, in plurimis caſibus obſervetur, aliter enim probabilitas eſſet exigua; & ut nullus ſit caſus obſervatus, in quo evinci poſſit, eam violari. Non eſt neceſſarium illud, ut in iis caſibus, in quibus primo aſpectu timeri poſſit defectus proprietatis ipſius, poſitive demonſtretur, eam non deficere; ſatis eſt, ſi pro iis caſibus haberi poſſit ratio aliqua conciliandi obſervationem cum ipſa proprietate, & id multo magis, ſi in aliis caſibus habeatur ejus conciliationis exemplum, & poſitive oſtendi poſſit, eo ipſo modo fieri aliquando conciliationem.

Et Impenetrabilitatem, & continuitatem evinci per inductionem: ad ipſam quid requiratur.

42. Id ipſum fit, ubi per inductionem impenetrabilitas corporum accipitur pro generali lege Naturæ. Nam impenetrabilitatem ipſam magnorum corporum obſervamus in exemplis ſane innumeris tot corporum, quæ pertractamus. Habentur quidem & caſus, in quibus eam violari quis crederet, ut ubi oleum per ligna, & marmora penetrat, atque inſinuatur, & ubi lux per vitra, & gemmas traducitur. At præſto eſt conciliatio phænomeni cum impenetrabilitate, petita ab eo, quod illa corpora, in quæ ſe ejuſmodi ſubſtantiæ inſinuant, poros habeant, quos eæ permeent. Et quidem hæc conciliatio exemplum habet manifeſtiſſimum in ſpongia, quæ per poros ingentes aqua immiſſa imbuitur. Poros marmorum illorum, & multo magis vitrorum, non videmus, ac multo minus videre poſſumus illud, non inſinuari eas ſubſtantias niſi per poros. Hoc ſatis eſt reliquæ inductionis vi, ut dicere debeamus, eo potiſſimum pacto ſe rem habere, & ne ibi quidem violari generalem utique impenetrabilitatis legem.

Ejus applicatio ad impenetrabilitatem.

Digitized by Google

Similis ad continuitatem: duo caſuum genera, in quibus ea videatur lædi.

43. Eodem igitur pacto in lege ipſa continuitatis agendum eſt. Illa tam ampla inductio, quam habemus, debet nos movere ad illam generaliter admittendam etiam pro iis caſibus, in quibus determinare immediate per obſervationes non poſſumus, an eadem habeatur, uti eſt colliſio corporum; ac ſi ſunt caſus nonnulli, in quibus eadem prima fronte violari videatur; ineunda eſt ratio aliqua, qua ipſum phænomenum cum ea lege conciliari poſſit, uti revera poteſt. Nonnullos ejuſmodi caſus protuli in memoratis diſſertationibus, quorum alii ad geometricam continuitatem pertinent, alii ad phyſicam. In illis prioribus non immorabor; neque enim geometrica continuitas neceſſaria eſt ad hanc phyſicam propugnandam, ſed eam ut exemplum quoddam ad confirmationem quandam inductionis majoris adhibui. Poſterior, ut ſæpe & illa prior, ad duas claſſes reducitur: altera eſt eorum caſuum, in quibus ſaltus videtur committi idcirco, quia nos per ſaltum omittimus intermedias quantitates: rem exemplo geometrico illuſtro, cui phyſicum adjicio.

Fig. 4.

Exemplum geometricum primi generis, ubi nos intermedias magnitudines omittimus.

44. In axe curvæ cujuſdam in fig. 4. ſumantur ſegmenta AC, CE, EG æqualia, & erigantur ordinatæ AB, CD, EF, GH. Areæ BACD, DCEF, FEGH videntur continuæ cujuſdam ſeriei termini ita, ut ab illa BACD ad DCEF, & inde ad FEGH immediate tranſeatur, & tamen ſecunda a prima, ut & tertia a ſecunda, differunt per quantitates finitas: ſi enim capiantur CI, EK æquales BA, DC, & arcus BD transferatur in IK; area DIKF erit incrementum ſecundæ ſupra primam, quod videtur immediate advenire totum abſque eo, quod unquam habitum ſit ejus dimidium, vel quævis alia pars incrementi ipſius; ut idcirco a prima ad ſecundam magnitudinem areæ itum ſit ſine tranſitu per intermedias. At ibi omittuntur a nobis termini intermedii, qui continuitatem ſervant; ſi enim *ac* æqualis AC motu continuo feratur ita, ut incipiendo ab AC deſinat in CE; magnitudo areæ BACD per omnes intermedias *bacd* abit in magnitudinem DCEF ſine ullo ſaltu, & ſine ulla violatione continuitatis.

Quando id accidat: exempla phyſica dierum, & oſcillationum conſequentium.

45. Id ſane ubique accidit, ubi initium ſecundæ magnitudinis aliquo intervallo diſtat ab initio primæ; ſive ſtatim veniat poſt ejus finem, ſive quavis alia lege ab ea disjungatur. Sic in phyſicis, ſi diem concipiamus intervallum temporis ab occaſu ad occaſum, vel etiam ab ortu ad occaſum, dies præcedens a ſequenti quibuſdam anni temporibus differt per plura ſecunda, ubi videtur fieri ſaltus ſine ullo intermedio die, qui minus differat. At feriem quidem continuam ii dies nequaquam conſtituunt. Concipiatur parallelus integer Telluris, in quo ſunt continuo ductu diſpoſita loca omnia, quæ eandem latitudinem geographicam habent: ea ſingula loca ſuam habent durationem diei, & omnium ejuſmodi dierum initia, ac fines continenter fluunt; donec ad eundem redeatur locum, cujus præcedens

cedens dies eſt in continua illa ſerie primus, & ſequens poſtremus. Illorum omnium dierum magnitudines continenter fluunt ſine ullo ſaltu: nos, intermediis omiſſis, ſaltum committimus, non Natura. Atque huic ſimilis reſponſio eſt ad omnes reliquos caſus ejuſmodi, in quibus initia, & fines continenter non fluunt, ſed a nobis per ſaltum accipiuntur. Sic ubi pendulum oſcillat in aere; ſequens oſcillatio per finitam magnitudinem diſtat a præcedente; ſed & initium, & finis ejus finito intervallo temporis diſtat a præcedentis initio, & fine, ac intermedii termini continua ſerie fluente a prima oſcillatione ad ſecundam eſſent ii, qui haberentur, ſi primæ, & ſecundæ oſcillationis arcu in æqualem partium numerum diviſo, aſſumeretur via confecta, vel tempus in ea impenſum, interjacens inter fines partium omnium proportionalium, ut inter trientem, vel quadrantem prioris arcus, & trientem, vel quadrantem poſterioris, quod ad omnes ejus generis caſus facile transferri poteſt, in quibus ſemper immediate etiam demonſtrari poteſt illud, continuitatem nequaquam violari.

Exempla ſecundi generis, ubi mutatio fit celerrime, ſed non momento temporis.

46. Secunda claſſis caſuum eſt ea, in qua videtur aliquid momento temporis peragi, & tamen peragitur tempore ſucceſſivo, ſed perbrevi. Sunt, qui objiciant pro violatione continuitatis caſum, quo quiſquam manu lapidem tenens, ipſi ſtatim det velocitatem quandam finitam: alius objicit aquæ e vaſe effluentis, foramine conſtituto aliquanto infra ſuperficiem ipſius aquæ, velocitatem oriri momento temporis finitam. At in priore caſu admodum evidens eſt, momento temporis velocitatem finitam nequaquam produci. Tempore opus eſt, utcunque breviſſimo, ad excurſum ſpirituum per nervos, & muſculos, ad fibrarum tenſionem, & alia ejuſmodi: ac idcirco ut velocitatem aliquam ſenſibilem demus lapidi, manum retrahimus, & ipſum aliquandiu, perpetuo accelerantes, retinemus. Sic etiam, ubi tormentum bellicum exploditur, videtur momento temporis emitti globus, ac totam celeritatem acquirere; at id ſucceſſive fieri, patet vel inde, quod debeat inflammari tota maſſa pulveris pyrii, & dilatari aer, ut elaſticitate ſua globum acceleret, quod quidem fit omnino per omnes gradus. Succeſſionem multo etiam melius videmus in globo, qui ab elaſtro ſibi relicto propellatur: quo elaſticitas eſt major, eo citius, ſed nunquam momento temporis velocitas in globum inducitur.

Applicatio ipſorum ad alia, nominatim ad effluxum aquæ e vaſe.

47. Hæc exempla illud præſtant, quod aqua per poros ſpongiæ ingreſſa reſpectu impenetrabilitatis, ut ea reſponſione uti poſſimus in aliis caſibus omnibus, in quibus acceſſio aliqua magnitudinis videtur fieri tota momento temporis; ut nimirum dicamus fieri tempore breviſſimo, utique per omnes intermedias magnitudines, ac illæſa penitus lege continuitatis. Hinc & in aquæ effluentis exemplo res eodem redit, ut non unico momento, ſed ſucceſſivo aliquo tempore, & per omnes

omnes intermedias magnitudines progignatur velocitas, quod quidem ita ſe habere optimi quique Phyſici affirmant. Et ibi quidem, qui momento temporis omnem illam velocitatem progigni, contra me affirmet, principium utique, ut ajunt, petat, neceſſe eſt. Neque enim aqua, niſi foramen aperiatur, operculo dimoto, effluet; remotio vero operculi, ſive manu fiat, ſive percuſſione aliqua, non poteſt fieri momento temporis, ſed debet velocitatem ſuam acquirere per omnes gradus; niſi illud ipſum, quod quærimus, ſupponatur jam definitum, nimirum an in colliſione corporum communicatio motus fiat momento temporis, an per omnes intermedios gradus, & magnitudines. Verum eo omiſſo, ſi etiam concipiamus momento temporis impedimentum auferri, non idcirco momento itidem temporis omnis illa velocitas produceretur; illa enim non a percuſſione aliqua, ſed a preſſione ſuperincumbentis aquæ orta, oriri utique non poteſt, niſi per acceſſiones continuas tempuſculo admodum parvo, ſed non omnino nullo: nam preſſio tempore indiget, ut velocitatem progignat, in communi omnium ſententia.

Tranſitus ad metaphyſicam: probationem: limes in continuis unicus, ut in Geometria.

48. Illæſa igitur eſſe debet continuitatis lex, nec ad eam evertendam contra inductionem tam uberem quidquam poterunt caſus allati hucuſque, vel iis ſimiles. At ejuſdem continuitatis aliam metaphyſicam rationem adinveni, & propoſui in diſſertatione *De Lege Continuitatis*, petitam ab ipſa continuitatis natura, in qua quod Ariſtoteles ipſe olim notaverat, communis eſſe debet limes, qui præcedentia cum conſequentibus conjungit, qui idcirco etiam indiviſibilis eſt in ea ratione, in qua eſt limes. Sic ſuperficies duo ſolida dirimens & craſſitudine caret, & eſt unica, in qua immediatus ab una parte ſit tranſitus ad aliam; linea dirimens binas ſuperficiei continuæ partes latitudine caret; punctum continuæ lineæ ſegmenta diſcriminans, dimenſione omni: nec duo ſunt puncta contigua, quorum alterum ſit finis prioris ſegmenti, alterum initium ſequentis, cum duo contigua indiviſibilia, & inextenſa haberi non poſſint ſine compenetratione, & coaleſcentia quadam in unum.

Idem in tempore & in quavis ſerie continua: evidentius in quibuſdam:

49. Eodem autem pacto idem debet accidere etiam in tempore, ut nimirum inter tempus continuum præcedens, & continuo ſubſequens unicum habeatur momentum, quod ſit indiviſibilis terminus utriuſque; nec duo momenta, uti ſupra innuimus, contigua eſſe poſſint, ſed inter quodvis momentum, & aliud momentum debeat intercedere ſemper continuum aliquod tempus diviſibile in infinitum. Et eodem pacto in quavis quantitate, quæ continuo tempore duret, haberi debet ſeries quædam magnitudinum ejuſmodi, ut momento temporis cuivis reſpondeat ſua, quæ præcedentem cum conſequente conjungat, & ab illa per aliquam determinatam magnitudinem differat. Quin immo in illo quantitatum genere, in quo

binæ

Digitized by Google

binæ magnitudines ſimul haberi non poſſunt, id ipſum multo evidentius conficitur, nempe nullum haberi poſſe ſaltum immediatum ab una ad alteram. Nam illo momento temporis, quo deberet ſaltus fieri, & abrumpi ſeries acceſſu aliquo momentaneo, deberent haberi duæ magnitudines, poſtrema ſeriei præcedentis, & prima ſeriei ſequentis. Id ipſum vero adhuc multo evidentius habetur in illis rerum ſtatibus, in quibus ex una parte quovis momento haberi debet aliquis ſtatus ita, ut nunquam ſine aliquo ejus generis ſtatu res eſſe poſſit; & ex alia duos ſimul ejuſmodi ſtatus habere non poteſt.

Inde cur motus localis non fiat, niſi per lineam continuam.

50. Id quidem ſatis patebit in ipſo locali motu, in quo habetur phænomenum omnibus ſane notiſſimum, ſed cujus ratio non ita facile aliunde redditur, inde autem patentiſſima eſt. Corpus a quovis loco ad alium quemvis devenire utique poteſt motu continuo per lineas quaſcunque utcunque contortas, & in immenſum productas quaquaverſum, quæ numero infinities infinitæ ſunt: ſed omnino debet per continuam aliquam abire, & nullibi interruptam. En inde rationem ejus rei admodum manifeſtam. Si alicubi linea motus abrumperetur; vel momentum temporis, quo eſſet in primo puncto poſterioris lineæ, eſſet poſterius eo momento, quo eſſet in puncto poſtremo anterioris, vel eſſet idem, vel anterius? In primo, & tertio caſu inter ea momenta intercederet tempus aliquod continuum diviſibile in infinitum per alia momenta intermedia, cum bina momenta temporis, in eo ſenſu accepta, in quo ego hic ea accipio, contigua eſſe non poſſint, uti ſuperius expoſui. Quamobrem in primo caſu in omnibus iis infinitis intermediis momentis nullibi eſſet id corpus, in ſecundo caſu idem eſſet eodem illo momento in binis locis, adeoque replicaretur; in tertio haberetur replicatio non tantum reſpectu eorum binorum momentorum, ſed omnium etiam intermediorum, in quibus nimirum omnibus id corpus eſſet in binis locis. Cum igitur corpus exiſtens nec nullibi eſſe poſſit, nec ſimul in locis pluribus; illa viæ mutatio, & ille ſaltus haberi omnino non poſſunt.

Illuſtratio ejus argumenti ex Geometria: ratiocinatione metaphyſica, pluribus exemplis.

51. Idem ope Geometriæ magis adhuc oculis ipſis ſubjicitur. Exponantur per rectam AB tempora, ac per ordinatas ad lineas CD, EF, abruptas alicubi, diverſi ſtatus rei cujuſpiam. Ductis ordinatis DG, EH, vel punctum H jaceret poſt G, ut in Fig. 5; vel cum ipſo congrueret, ut in 6; vel ipſum præcederet, ut in 7. In primo caſu nulla reſponderet ordinata omnibus punctis rectæ GH; in ſecundo binæ reſponderent GD, & HE eidem puncto G; in tertio vero binæ HI, HE puncto H, binæ GD, GK puncto G, & binæ LM, LN puncto cuivis intermedio L; nam ordinata eſt relatio quædam diſtantiæ, quam habet punctum curvæ cum puncto axis ſibi reſpondente, adeoque ubi jacent in recta eadem perpendiculari axi bina curvarum puncta, habentur binæ ordinatæ reſpondentes eidem puncto axis. Quamobrem ſi nec omni

Fig. 5. 6. 7.

mni ſtatu carere res poſſit, nec haberi poſſint ſtatus ſimul bini; neceſſario conſequitur, ſaltum illum committi non poſſe. Saltus ipſe, ſi deberet accidere, uti vulgo fieri concipitur, accideret binis momentis G, & H, quæ ſibi in fig. 6. immediate ſuccederent ſine ullo immediato hiatu, quod utique fieri non poteſt ex ipſa limitis ratione, qui in continuis debet eſſe idem, & antecedentibus, & conſequentibus communis, uti diximus. Atque idem in quavis reali ſerie accidit; ut hic linea finita ſine puncto primo, & poſtremo, quod ſit ejus limes, & ſuperficies ſine linea eſſe non poteſt; unde fit, ut in caſu figuræ 6. binæ ordinatæ neceſſario reſpondere debeant eidem puncto: ita in quavis finita reali ſerie ſtatuum primus terminus, & poſtremus haberi neceſſario debent: adeoque ſi ſaltus fit, uti ſupra de loco diximus; debet eo momento, quo ſaltus confici dicitur, haberi ſimul ſtatus duplex; qui cum haberi non poſſit; ſaltus itidem ille haberi omnino non poteſt. Sic, ut aliis utamur exemplis, diſtantia unius corporis ab alio mutari per ſaltum non poteſt, nec denſitas, quia duæ ſimul haberentur diſtantiæ, vel duæ ſimul denſitates, quod utique ſine replicatione haberi non poteſt: caloris itidem, & frigoris mutatio in thermometris, ponderis atmoſphæræ mutatio in barometris, non fit per ſaltum, quia binæ ſimul altitudines mercurii in inſtrumento haberi deberent eodem momento temporis, quod fieri utique non poteſt; cum quovis momento determinato unica altitudo haberi debeat, ac unicus determinatus caloris gradus, vel frigoris; quæ quidem theoria innumeris caſibus pariter aptari poteſt.

Objectio ab *eſſe*, & *non eſſe* conjungendis in creatione, & annihilatione, ac ejus ſolutio.

52. Contra hoc argumentum videtur primo aſpectu adeſſe aliquid, quod ipſum prorſus evertat, & tamen ipſi illuſtrando idoneum eſt maxime. Videtur nimirum inde erui, impoſſibilem eſſe & creationem rei cujuſpiam, & interitum. Si enim conjungendus eſt poſtremus terminus præcedentis ſeriei cum primo ſequentis; in ipſo tranſitu a *non eſſe* ad *eſſe*, vel vice verſa, debebit utrumque conjungi, ac idem ſimul erit, & non erit, quod eſt abſurdum. Reſponſio in promptu eſt. Seriei finitæ realis, & exiſtentis, reales itidem, & exiſtentes termini eſſe debent; non vero nihili, quod nullas proprietates habet, quas exigat. Hinc ſi realium ſtatuum ſeriei altera ſeries realium itidem ſtatuum ſuccedat, quæ non ſit communi termino conjuncta; bini eodem momento debebuntur ſtatus, qui nimirum ſint bini limites earundem. At quoniam *non eſſe* eſt merum nihilum; ejuſmodi ſeries limitem nullum extremum requirit, ſed per ipſum *eſſe* immediate, & directe excluditur. Quamobrem primo, & poſtremo momento temporis ejus continui, quo res eſt, erit utique, nec cum hoc *eſſe* ſuum *non eſſe* conjunget ſimul; at ſi denſitas certa per horam durer, tum momento temporis in aliam mutetur duplam, duraturam itidem per alteram ſequentem horam; momento temporis, quod

quod horas dirimit, binæ debebunt eſſe denſitates ſimul, nimirum & ſimplex, & dupla, quæ ſunt reales binarum realium ſerierum termini.

53. Id ipſum in diſſertatione *De lege virium in Natura exiſtentium* ſatis, ni fallor, luculenter expoſui, ac geometricis figuris illuſtravi, adjectis nonnullis, quæ eodem recidunt, & quæ in applicatione ad rem, de qua agimus, & in cujus gratiam hæc omnia ad legem continuitatis pertinentia allata ſunt, proderunt infra; libet autem novem ejus diſſertationis numeros huc transferre integros, incipiendo ab octavo, ſed numeros ipſos, ut & ſchematum numeros mutabo hic, ut cum ſuperioribus conſentiant. Unde huc transferenda ſolutio ipſa.

54. „ Sit in fig. 8. circulus GMM'*m*, qui referatur ad „ datam rectam AB per ordinatas HM ipſi rectæ perpendi- „ culares; uti itidem perpendiculares ſint binæ tangentes „ EGF, E'G'F'. Concipiantur igitur recta quædam indefi- „ nita ipſi rectæ AB perpendicularis, motu quodam continuo „ delata ab A ad B. Ubi ea habuerit, poſitionem quamcum- „ que CD, quæ præcedat tangentem EF, vel C'D', quæ con- „ ſequatur tangentem E'F'; ordinata ad circulum nulla erit, „ ſive erit impoſſibilis, & ut Geometræ loquuntur, imaginaria. „ Ubicunque autem ea ſit inter binas tangentes EGF, „ E'G'F', in HI, H'I', occurret circulo in binis punctis M, „ *m*, vel M'*m*', & habebitur valor ordinatæ HM, H*m*, vel „ H'M', H'*m*'. Ordinata quidem ipſa reſpondet ſoli interval- „ lo EE': & ſi ipſa linea AB referat tempus; momentum E „ eſt limes inter tempus præcedens continuum AE, quo or- „ dinata non eſt, & tempus continuum EE' ſubſequens, quo „ ordinata eſt; punctum E' eſt limes inter tempus præcedens „ EE', quo ordinata eſt, & ſubſequens E'B, quo non eſt. „ Vita igitur quædam ordinatæ eſt tempus EE': ortus habetur „ in E, interitus in E'. Quid autem in ipſo ortu, & interitu? „ Habetur-ne quoddam *eſſe* ordinatæ, an *non eſſe?* Habetur uti- „ que *eſſe*, nimirum EG, vel E'G', non autem *non eſſe*. O- „ ritur tota finitæ magnitudinis ordinata EG, interit tota fi- „ nitæ magnitudinis E'G', nec tamen ibi conjungit *eſſe*, & non „ *eſſe*, nec ullum abſurdum ſecum trahit. Habetur momento E „ primus terminus ſeriei ſequentis ſine ultimo ſeriei præceden- „ tis, & habetur momento E' ultimus terminus ſeriei præceden- „ tis ſine primo termino ſeriei ſequentis. Solutio petita ex geometrico exemplo. Fig. 8.

55. „ Quare autem id ipſum accidat, ſi metaphyſica conſi- „ deratione rem perpendimus, ſtatim patebit. Nimirum veri „ nihili nullæ ſunt veræ proprietates: entis realis veræ, & „ reales proprietates ſunt. Quævis realis ſeries initium rea- „ le habere debet, & finem, ſive primum, & ultimum termi- „ num. Id, quod non eſt, nullam habet veram proprietatem, „ nec proinde ſui generis ultimum terminum, aut primum exi- „ git. Series præcedens ordinatæ nullius, ultimum terminum non Solutio ex metaphyſica conſideratione.

„ habet, ſeries conſequens non habet primum: ſeries realis „ contenta intervallo EE', & primum habere debet, & ultimum. Hujus reales termini terminum illum nihili per ſe ſe „ excludunt, cum ipſum *eſſe* per ſe excludat *non eſſe*.

Illuſtratio ulterior geometrica.

56. „ Atque id quidem manifeſtum fit magis; ſi conſideremus ſeriem aliquam præcedentem realem, quam exprimant „ ordinatæ ad lineam continuam PL*g*, quæ reſpondeat toti „ tempori AE ita, ut cuivis momento C ejus temporis reſpondeat ordinata CL. Tum vero ſi momento E debeat fieri „ ſaltus ab ordinata E*g* ad ordinatam EG; neceſſario ipſi momento E debent reſpondere binæ ordinatæ EG, E*g*. Nam „ in tota linea PL*g* non poteſt deeſſe ſolum ultimum punctum „ *g*; cum ipſo ſublato debeat adhuc illa linea terminum habere ſuum, qui terminus eſſet itidem punctum; id vero punctum idcirco fuiſſet ante contiguum puncto *g*, quod eſt abſurdum, ut in eadem diſſertatione *De Lege Continuitatis* „ demonſtravimus. Nam inter quodvis punctum, & aliud „ punctum linea aliqua interjacere debet; quæ ſi non interjaceat: jam illa puncta in unicum coaleſcunt. Quare non „ poteſt deeſſe niſi lineola aliqua *g*L ita, ut terminus ſeriei „ præcedentis ſit in aliquo momento C præcedente momentum E, & disjuncto ab eo per tempus quoddam continuum, in cujus temporis momentis omnibus ordinata ſit „ nulla.

Applicatio ad creationem, & annihilationem.

57. „ Patet igitur diſcrimen inter tranſitum a vero nihilo, „ nimirum a quantitate imaginaria, ad *eſſe*, & tranſitum ab „ una magnitudine ad aliam. In primo caſu terminus nihili non habetur; habetur terminus uterque ſeriei veram habentis exiſtentiam, & poteſt quantitas, cujus ea eſt ſeries, „ oriri, vel occidere quantitate finita, ac per ſe excludere „ *non eſſe*. In ſecundo caſu neceſſario haberi debet utriuſque „ ſeriei terminus, alterius nimirum poſtremus, alterius primus. „ Quamobrem etiam in creatione, & in annihilatione poteſt „ quantitas oriri, vel interire magnitudine finita, & primum, „ ac ultimum *eſſe* erit quoddam *eſſe*, quod ſecum non conjunget una *non eſſe*. Contra vero ubi magnitudo realis ab una „ quantitate ad aliam tranſire debet per ſaltum; momento „ temporis, quo ſaltus committitur, uterque terminus haberi „ deberet. Manet igitur illæſum argumentum noſtrum metaphyſicum pro excluſione ſaltus a creatione, & annihilatione, ſive ortu, & interitu.

Aliquando videri nihilum id, quod eſt aliquid.

58. „ At hic illud etiam notandum eſt; quoniam ad ortum, „ & interitum conſiderandum geometricas contemplationes aſſumpſimus, videri quidem prima fronte, aliquando etiam realis ſeriei terminum poſtremum eſſe nihilum; ſed re altius „ conſiderata, non erit vere nihilum, ſed ſtatus quidam itidem „ realis, & ejuſdem generis cum præcedentibus, licet alio nomine inſignitus.

59. „ Sit

59. „ Sit in Fig. 9. Linea AB, ut prius, ad quam linea „ quædam PL deveniat in G (pertinet punctum G ad lineam „ PL, E ad AB continuatas, & ſibi occurrentes ibidem), & „ ſive pergat ultra ipſam in GM', ſive retro reſiliat per GM'. „ Recta CD habebit ordinatam CL, quæ evaneſcet, ubi pun„ cto C abeunte in E, ipſa CD abibit in EF, tum in poſi„ tione ulteriori rectæ perpendicularis HI, vel abibit in ne„ gativam HM, vel retro poſitiva regredietur in HM'. Ubi li„ nea altera cum altera coit, & punctum E alterius cum alte„ rius puncto G congreditur, ordinata CL videtur abire in ni„ hilum ita, ut nihilum, quemadmodum & ſupra innuimus, „ ſit limes quidam inter ſeriem ordinatarum poſitivarum CL, „ & negativarum HM; vel poſitivarum CL, & iterum poſi„ tivarum HM'. Sed, ſi res altius conſideretur ad metaphy„ ſicum conceptum reducta, in ſitu EF non habetur verum ni„ hilum. In ſitu CD, HI habetur diſtantia quædam puncto„ rum C, L; H, M: in ſitu EF habetur eorundem punctorum „ compenetratio. Diſtantia eſt relatio quædam binorum mo„ dorum, quibus bina puncta exiſtunt; compenetratio itidem eſt „ relatio binorum modorum, quibus ea exiſtunt, quæ compene„ tratio eſt aliquid reale ejuſdem prorſus generis, cujus eſt di„ ſtantia, conſtituta nimirum per binos reales exiſtendi modos.

Ordinatam nullam, ut & diſtantiam nullam exiſtentium eſſe compenetrationem.

Fig. 9.

60. „ Totum diſcrimen eſt in vocabulis, quæ nos impoſui„ mus. Bini locales exiſtendi modi infinitas numero relationes „ poſſunt conſtituere, alii alias. Hæ omnes inter ſe & diffe„ runt, & tamen ſimul etiam plurimum conveniunt; nam reales „ ſunt, & in quodam genere congruunt, quod nimirum ſint re„ lationes ortæ a binis localibus exiſtendi modis. Diverſa vero „ habent nomina ad arbitrium inſtituta, cum aliæ ex ejuſmodi „ relationibus, ut CL, dicantur diſtantiæ poſitivæ, relatio EG „ dicatur compenetratio, relationes HM dicantur diſtantiæ ne„ gativæ. Sed quoniam, ut a decem palmis diſtantiæ demptis „ 5, relinquuntur 5, ita demptis aliis 5, habetur nihil (non „ quidem verum nihil, ſed nihil in ratione diſtantiæ a nobis ita „ appellatæ, cum remaneat compenetratio); ablatis autem aliis „ quinque, remanent quinque palmi diſtantiæ negativæ; iſta o„ mnia realia ſunt, & ad idem genus pertinent; cum eodem „ prorſus modo inter ſe differant diſtantia palmorum 10 a diſtan„ tia palmorum 5, hæc a diſtantia nulla, ſed reali, quæ com„ penetrationem importat, & hæc a diſtantia negativa palmorum „ 5. Nam ex prima illa quantitate eodem modo devenitur ad „ haſce poſteriores per continuam ablationem palmorum 5. Eo„ dem autem pacto infinitas ellipſes, ab infinitis hyperbolis uni„ ca interjecta parabola diſcriminat, quæ quidem unica nomen „ peculiare ſortita eſt, cum illas numero infinitas, & a ſe invi„ cem admodum diſcrepantes unico vocabulo complectamur; li„ cet altera magis oblonga ab altera minus oblonga plurimum „ itidem diverſa ſit.

Ad idem pertinere ſeriei realis genus eam diſtantiam nullam, & aliquam.

Alia, quæ videntur nihil, & ſunt aliquid: diſcrimen inter radicem imaginariam, & zero.

61. „ Et quidem eodem pacto ſtatus quidam realis eſt „ quies, ſive perſeverantia in eodem modo locali exiſtendi; „ ſtatus quidam realis eſt velocitas nulla puncti exiſtentis, „ nimirum determinatio perſeverandi in eodem loco; ſtatus „ quidam realis puncti exiſtentis eſt vis nulla, nimirum deter- „ minatio retinendi præcedentem velocitatem, & ita porro: „ plurimum hæc diſcrepant a vero *non eſſe*. Caſus ordinatæ re- „ ſpondentis lineæ EF in fig. 9. differt plurimum a caſu „ ordinatæ circuli reſpondentis lineæ CD figuræ 8: in prima „ exiſtunt puncta, ſed compenetrata, in ſecunda alterum pun- „ ctum impoſſibile eſt. Ubi in ſolutione problematum deveni- „ tur ad quantitatem primi generis, problema determinationem „ peculiarem accipit; ubi devenitur ad quantitatem ſecundi ge- „ neris, problema evadit impoſſibile: uſque adeo in hoc ſe- „ cundo caſu habetur verum nihilum, omni reali proprietate „ carens; in illo primo habetur aliquid realibus proprietatibus „ præditum, quod ipſis etiam ſolutionibus problematum, & con- „ ſtructionibus veras ſufficit, & reales determinationes; cum „ realis, non imaginaria ſit radix æquationis cujuſpiam, quæ „ ſit = o, ſive nihilo æqualis.

Concluſio pro ſolutione ejus objectionis.

62. „ Firmum igitur manebit ſemper, & ſtabile, ſeriem rea- „ lem quamcunque, quæ continuo tempore finito duret, de- „ bere habere & primum principium, & ultimum finem realem, „ ſine ullo abſurdo, & ſine conjunctione ſui *eſſe* cum *non eſſe*, „ ſi forte duret eo ſolo tempore; dum ſi præcedenti etiam exti- „ tit tempore, habere debet & ultimum terminum ſeriei præce- „ dentis, & primum ſequentis, qui debent eſſe unicus indiviſi- „ bilis communis limes, ut momentum eſt unicus indiviſibilis „ limes inter tempus continuum præcedens, & ſubſequens. Sed „ hæc de ortu, & interitu jam ſatis.

Applicatio legis continuitatis ad colliſionem corporum.

63. Ut igitur contrahamus jam vela, continuitatis lex & inductione, & metaphyſico argumento abunde nititur, quæ idcirco etiam in velocitatis communicatione retineri omnino debet, ut nimirum ab una velocitate ad aliam nunquam tranſeatur, niſi per intermedias velocitates omnes ſine ſaltu. Et quidem in ipſis motibus, & velocitatibus inductionem habuimus num. 39, ac difficultates ſolvimus num. 46, & 47 pertinentes ad velocitates, quæ videri poſſent mutatæ per ſaltum. Quod autem pertinet ad metaphyſicum argumentum, ſi toto tempore ante contactum ſubſequentis corporis ſuperficies antecedens habuit 12 gradus velocitatis, & ſequenti 9, ſaltu facto momentaneo ipſo initio contactus; in ipſo momento ea tempora dirimente debuiſſet habere & 12, & 9 ſimul, quod eſt abſurdum. Duas enim velocitates ſimul habere corpus non poteſt, quod ipſum aliquanto diligentius demonſtrabo.

Duo velocitatum genera, potentialis, & actualis.

64. Velocitatis nomen, uti paſſim uſurpatur a Mechanicis, æquivocum eſt; poteſt enim ſignificare velocitatem actualem, quæ nimirum eſt relatio quædam in motu æquabili ſpatii percurſi diviſi per tempus, quo percurritur; & poteſt ſignificare quan-

quandam, quam apto Scholaſticorum vocabulo potentialem appello, quæ nimirum eſt determinatio ad actualem, ſive determinatio, quam habet mobile, ſi nulla vis mutationem inducat, percurrendi motu æquabili determinatum quoddam ſpatium quovis determinato tempore, quæ quidem duo & in diſſertatione *De Viribus Vivis*, & in Stayanis Supplementis diſtinxi, diſtinctione utique neceſſaria ad æquivocationes evitandas. Prima haberi non poteſt momento temporis, ſed requirit tempus continuum, quo motus fiat, & quidem etiam motum æquabilem requirit ad accuratam ſui menſuram; ſecunda habetur etiam momento quovis determinata; & hanc alteram intelligunt utique Mechanici, cum ſcalas geometricas efformant pro motibus quibuſcunque difformibus, ſive abſciſſa exprimente tempus, & ordinata velocitatem, utcunque etiam variatam, area exprimat ſpatium; ſive abſciſſa exprimente itidem tempus, & ordinata vim, area exprimat velocitatem jam genitam, quod itidem in aliis ejuſmodi ſcalis, & formulis algebraicis fit paſſim, hac potentiali velocitate uſurpata, quæ ſit tantummodo determinatio ad actualem, quam quidem ipſam intelligo, ubi in colliſione corporum eam nego mutari poſſe per ſaltum ex hoc poſteriore argumento.

Binas velocitates tum actuales, tum potentiales ſimul haberi non poſſe, ne detur, vel exigatur compenetratio.

65. Jam vero velocitates actuales non poſſe ſimul eſſe duas in eodem mobili, ſatis patet; quia oporteret, id mobile, quod initio dati cujuſdam temporis fuerit in dato ſpatii puncto, in omnibus ſequentibus occupare duo puncta ejuſdem ſpatii, ut nimirum ſpatium percurſum ſit duplex, alterum pro altera velocitate determinanda, adeoque requireretur actualis replicatio, quam non haberi uſpiam, ex principio inductionis colligere ſane poſſumus admodum facile. Cum nimirum nunquam videamus idem mobile ſimul ex eodem loco diſcedere in partes duas, & eſſe ſimul in duobus locis ita, ut conſtet nobis, utrobique eſſe illud idem. At nec potentiales velocitates duas ſimul eſſe poſſe, facile demonſtratur. Nam velocitas potentialis eſt determinatio ad exiſtendum poſt datum tempus continuum quodvis in dato quodam puncto ſpatii habente datam diſtantiam a puncto ſpatii, in quo mobile eſt eo temporis momento, quo dicitur habere illam potentialem velocitatem determinatam. Quamobrem habere ſimul illas duas potentiales velocitates eſt eſſe determinatum ad occupanda eodem momento temporis duo puncta ſpatii, quorum ſingula habeant ſuam diverſam diſtantiam ab eo puncto ſpatii, in quo tum eſt mobile, quod eſt eſſe determinatum ad replicationem habendam momentis omnibus ſequentis temporis. Dicitur utique idem mobile a diverſis cauſis acquirere ſimul diverſas velocitates, ſed eæ componuntur in unicam ita, ut ſingulæ conſtituant ſtatum mobilis, qui ſtatus reſpectu diſpoſitionum, quas eo momento, in quo tum eſt, habet ipſum mobile, complectentium omnes circumſtantias præteritas, & præſentes, eſt tantummodo conditionatus, non abſolutus; nimirum ut contineant determinatio-

nationem, quam ex omnibus præteritis, & præſentibus circumſtantiis haberet ad occupandum illud determinatum ſpatii punctum determinato illo momento temporis; niſi aliunde ejuſmodi determinatio per conjunctionem alterius cauſæ, quæ tum agat, vel jam egerit, mutaretur, & loco ipſius alia, quæ compoſita dicitur, ſuccederet. Sed ſtatus abſolutus reſultans ex omnibus eo momento præſentibus, & præteritis circumſtantiis ipſius mobilis, eſt unica determinatio ad exiſtendum pro quovis determinato momento temporis ſequentis in quodam determinato puncto ſpatii, qui quidem ſtatus pro circumſtantiis omnibus præteritis, & præſentibus eſt abſolutus, licet ſit itidem conditionatus pro futuris: ſi nimirum eædem, vel aliæ cauſæ agentes ſequentibus momentis non mutent determinationem, & punctum illud loci, ad quod revera deveniri deinde debet dato illo momento temporis, & actu devenitur; ſi ipſæ nihil aliud agant. Porro patet hujuſmodi ſtatus ex omnibus præteritis, & præſentibus circumſtantiis abſolutos non poſſe eodem momento temporis eſſe duos ſine determinatione ad replicationem, quam ille conditionatus ſtatus reſultans e ſingulis componentibus velocitatibus non inducit ob id ipſum, quod conditionatus eſt. Jam vero ſi haberetur ſaltus a velocitate ex omnibus præteritis, & præſentibus circumſtantiis exigente, ex. gr. poſt unum minutum, punctum ſpatii diſtans per palmos 6 ad exigentem punctum diſtans per palmos 9; deberet eo momento temporis, quo fieret ſaltus, haberi ſimul utraque determinatio abſoluta reſpectu circumſtantiarum omnium ejus momenti, & omnium præteritarum; nam toto præcedenti tempore habita fuiſſet realis ſeries ſtatuum cum illa priore, & toto ſequenti deberet haberi cum illa poſteriore, adeoque eo momento, ſimul utraque, cum neutra ſeries realis ſine reali ſuo termino ſtare poſſit.

Quovis momento punctum exiſtens debere habere ſtatum realem ex genere velocitatis potentialis.

66. Præterea corporis, vel puncti exiſtentis poteſt utique nulla eſſe velocitas actualis, ſaltem accurate talis; ſi nimirum difformem habeat motum, quod ipſum etiam ſemper in Natura accidit, ut demonſtrari poſſe arbitror, ſed huc non pertinet; at ſemper utique haberi debet aliqua velocitas potentialis, vel ſaltem aliquis ſtatus, qui licet alio vocabulo appellari ſoleat, & dici velocitas nulla, eſt tamen non nihilum quoddam, ſed realis ſtatus, nimirum determinatio ad quietem, quanquam hanc ipſam, ut & quietem, ego quidem arbitrer in Natura reapſe haberi nullam, argumentis, quæ in Stayanis Supplementis expoſui in binis paragraphis de ſpatio, ac tempore, quos hic addam in fine inter nonnulla, quæ hic etiam ſupplementa appellabo, & occurrent primo, ac ſecundo loco. Sed id ipſum itidem nequaquam huc pertinet. Iis etiam penitus prætermiſſis, eruitur e reliquis, quæ diximus, admiſſo etiam ut exiſtente, vel poſſibili in Natura motu uniformi, & quiete, utramque velocitatem habere conditiones neceſſarias ad hoc,

hoc, ut ſecundum argumentum pro continuitatis lege ſuperius allatum vim habeat ſuam, nec ab una velocitate ad alteram abiri poſſit ſine tranſitu per intermedias.

Non poſſe momento temporis tranſiri ab una velocitate ad aliam, demonſtratur, & vindicatur.

67. Patet autem, hinc illud evinci, nec interire momento temporis poſſe, nec oriri velocitatem totam corporis, vel puncti non ſimul intereuntis, vel orientis, nec huc transferri poſſe, quod de creatione, & morte diximus; cum nimirum ipſa velocitas nulla corporis, vel puncti exiſtentis, ſit non purum nihil, ut monui, ſed realis quidam ſtatus, qui ſimul cum alio reali ſtatu determinatæ illius intereuntis, vel orientis velocitatis deberet conjungi; unde etiam fit, ut nullum effugium haberi poſſit contra ſuperiora argumenta, dicendo, quando a 12 gradibus velocitatis tranſitur ad 9, durare utique priores 9, & interire reliquos tres, in quo nullum abſurdum ſit, cum nec in illorum duratione habeatur ſaltus, nec in ſaltu per interitum habeatur abſurdi quidpiam, ejus exemplo, quod ſuperius dictum fuit, ubi oſtenſum eſt, non conjungi *non eſſe* ſimul, & *eſſe*. Nam in primis 12 gradus velocitatis non ſunt quid compoſitum e duodecim rebus inter ſe diſtinctis, atque disjunctis, quarum 9 manere poſſint, 3 interire, ſed ſunt unica determinatio ad exiſtendum in punctis ſpatii diſtantibus certo intervallo, ut palmorum 12, elapſis datis quibuſdam temporibus æqualibus quibuſvis. Sic etiam in ordinatis GD, HE, quæ exprimunt velocitates in fig. 6, revera, in mea potiſſimum Theoria, ordinata GD non eſt quædam pars ordinatæ HE communis ipſi uſque ad D, ſed ſunt duæ ordinatæ, quarum prima conſiſtit in relatione diſtantiæ, puncti curvæ D a puncto axis G, ſecunda in relatione puncti curvæ E a puncto axis H, quod eſt ibi idem, ac punctum G. Relationem diſtantiæ punctorum D, & G conſtituunt duo reales modi exiſtendi ipſorum, relationem diſtantiæ punctorum D, & E duo reales modi exiſtendi ipſorum, & relationem diſtantiæ punctorum H, & E duo reales modi exiſtendi ipſorum. Hæc ultima relatio conſtat duobus modis realibus tantummodo pertinentibus ad puncta E, & H, vel G, & ſumma priorum conſtat modis realibus omnium trium, E, D, G. Sed nos indefinite concipimus poſſibilitatem omnium modorum realium intermediorum, ut infra dicemus, in qua præciſiva, & indefinita idea ſtat mihi idea ſpatii continui; & intermedii modi poſſibiles inter G, & D ſunt pars intermediorum inter E, & H. Præterea omiſſis etiam hiſce omnibus ipſe ille ſaltus a velocitate finita ad nullam, vel a nulla ad finitam, haberi non poteſt.

Cur adhibita colliſio pergentium in eandem plagam pro Theoria deducenda.

68. Atque hinc ego quidem potuiſſem etiam adhibere duos globos æquales, qui ſibi invicem occurrant cum velocitatibus æqualibus, quæ nimirum in ipſo contactu deberent momento temporis interire; ſed ut haſce ipſas conſiderationes evitarem de tranſitu a ſtatu reali ad ſtatum itidem realem, ubi a velocitate aliqua tranſitur ad velocitatem nullam; adhibui potius

in

in omnibus diſſertationibus meis globum, qui cum 12 velocitatis gradibus aſſequatur alterum præcedentem cum *6*; ut nimirum abeundo ad velocitatem aliam quamcunque haberetur ſaltus ab una velocitate ad aliam, in quo evidentius eſſet abſurdum.

Quo pacto mutata velocitate potentiali per ſaltum, non mutetur per ſaltum actualis.

Fig. 10.

69. Jam vero in hiſce caſibus utique haberi deberet ſaltus quidam, & violatio legis continuitatis, non quidem in velocitate actuali, ſed in potentiali, ſi ad contactum deveniretur cum velocitatum diſcrimine aliquo determinato quocunque. In velocitate actuali, ſi eam metiamur ſpatio, quod conficitur, diviſo per tempus, tranſitus utique fieret per omnes intermedias, quod ſic facile oſtenditur ope Geometriæ. In fig. 10 deſignent AB, BC bina tempora ante, & poſt contactum, & momento quolibet H ſit velocitas potentialis illa major HI, quæ æquetur velocitati primæ AD; quovis autem momento Q poſterioris temporis ſit velocitas potentialis minor QR, quæ æquetur velocitati cuidam datæ CG. Aſſumpto quovis tempore HK determinatæ magnitudinis, area IHKL diviſa per tempus HK, ſive recta HI, exhibebit velocitatem actualem. Moveatur tempus HK verſus B, & donec K adveniat ad B, ſemper eadem habebitur velocitatis menſura; eo autem progreſſo in O ultra B, ſed adhuc H exiſtente in M citra B, ſpatium illi tempori reſpondens componetur ex binis MNEB, BFPO, quorum ſumma ſi dividatur per MO; jam nec erit MN æqualis priori AD, nec BF, ipſa minor per datam quantitatem FE; ſed facile demonſtrari poteſt (b), capta VE æquali IL, vel HK, ſive MO, & ducta recta VF, quæ ſecet MN in X, quotum ex illa diviſione prodeuntem fore MX, donec, abeunte toto illo tempore ultra B in QS, jam area QRTS diviſa per tempus QS exhibeat velocitatem conſtantem QR.

Irregularitas alia in expreſſione actualis velocitatis.

70. Patet igitur in ea conſideratione a velocitate actuali præcedente HI ad ſequentem QR tranſiri per omnes intermedias MX, quas continua recta VF definiet; quanquam ibi etiam irregulare quid oritur inde, quod velocitas actualis XM diverſa obvenire debeat pro diverſa magnitudine temporis aſſumpti HK, quo nimirum aſſumpto majore, vel minore removetur magis, vel minus V ab E, & decreſcit, vel creſcit XM. Id tamen accidit in motibus omnibus, in quibus velocitas non manet eadem toto tempore, ut nimirum tum etiam, ſi velocitas aliqua actualis debeat agnoſci, & determinari ſpatio diviſo per tempus; pro aliis, atque aliis temporibus aſſumptis pro menſura aliæ, atque aliæ velocitatis actualis menſuræ obve-

(b) *Si enim producatur OP uſque ad NE in Υ, erit EΥ = VN, ob VE = MO = NΥ. Eſt autem VE : VN : : EF : NX; quare VN × EF = VE × NX, ſive poſito EΥ pro VN, & MO pro VE, erit EΥ × EF = MO × NX. Totum MNΥO eſt MO × MN, pars FEΥP eſt = EΥ × EF. Quare reſiduus gnomon NMOPFE eſt MO × (MN − NX), ſive eſt MO × MX, quo diviſo per MO habetur MX.*

veniant, ſecus ac accidit in motu ſemper æquabili, quam ipſam ob cauſam velocitatis actualis in motu difformi nulla eſt revera menſura accurata, quod ſupra innui, ſed ejus idea præciſa, ac diſtincta æquabilitatem motus requirit, & idcirco Mechanici in difformibus motibus ad actualem velocitatem determinandam adhibere ſolent ſpatiolum infiniteſimo tempuſculo percurſum, in quo ipſo motum habent pro æquabili.

Concluditur ad contactum immediatum non poſſe deveniri cum differentia velocitatum.

71. At velocitas illa potentialis, quæ ſingulis momentis temporis reſpondet ſua, mutaretur utique per ſaltum ipſo momento B, quo deberet haberi & ultima velocitatum præcedentium BE, & prima ſequentium BF, quod cum haberi nequeat, uti demonſtratum eſt, fieri non poteſt per ſecundum ex argumentis, quæ adhibuimus pro lege continuitatis, ut cum illa velocitatum inæqualitate deveniatur ad immediatum contactum; atque id ipſum excludit etiam inductio, quam pro lege continuitatis in ipſis quoque velocitatibus, atque motibus primo loco propoſui.

Promovenda analyſis eo excluſo.

72. Atque hoc demum pacto illud conſtitit evidenter, non licere continuitatis legem deſerere in colliſione corporum, & illud admittere, ut ad contactum immediatum deveniatur cum illæſis binorum corporum velocitatibus integris. Videndum igitur, quid neceſſario conſequi debeat, ubi id non admittatur, & hæc analyſis ulterius promovenda.

Debere ante contactum haberi mutationem velocitatis, adeoque vim, quæ mutat.

73. Quoniam ad immediatum contactum devenire ea corpora non poſſunt cum præcedentibus velocitatibus; oportet, ante contactum ipſum immediatum incipiant mutari velocitates ipſæ, & vel ea conſequentis corporis minui, vel ea antecedentis augeri, vel utrumque ſimul. Quidquid accidat, habebitur ibi aliqua mutatio ſtatus, vel in altero corpore, vel in utroque, in ordine ad motum, vel quietem, adeoque habebitur aliqua mutationis cauſa, quæcunque illa ſit. Cauſa vero mutans ſtatum corporis in ordine ad motum, vel quietem, dicitur vis: habebitur igitur vis aliqua, quæ effectum gignat, etiam ubi illa duo corpora nondum ad contactum devenerint.

Eam vim debere eſſe mutuam, & agere in partes oppoſitas.

74. Ad impediendam violationem continuitatis ſatis eſſet, ſi ejuſmodi vis ageret in alterum tantummodo e binis corporibus, reducendo præcedentis velocitatem ad gradus 12, vel ſequentis ad 6. Videndum igitur aliunde, an agere debeat in alterum tantummodo, an in utrumque ſimul, & quomodo. Id determinabitur per aliam Naturæ legem, quam nobis inductio ſatis ampla oſtendit, qua nimirum evincitur, omnes vires nobis cognitas agere utrinque & æqualiter, & in partes oppoſitas, unde provenit principium, quod appellant actionis, & reactionis æqualium; eſt autem fortaſſe quædam actio duplex ſemper æqualiter agens in partes oppoſitas. Ferrum, & magnes æque ſe mutuo trahunt; elaſtrum binis globis æqualibus interjectum æque utrumque urget, & æqualibus velocitatibus propellit; gravitatem ipſam generalem mutuam eſſe oſten-

dunt errores Jovis, ac Saturni potiſſimum, ubi ad ſe invicem accedunt, uti & curvatura orbitæ lunaris orta ex ejus gravitate in terram comparata cum æſtu maris orto ex inæquali partium globi terraquei gravitate in Lunam. Ipſæ noſtræ vires, quas nervorum ope exerimus, ſemper in partes oppoſitas agunt, nec ſatis valide aliquid propellimus, niſi pede humum, vel etiam, ut efficacius agamus, oppoſitum parietem ſimul repellamus. En igitur inductionem, quam utique ampliorem etiam habere poſſumus, ex qua illud pro eo quoque caſu debemus inferre, eam ibi vim in utrumque corpus agere, quæ actio ad æqualitatem non reducet inæquales illas velocitates, niſi augeat præcedentis, minuat conſequentis corporis velocitatem; nimirum niſi in iis producat velocitates quaſdam contrarias, quibus, ſi ſolæ eſſent, deberent a ſe invicem recedere: ſed quia eæ componuntur cum præcedentibus; hæc utique non recedunt, ſed tantummodo minus ad ſe invicem accedunt, quam accederent.

Hinc dicendam eſſe repulſivam: quærendam ejus legem.

75. Invenimus igitur vim ibi debere eſſe mutuam, quæ ad partes oppoſitas agat, & quæ ſua natura determinet per ſeſe illa corpora ad receſſum mutuum a ſe invicem. Hujuſmodi igitur vis ex nominis definitione appellari poteſt vis repulſiva. Quærendum jam ulterius, qua lege progredi debeat, an imminutis in immenſum diſtantiis ad datam quandam menſuram deveniat, an in infinitum excreſcat?

Ea vi debere totum velocitatum diſcrimen elidi ante contactum.

76. Ut in illo caſu evitetur ſaltus; ſatis eſt in allato exemplo; ſi vis repulſiva, ad quam delati ſumus, extinguat velocitatum differentiam illam 6 graduum, antequam ad contactum immediatum corpora devenerint: quamobrem poſſent utique devenire ad eum contactum eodem illo momento, quo ad æqualitatem velocitatum deveniunt. At ſi in alio quopiam caſu corpus ſequens impellatur cum velocitatis gradibus 20, corpore præcedente cum ſuis 6; tum vero ad contactum deveniretur cum differentia velocitatum majore, quam graduum 8. Nam illud itidem ampliſſima inductione evincitur, vires omnes nobis cognitas, quæ aliquo tempore agunt, ut velocitatem producant, agere in ratione temporis, quo agunt, & ſui ipſius. Rem in gravibus oblique deſcendentibus experimenta confirmant; eadem & in elaſtris inſtitui facile poſſunt, ut rem comprobent; ac id ipſum eſt fundamentum totius Mechanicæ, quæ inde motuum leges eruit, quas experimenta in pendulis, in projectis gravibus, in aliis pluribus comprobant, & Aſtronomia confirmat in cæleſtibus motibus. Quamobrem illa vis repulſiva, quæ in priore caſu extinxit 6 tantummodo gradus diſcriminis, ſi agat breviore tempore in ſecundo caſu, non poterit extinguere niſi pauciores, minore nimirum velocitate producta utrinque ad partes contrarias. At breviore utique tempore aget: nam cum majore velocitatum diſcrimine velocitas reſpectiva eſt major, ac proinde acceſſus celerior.

Extin-

Extingueret igitur in ſecundo caſu illa vis minus, quam *6* diſcriminis gradus, ſi in primo uſque ad contactum extinxit tantummodo *6*. Supereſſent igitur plures, quam 8; nam inter 20 & *6* erant 14, ubi ad ipſum deveniretur contactum, & ibi per ſaltum deberent velocitates mutari, ne compenetratio haberetur, ac proinde lex continuitatis violari. Cum igitur id accidere non poſſit; oportet, Natura incommodo caverit per ejuſmodi vim, quæ in priore caſu aliquanto ante contactum extinxerit velocitatis diſcrimen, ut nimirum imminutis in ſecundo caſu adhuc magis diſtantiis, vis ulterior illud omne diſcrimen auferat, eliſis omnibus illis 14 gradibus diſcriminis, qui habebantur.

Eam vim debere augeri in infinitum, imminutis, & quidem in infinitum, diſtantiis: habente virium curva aliquam aſymptotum in origine abſciſſarum.

77. Quando autem huc jam delati ſumus, facile eſt ulterius progredi, & illud conſiderare, quod in ſecundo caſu accidit reſpectu primi, idem accidere aucta ſemper velocitate conſequentis corporis in tertio aliquo reſpectu ſecundi, & ita porro. Debebit igitur ad omnem pro omni caſu evitandum ſaltum Natura caviſſe per ejuſmodi vim, quæ imminutis diſtantiis creſcat in infinitum, atque ita creſcat, ut par ſit extinguendæ cuicunque velocitati, utcunque magnæ. Devenimus igitur ad vires repulſivas imminutis diſtantiis creſcentes in infinitum, nimirum ad arcum illum aſymptoticum ED curvæ virium in fig. 1. propoſitum. Illud quidem ratiocinatione hactenus inſtituta immediate non deducitur, hujuſmodi incrementa virium auctarum in infinitum reſpondere diſtantiis in infinitum imminutis. Poſſet pro hiſce corporibus, quæ habemus præ manibus, quædam data diſtantia quæcunque eſſe ultimus limes virium in infinitum excreſcentium, quo caſu aſymptotus AB non tranſiret per initium diſtantiæ binorum corporum, ſed tanto intervallo poſt ipſum, quantus eſſet ille omnium diſtantiarum, quas remotiores particulæ poſſint acquirere a ſe invicem, limes minimus; ſed aliquem demum eſſe debere extremum etiam aſymptoticum arcum curvæ habentem pro aſymptoto rectam tranſeuntem per ipſum initium diſtantiæ, ſic evincitur: ſi nullus ejuſmodi haberetur arcus; particulæ materiæ minores, & primo collocatæ in diſtantia minore, quam eſſet ille ultimus limes, ſive illa diſtantia aſymptoti ab initio diſtantiæ binorum punctorum materiæ, in mutuis incurſibus velocitatem deberent poſſe mutare per ſaltum, quod cum fieri nequeat, debet utique aliquis eſſe ultimus aſymptoticus arcus, qui aſymptotum habeat tranſeuntem per diſtantiarum initium, & vires inducat imminutis in infinitum diſtantiis creſcentes in infinitum ita, ut ſint pares velocitati extinguendæ cuivis, utcunque magnæ. Ad ſummum in curva virium haberi poſſent plures aſymptotici arcus, alii poſt alios, habentes ad exigua intervalla aſymptotos inter ſe parallelas, qui caſus itidem uberrimum aperit contemplationibus fœcundiſſimis campum, de quo aliquid inferius; ſed aliquis arcus aſympto-

Fig. 1.

ticus poſtremus, cujuſmodi eſt is, quem in figura 1 propoſui, haberi omnino debet. Verum ea perquiſitione hic omiſſa, pergendum eſt in conſideratione legis virium, & curvæ eam exprimentis, quæ habentur auctis diſtantiis.

Vim in majoribus diſtantiis eſſe attractivam, curva ſecante axem in aliquo limite.

78. In primis gravitas omnium corporum in Terram, quam quotidie experimur, ſatis evincit, repulſionem illam, quam pro minimis diſtantiis invenimus, non extendi ad diſtantias quaſcunque, ſed in magnis jam diſtantiis haberi determinationem ad acceſſum, quam vim attractivam nominavimus. Quin immo Keplerianæ leges in Aſtronomia tam feliciter a Newtono adhibitæ ad legem gravitatis generalis deducendam, & ad cometas etiam traductæ, ſatis oſtendunt, gravitatem vel in infinitum, vel ſaltem per totum planetarium, & cometarium ſyſtema extendi in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Quamobrem virium curva arcum habet aliquem jacentem ad partes axis oppoſitas, qui accedat, quantum ſenſu percipi poſſit, ad eam tertii gradus hyperbolam, cujus ordinatæ ſunt in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, qui nimirum eſt ille arcus STV figuræ 1. Ac illud etiam hinc patet, eſſe aliquem locum E, in quo curva ejuſmodi axem ſecet, qui ſit limes attractionum, & repulſionum, in quo ab una ad alteram ex iis viribus tranſitus fiat.

Plures eſſe debere, immo plurimos tranſitus, & limites.

79. Duos alios nobis indicat limites ejuſmodi, ſive alias duas interſectiones, ut G, & I, phænomenum vaporum, qui oriuntur ex aqua, & aeris, qui a fixis corporibus gignitur; cum in iis ante nulla particularum repulſio fuerit, quin immo fuerit attractio, ob cohærentiam, qua, una parte retracta, altera ipſam conſequebatur, & in illa tanta expanſione, & elaſticitatis vi ſatis ſe manifeſto prodat repulſio, ut idcirco a repulſione in minimis diſtantiis ad attractionem alicubi ſit itum, tum inde iterum ad repulſionem, & iterum inde ad generalis gravitatis attractiones. Effervescentiæ, & fermentationes adeo diverſæ, in quibus cum adeo diverſis velocitatibus eunt, ac redeunt, & jam ad ſe invicem accedunt, jam recedunt a ſe invicem particulæ, indicant utique ejuſmodi limites, atque tranſitus multo plures; ſed illos prorſus evincunt ſubſtantiæ molles, ut cera, in quibus compreſſiones plurimæ acquiruntur cum diſtantiis admodum diverſis, in quibus tamen omnibus limites haberi debent; nam, anteriore parte ad ſe attracta, poſteriores eam ſequuntur, eadem propulſa, illæ recedunt, diſtantiis ad ſenſum non mutatis, quod ob illas repulſiones in minimis diſtantiis, quæ contiguitatem impediunt, fieri alio modo non poteſt, niſi ſi limites ibidem habeantur in iis omnibus diſtantiis inter attractiones, & repulſiones, quæ nimirum requiruntur ad hoc, ut pars altera alteram conſequatur retractam, vel præcedat propulſam.

Hinc tota curvæ forma cum binis aſymptotis.

80. Habentur igitur plurimi limites, & plurimi flexus curvæ hinc, & inde ab axe præter duos arcus, quorum prior ED in infinitum protenditur, & aſymptoticus eſt, alter STV,

ſi

ſi gravitas generalis in infinitum protenditur, eſt aſymptoticus itidem, & ita accedit ad crus illud hyperbolæ gradus tertii, ut diſcrimen ſenſu percipi nequeat: nam cum ipſo penitus congruere omnino non poteſt; non enim poſſet ab eodem deinde diſcedere, cum duarum curvarum, quarum diverſa natura eſt, nulli arcus continui, utcunque exigui, poſſint penitus congruere, ſed ſe tantummodo ſecare, contingere, oſculari poſſint in punctis quotcunque, & ad ſe invicem accedere utcumque. Hinc habetur jam tota forma curvæ virium, qualem initio propoſui, directa ratiocinatione a Naturæ phænomenis, & genuinis principiis deducta. Remanet jam determinanda conſtitutio primorum elementorum materiæ ab iis viribus deducta, quo facto omnis illa Theoria, quam initio propoſui, patebit, nec erit arbitraria quædam hypotheſis, ac licebit progredi ad amovendas apparentes quaſdam difficultates, & ad uberrimam applicationem ad omnem late Phyſicam qua exponendam, qua tantummodo, ne hoc opus plus æquo excreſcat, indicandam.

tis, & pluribus flexibus, ac ſectionibus.

81. Quoniam, imminutis in infinitum diſtantiis, vis repulſiva augetur in infinitum; facile patet, nullam partem materiæ poſſe eſſe contiguam alteri parti: vis enim illa repulſiva protinus alteram ab altera removeret. Quamobrem neceſſario inde conſequitur, prima materiæ elementa eſſe omnino ſimplicia, & a nullis contiguis partibus compoſita. Id quidem immediate, & neceſſario fluit ex illa conſtitutione virium, quæ in minimis diſtantiis ſunt repulſivæ, & in infinitum excreſcunt.

Hinc elementorum primorum materiæ ſimplicitas carens partibus.

82. Objiciet hic fortaſſe quiſpiam illud, fieri poſſe, ut particulæ primigeniæ materiæ ſint compoſitæ quidem, ſed nulla Naturæ vi diviſibiles a ſe invicem, quarum altera tota reſpectu alterius totius habeat vires illas in minimis diſtantiis repulſivas, vel quarum pars quævis reſpectu reliquarum partium ejuſdem particulæ non ſolum nullam habeat repulſivam vim, ſed habeat maximam illam attractivam, quæ ad ejuſmodi cohæſionem requiritur: eo pacto evitari debere quemvis immediatum impulſum, adeoque omnem ſaltum, & continuitatis læſionem. At in primis id eſſet contra homogeneitatem materiæ, de qua agemus infra: nam eadem materiæ pars in iiſdem diſtantiis reſpectu quarundam pauciſſimarum partium, cum quibus particulam ſuam componit, haberet vim repulſivam, reſpectu autem aliarum omnium attractivam in iiſdem diſtantiis, quod analogiæ adverſatur. Deinde ſi a Deo agente ſupra vires Naturæ ſejungerentur illæ partes a ſe invicem, tum ipſius Naturæ vi in ſe invicem incurrerent; haberetur in earum colliſione ſaltus naturalis, utut præſupponens aliquid factum vi agente ſupra Naturam. Demum duo tum cohæſionum genera deberent haberi in Natura admodum diverſa, alterum per attractionem in minimis diſtantiis, alterum vero longe alio pacto in elementarium particularum maſſis, nimirum per limites cohæſionis; adeoque multo minus ſimplex, & minus uniformis evaderet Theoria.

Solutio objectionis petitæ ex eo, quod vires repulſivas habere poſſent non puncta ſingula, ſed particulæ primigeniæ.

83. Sim-

An elementa ſint extenſa: argumenta pro virtuali eorum extenſione.

83. Simplicitate, & incompoſitione elementorum definita, dubitari poteſt, an ea ſint etiam inextenſa, an aliquam, utut ſimplicia, extenſionem habeant ejus generis, quam virtualem extenſionem appellant Scholaſtici. Fuerunt enim potiſſimum inter Peripateticos, qui admiſerint elementa ſimplicia, & carentia partibus, atque ex ipſa natura ſua prorſus indiviſibilia, ſed tamen extenſa per ſpatium diviſibile ita, ut alia aliis majus etiam occupent ſpatium, ac eo loco, quo unum ſtet, poſſint, eo remoto, ſtare ſimul duo, vel etiam plura; ac ſunt etiamnum, qui ita ſentiant. Sic etiam animam rationalem hominis utique prorſus indiviſibilem cenſuerunt alii per totum corpus diffuſam; alii minori quidem corporis parti, ſed utique parti diviſibili cuipiam, & extenſæ, præſentem toti etiamnum arbitrantur. Deum autem ipſum præſentem ubique credimus per totum utique diviſibile ſpatium, quod omnia corpora occupant, licet ipſe ſimpliciſſimus ſit, nec ullam prorſus compoſitionem admittat. Videtur autem ſententia eadem inniti cuidam etiam analogiæ loci, ac temporis. Ut enim quies eſt conjunctio ejuſdem puncti loci cum ſerie continua omnium momentorum ejus temporis, quo quies durat; ſic etiam illa virtualis extenſio eſt conjunctio unius momenti temporis cum ſerie continua omnium punctorum ſpatii, per quod ſimplex illud ens virtualiter extenditur; ut idcirco ſicut illa quies haberi creditur in Natura, ita & hæc virtualis extenſio debeat admitti, qua admiſſa poterunt utique illa primæ materiæ elementa eſſe ſimplicia, & tamen non penitus inextenſa.

Excluditur virtualis extenſio principio inductionis rite applicato.

84. At ego quidem arbitror, hanc itidem ſententiam everti penitus eodem inductionis principio, ex quo alia tam multa hucuſque, quibus uſi ſumus, deduximus. Videmus enim in his corporibus omnibus, quæ obſervare poſſumus, quidquid diſtinctum occupat locum, diſtinctum eſſe itidem ita, ut etiam ſatis magnis viribus adhibitis ſeparari poſſint, quæ diverſas occupant ſpatii partes, nec ullum caſum deprehendimus, in quo magna hæc corpora partem aliquam habeant, quæ eodem tempore diverſas ſpatii partes occupet, & eadem ſit. Porro hæc proprietas ex natura ſua ejus generis eſt, ut æque cadere poſſit in magnitudines, quas per ſenſum deprehendimus, ac in magnitudines, quæ infra ſenſuum noſtrorum limites ſunt; res nimirum pendet tantummodo a magnitudine ſpatii, per quod haberetur virtualis extenſio, quæ magnitudo ſi eſſet ſatis ampla, ſub ſenſus caderet. Cum igitur nunquam id comperiamus in magnitudinibus ſub ſenſum cadentibus, immo in caſibus innumeris deprehendamus oppoſitum; debet utique res transferri ex inductionis principio ſupra expoſito ad minimas etiam quaſque materiæ particulas, ut ne illæ quidem ejuſmodi habeant virtualem extenſionem.

85. Exem-

85. Exempla, quæ adduntur, petita ab anima rationali, & ab omnipræſentia Dei, nihil poſitive evincunt, cum ex alio entium genere petita ſint; præterquam quod nec illud demonſtrari poſſe cenſeo, animam rationalem non eſſe unico tantummodo, ſimplici, & inextenſo corporis puncto ita præſentem, ut eundem locum obtineat, exerendo inde vires quaſdam in reliqua corporis puncta rite diſpoſita, in quibus viribus partim neceſſariis, & partim liberis, ſtet ipſum animæ commercium cum corpore. Dei autem præſentia cujuſmodi ſit, ignoramus omnino; quem ſane extenſum per ſpatium diviſibile nequaquam dicimus, nec ab iis modis omnem excedentibus humanum captum, quibus ille exiſtit, cogitat, vult, agit, ad humanos, ad materiales exiſtendi, agendique modos, ulla eſſe poteſt analogia, & deductio. **Reſponſio ad exemplum animæ & Dei.**

86. Quod autem pertinet ad analogiam cum quiete, ſunt ſane ſatis valida argumenta, quibus, ut ſupra innui, ego cenſeam, in Natura quietem nullam exiſtere. Ipſam nec poſſe exiſtere, argumento quodam poſitivo ex numero combinationum poſſibilium infinito contra alium finitum, demonſtravi in Stayanis Supplementis, ubi de ſpatio, & tempore quæ juxta num. *66* occurrent infra Supplementorum §. 1, & 2; nunquam vero eam exiſtere in Natura, patet ſane in ipſa Newtoniana ſententia de gravitate generali, in qua in planetario ſyſtemate ex mutuis actionibus quieſcit tantummodo centrum commune gravitatis, punctum utique imaginarium, circa quod omnia planetarum, cometarumque corpora moventur, ut & ipſe Sol; ac idem accidit fixis omnibus circa ſuorum ſyſtematum gravitatis centra; quin immo ex actione unius ſyſtematis in aliud utcunque diſtans, in ipſa gravitatis centra motus aliquis inducetur; & generalius, dum movetur quæcunque materiæ particula, uti luminis particula quæcunque; reliquæ omnes utcunque remotæ, quæ inde poſitionem ab illa mutant, mutant & gravitatem, ac proinde moventur motu aliquo exiguo, ſed ſane motu. In ipſa Telluris quieſcentis ſententia, quieſcit quidem Tellus ad ſenſum, nec tota ab uno in alium transfertur locum; at ad quamcunque criſpationem maris, rivuli decurſum, muſcæ volatum, æquilibrio dempto, trepidatio oritur, perquam exigua illa quidem, ſed ejuſmodi, ut veram quietem omnino impediat. Quamobrem analogia inde petita evertit potius virtualem ejuſmodi ſimplicium elementorum extenſionem poſitam in conjunctione ejuſdem momenti temporis cum ſerie continua punctorum loci, quam comprobet. **Itidem ad analogiam cum quiete.**

87. Sed nec ea ipſa analogia, ſi adeſſet, rem ſatis evinceret; cum analogiam inter tempus, & locum videamus in aliis etiam violari: nam in iis itidem paragraphis Supplementorum demonſtravi, nullum materiæ punctum unquam redire ad punctum ſpatii quodcunque, in quo ſemel fuerit aliud materiæ punctum, ut idcirco duo puncta materiæ nunquam conjungant idem **In quo deficiat analogia loci, & temporis.**

pun-

Digitized by Google

punctum ſpatii ne cum binis quidem punctis temporis, dum quamplurima binaria punctorum materiæ conjungunt idem punctum temporis cum duobus punctis loci; nam utique coexiſtunt: ac præterea tempus quidem unicam dimenſionem habet diuturnitatis, ſpatium vero habet triplicem, in longum, latum, atque profundum.

Inextenſio utilis ad excludendum tranſitum momentaneum a denſitate nulla ad ſummam.

88. Quamobrem illud jam tuto inferri poteſt, hæc primigenia materiæ elementa, non ſolum eſſe ſimplicia, ac indiviſibilia, ſed etiam inextenſa. Et quidem hæc ipſa ſimplicitas, & inextenſio elementorum præſtabit commoda ſane plurima, quibus eadem adhuc magis fulcitur, ac comprobatur. Si enim prima elementa materiæ ſint quædam partes ſolidæ, ex partibus compoſitæ, vel etiam tantummodo extenſæ virtualiter, dum a vacuo ſpatio motu continuo pergitur per unam ejuſmodi particulam, fit ſaltus quidam momentaneus a denſitate nulla, quæ habetur in vacuo, ad denſitatem ſummam, quæ habetur, ubi ea particula ſpatium occupat totum. Is vero ſaltus non habetur, ſi elementa ſimplicia ſint, & inextenſa, ac a ſe invicem diſtantia. Tum enim omne continuum eſt vacuum tantummodo, & in motu continuo per punctum ſimplex fit tranſitus a vacuo continuo ad vacuum continuum. Punctum illud materiæ occupat unicum ſpatii punctum, quod punctum ſpatii eſt indiviſibilis limes inter ſpatium præcedens, & conſequens. Per ipſum non immoratur mobile continuo motu delatum, nec ad ipſum tranſit ab ullo ipſi immediate proximo ſpatii puncto, cum punctum puncto proximum, uti ſupra diximus, nullum ſit; ſed a vacuo continuo ad vacuum continuum tranſitur per ipſum ſpatii punctum a materiæ puncto occupatum.

Itidem ad hoc, ut denſitas augeri poſſit, ut poteſt minui in infinitum.

89. Accedit, quod in ſententia ſolidorum, extenſorumque elementorum habetur illud, denſitatem corporis minui poſſe in infinitum, augeri autem non poſſe, niſi ad certum limitem, in quo incrementi lex neceſſario abrumpi debeat. Primum conſtat ex eo, quod eadem particula continua dividi poſſit in particulas minores quotcunque, quæ idcirco per ſpatium utcunque magnum diffundi poteſt ita, ut nulla earum ſit, quæ aliquam aliam non habeat utcunque libuerit parum a ſe diſtantem. Atque eo pacto aucta mole, per quam eadem illa maſſa diffuſa ſit, eaque aucta in ratione quacunque, minuetur utique denſitas in ratione itidem utcunque magna. Patet & alterum: ubi enim omnes particulæ ad contactum devenerint; denſitas ultra augeri non poterit. Quoniam autem determinata quædam erit utique ratio ſpatii vacui ad plenum, nonniſi in ea ratione augeri poterit denſitas, cujus augmentum, ubi ad contactum deventum fuerit, abrumpetur. At ſi elementa ſint puncta penitus indiviſibilia, & inextenſa; uti augeri eorum diſtantia poterit in infinitum, ita utique poterit etiam minui pariter in ratione quacunque; cum in

ratione

ratione quacunque lineola quæcunque ſecari ſane poſſit; adeoque uti nullus eſt limes raritatis auctæ, ita etiam nullus erit auctæ denſitatis.

Et ad excludendum continuum extenſum, & infinitum in exiſtentibus.

90. Sed & illud commodum accidet, quod ita omne continuum coexiſtens eliminabitur e Natura, in quo explicando uſque adeo deſudarunt, & fere incaſſum, Philoſophi, nec idcirco diviſio ulla realis entis in infinitum produci poterit, nec hærebitur, ubi quæratur, an numerus partium actu diſtinctarum, & ſeparabilium, ſit finitus, an infinitus; nec alia ejuſmodi ſane innumera, quæ in continui compoſitione uſque adeo negotium faceſſunt Philoſophis, jam habebuntur. Si enim prima materiæ elementa ſint puncta penitus inextenſa, & indiviſibilia, a ſe invicem aliquo intervallo disjuncta; jam erit finitus punctorum numerus in quavis maſſa: nam diſtantiæ omnes finitæ erunt; infiniteſimas enim quantitates in ſe determinatas nullas eſſe, ſatis ego quidem, ut arbitror, luculenter demonſtravi & in diſſertatione *De Natura, & Uſu infinitorum, ac infinite parvorum*, & in diſſertatione *De Lege Continuitatis*, & alibi. Intervallum quodcunque finitum erit, & diviſibile utique in infinitum per interpoſitionem aliorum, atque aliorum punctorum, quæ tamen ſingula, ubi fuerint poſita, finita itidem erunt, & aliis pluribus, finitis tamen itidem, ubi extiterint, locum relinquent, ut infinitum ſit tantummodo in poſſibilibus, non autem in exiſtentibus, in quibus poſſibilibus ipſis omnem poſſibilium ſeriem idcirco ego appellare ſoleo conſtantem terminis finitis in infinitum, quod quæcunque, quæ exiſtant, finita eſſe debeant, ſed nullus ſit exiſtentium finitus numerus ita ingens, ut alii, & alii majores, ſed itidem finiti, haberi non poſſint, atque id ſine ullo limite, qui nequeat præteriri. Hoc autem pacto, ſublato ex exiſtentibus omni actuali infinito, innumeræ ſane difficultates auferentur.

Inextenſionem admitti oportere: quærendum de homogeneitate.

91. Cum igitur & poſitivo argumento, a lege virium poſitive demonſtrata deſumpto, ſimplicitas, & inextenſio primorum materiæ elementorum deducatur, & tam multis aliis vel indiciis fulciatur, vel emolumentis inde derivatis confirmetur; ipſa itidem admitti jam debet; ac ſupererit quærendum illud tantummodo, utrum hæc elementa homogenea cenſeri debeant, & inter ſe prorſus ſimilia, ut ea initio aſſumpſimus, an vero heterogenea, ac diſſimilia.

Homogeneitatem ſuaderi ab homogeneitate primi, & ultimi aſymptotici cruris pro punctis omnibus.

92. Pro homogeneitate primorum materiæ elementorum illud eſt quoddam veluti principium, quod in ſimplicitate, & inextenſione conveniant, ac etiam vires quaſdam habeant utique omnia. Deinde curvam ipſam virium eandem eſſe omnino in omnibus illud indicat, vel etiam evincit, quod primum crus repulſivum impenetrabilitatem ſecum trahens, & poſtremum attractivum gravitatem definiens, omnino communia in omnibus ſint: nam corpora omnia æque impenetrabilia ſunt, & vero etiam æque gravia pro quantitate materiæ ſuæ, uti ſatis

evincit æqualis velocitas auri, & plumæ cadentis in Boyliano recipiente. Si reliquus curvæ arcus intermedius eſſet difformis in diverſis materiæ punctis; infinities probabilius eſſet, difformitatem extendi etiam ad crus primum, & ultimum, cum infinities plures ſint curvæ, quæ, cum in reliquis differant partibus, differant plurimum etiam in hiſce extremis, quam quæ in hiſce extremis tantummodo tam arcte conſentiant. Et hoc quidem argumento illud etiam colligitur, curvam virium in quavis directione ab eodem primo materiæ elemento, nimirum ab eodem materiæ puncto eandem eſſe, cum & primum impenetrabilitatis, & poſtremum gravitatis crus pro omnibus directionibus ſit ad ſenſum idem. Cum primum in diſſertatione *De Viribus Vivis* hanc Theoriam protuli, ſuſpicabar diverſitatem legis virium reſpondentis diverſis directionibus; ſed hoc argumento ad majorem ſimplicitatem, & uniformitatem deinde adductus ſum. Diverſitas autem legum virium pro diverſis particulis, & pro diverſis reſpectu ejuſdem particulæ directionibus, habetur utique ex diverſo numero, & poſitione punctorum eam componentium, qua de re inferius aliquid.

Nihil contra deduci ex principio indiſcernibilium, & rationis ſufficientis.

93. Nec vero huic homogeneitati opponitur inductionis principium, quo ipſam Leibnitiani oppugnare ſolent, nec principium rationis ſufficientis, atque indiſcernibilium, quod ſuperius innui numero 3. Infinitam Divini Conditoris mentem, ego quidem omnino arbitror, quod & tam multi Philoſophi cenſuerunt, ejuſmodi perſpicacitatem habere, atque intuitionem quandam, ut ipſam etiam, quam individuationem appellant, omnino ſimilium individuorum cognoſcat, atque illa inter ſe omnino diſcernat. Rationis autem ſufficientis principium falſum omnino eſſe cenſeo, ac ejuſmodi, ut omnem veræ libertatis ideam omnino tollat; niſi pro ratione, ubi agitur de voluntatis determinatione, ipſum liberum arbitrium, ipſa libera determinatio aſſumatur, quod niſi fiat in voluntate divina, quæcunque exiſtunt, neceſſario exiſtunt, & quæcunque non exiſtunt, ne poſſibilia quidem erunt, vera aliqua poſſibilitate, uti facile admodum demonſtratur; quod tamen ſi ſemel admittatur, mirum ſane, quam prona demum ad fatalem neceſſitatem patebit via. Quamobrem poteſt divina voluntas determinari ex ſolo arbitrio ſuo ad creandum hoc individuum potius, quam illud ex omnibus omnino ſimilibus, & ad ponendum quodlibet ex iis potius eo loco, quo ponit, quam loco alterius. Sed de rationis ſufficientis principio hæc ipſa fuſius pertractavi tum in aliis locis pluribus, tum in Stayanis Supplementis, ubi etiam illud oſtendi, id principium nullum habere uſum poſſe in iis ipſis caſibus, in quibus adhibetur, & prædicari ſolet tantopere, atque id idcirco, quod nobis non innoteſcant rationes omnes, quas tamen oporteret utique omnes noſſe ad hoc, ut eo principio uti poſſemus, affirmando, nullam eſſe rationem ſufficientem pro hoc potius, quam pro illo

alio:

Digitized by Google

alio: ſane in exemplo illo ipſo, quod adhiberi ſolet, Archimedis hoc principio æquilibrium determinantis, ibidem oſtendi, ex ignoratione cauſarum, ſive rationum, quæ poſtea detectæ ſunt, ipſum in ſuæ inveſtigationis progreſſu erraſſe plurimum, deducendo per abuſum ejus principii ſphæricam figuram marium, ac Telluris.

Poſſe etiam puncta convenire in iis, differre in aliis.

94. Accedit & illud, quod illa puncta materiæ, licet eſſent prorſus ſimilia in ſimplicitate, & extenſione, ac menſura virium pendentium a diſtantia, poſſent alias habere proprietates metaphyſicas diverſas inter ſe, nobis ignotas, quæ ipſa etiam apud ipſos Leibnitianos diſcriminarent.

Non valere hic principium inductionis a maſſis: eas differre ex diverſis combinationibus.

95. Quod autem attinet ad inductionem, quam Leibnitiani deſumunt a diſſimilitudine, quam obſervamus in rebus omnibus, cum nimirum nuſquam ex. gr. in ampliſſima ſilva reperire ſit duo folia prorſus ſimilia; ea ſane me nihil movet; cum nimirum illud diſcrimen ſit proprietas relativa ad rationem aggregati, & noſtros ſenſus, quos ſingula materiæ elementa non afficiunt vi ſufficiente ad excitandam in animo ideam, niſi multa ſint ſimul, & in molem majorem excreſcant. Porro ſcimus utique combinationes ejuſdem numeri terminorum in immenſum excreſcere, ſi ille ipſe numerus ſit aliquanto major. Solis 24 litterulis Alphabeti diverſimode combinatis formantur voces omnes, quibus huc uſque uſa ſunt omnia idiomata, quæ extiterunt, & quibus omnia illa, quæ poſſunt exiſtere, uti poſſunt. Quid ſi numerus earum exiſteret tanto major, quanto major eſt numerus punctorum materiæ in quavis maſſa ſenſibili? Quod ibi diverſus eſt litterarum diverſarum ordo, id in punctis etiam prorſus homogeneis ſunt poſitiones, & diſtantiæ, quibus variatis, variatur utique forma, & vis, qua ſenſus afficitur in aggregatis. Quanto major eſt numerus combinationum diverſarum poſſibilium in maſſis ſenſibilibus, quam earum maſſarum, quas poſſumus obſervare, & inter ſe conferre (qui quidem ob diſtantias, & directiones in infinitum variabiles præſcindendo ab æquilibrio virium, eſt infinitus, cum ipſo æquilibrio eſt immenſus); tanto major eſt improbabilitas duarum maſſarum omnino ſimilium, quam omnium aliquantiſper ſaltem inter ſe diſſimilium.

Phyſica ratio diſcriminis in pluribus maſſis ut in foliis.

96. Et quidem accedit illud etiam, quod alicujus diſſimilitudinis in aggregatis phyſicam quoque rationem cernimus in iis etiam caſibus, in quibus maxime inter ſe ſimilia eſſe deberent. Cum enim mutuæ vires ad diſtantias quaſcunque pertineant; ſtatus uniuſcujuſque puncti pendebit ſaltem aliquantiſper a ſtatu omnium aliorum punctorum, quæ ſunt in Mundo. Porro utcunque puncta quædam ſint parum a ſe invicem remota, uti ſunt duo folia in eadem ſilva, & multo magis in eodem ramo; adhuc tamen non eandem prorſus relationem diſtantiæ, & virium habent ad reliqua omnia materiæ puncta, quæ

ſunt in Mundo, cum non eundem prorſus locum obtineant; & inde jam in aggregato diſcrimen aliquod oriri debet, quod perfectam ſimilitudinem omnino impediat. Sed illud eam inducit magis, quod quæ maxime conferunt ad ejuſmodi diſpoſitionem, neceſſario reſpectu diverſarum frondium diverſa non nihil eſſe debeant. Omiſſa ipſa earum forma in ſemine, ſolares radii, humoris ad nutritionem neceſſarii quantitas, diſtantia, a qua debet is progredi, ut ad locum ſuum deveniat, aura ipſa, & agitatio inde orta, non ſunt omnino ſimilia, ſed diverſitatem aliquam habent, ex qua diverſitas in maſſas inde efformatas redundat.

Similitudine qualicunque in aliquibus magis probari homogenitatem, quam diſſimilitudine heterogeneitatem.

97. Patet igitur, varietatem illam a numero pendere combinationum poſſibilium in numero punctorum neceſſario ad ſenſationem, & circumſtantiarum, quæ ad formationem maſſæ ſunt neceſſariæ, adeoque ejuſmodi inductionem extendi ad elementa non poſſe. Quin immo illa tanta ſimilitudo, quæ cum exigua diſſimilitudine commixta invenitur in tam multis corporibus, indicat potius ſimilitudinem ingentem in elementis. Nam ob tantum poſſibilium combinationum numerum, maſſæ elementorum etiam penitus homogeneorum debent a ſe invicem differre plurimum, adeoque ſi elementa heterogenea ſint, in immenſum majorem debent habere diſſimilitudinem, quam ipſa prima elementa, ex quibus idcirco nullæ maſſæ, ne tantillum quidem, ſimiles provenire deberent. Cum elementa multo minus diſſimilia eſſe debeant, quam aggregata elementorum, multo magis ad elementorum homogeneitatem valere debet illa quæcunque ſimilitudo, quam in corporibus obſervamus, potiſſimum in tam multis, quæ ad eandem pertinent ſpeciem, quam ad heterogeneitatem eorundem tam exiguum illud diſcrimen, quod in aliis tam multis obſervatur. Rem autem penitus conficit illa tanta ſimilitudo, qua ſuperius uſi ſumus, in primo crure exhibente impenetrabilitatem, & in poſtremo exhibente gravitatem generalem, quæ crura cum ob haſce proprietates corporibus omnibus adeo generales, adeo inter ſe in omnibus ſimilia ſint, etiam reliqui arcus curvæ exprimentis vires omnimodam ſimilitudinem indicant pro corporibus itidem omnibus.

Homogeneitatem ab analyſi Naturæ inſinuari: exemplum a libris, litteris, punctulis.

98. Supereſt, quod ad hanc rem pertinet, illud unum iterum hic monendum, quod ipſum etiam initio hujus Operis innui, ipſam Naturam, & ipſum analyſeos ordinem nos ducere ad ſimplicitatem & homogeneitatem elementorum, cum nimirum, quo analyſis promovetur magis, eo ad pauciora, & inter ſe minus diſcrepantia principia deveniatur, uti patet in reſolutionibus Chemicis. Quam quidem rem ipſum litterarum, & vocum exemplum multo melius animo ſiſtet. Fieri utique poſſent nigricantes litteræ, non ductu atramenti continuo, ſed punctulis rotundis nigricantibus, & ita parum a ſe invicem remotis, ut intervalla non niſi ope microſcopii diſcerni poſſent, & quidem ipſæ litterarum formæ pro typis fieri poſ-

ſent

ſent ex ejuſmodi rotundis ſibi proximis cuſpidibus conſtantes. Concipiatur ingens quædam bibliotheca, cujus omnes libri conſtent litteris impreſſis, ac ſit incredibilis in ea multitudo librorum conſcriptorum linguis variis, in quibus omnibus forma characterum ſit eadem. Si quis ſcripturæ hujuſmodi, & linguarum ignarus circa ejuſmodi libros, quos omnes a ſe invicem diſcrepantes intueretur, obſervationem inſtitueret cum diligenti contemplatione; primo quidem inveniret vocum ſarraginem quandam, quæ voces in quibuſdam libris occurrerent ſæpe, cum eædem in aliis nuſquam apparerent, & inde lexica poſſet quædam componere totidem numero, quot idiomata ſunt, in quibus ſingulis omnes ejuſdem idiomatis voces reperirentur, quæ quidem numero admodum pauca eſſent, diſcrimine illo ingenti tot, tam variorum librorum redacto ad illud uſque adeo minus diſcrimen, quod contineretur lexicis illis, & haberetur in vocibus ipſa lexica conſtituentibus. At inquiſitione promota, facile adverteret, omnes illas tam varias voces conſtare ex 24 tantummodo diverſis litteris, diſcrimen aliquod inter ſe habentibus in ductu linearum, quibus formantur, quarum combinatio diverſa pareret omnes illas voces tam varias, ut earum combinatio libros efformaret uſque adeo magis a ſe invicem diſcrepantes. Et ille quidem ſi aliud quodcunque ſine microſcopio examen inſtitueret, nullum aliud inveniret magis adhuc ſimile elementorum genus, ex quibus diverſa ratione combinatis orirentur ipſæ litteræ; at microſcopio arrepto, intueretur utique illam ipſam litterarum compoſitionem e punctis illis rotundis prorſus homogeneis, quorum ſola diverſa poſitio, ac diſtributio litteras exhiberet.

99. Hæc mihi quædam imago videtur eſſe eorum, quæ cernimus in Natura. Tam multi, tam varii illi libri corpora ſunt, & quæ ad diverſa pertinent regna, ſunt tanquam diverſis conſcripta linguis. Horum omnium Chemica analyſis principia quædam invenit minus inter ſe difformia, quam ſint libri, nimirum voces. Hæ tamen ipſæ inter ſe habent diſcrimen aliquod, ut tam multas oleorum, terrarum, ſalium ſpecies eruit Chemica analyſis e diverſis corporibus. Ulterior analyſis harum, veluti vocum, litteras minus adhuc inter ſe difformes inveniret, & ultima juxta Theoriam meam deveniret ad homogenea punctula, quæ ut illi circuli nigri litteras, ita ipſa diverſas diverſorum corporum particulas per ſolam diſpoſitionem diverſam efformarent: uſque adeo analogia ex ipſa Naturæ conſideratione derivata non ad difformitatem, ſed ad conformitatem elementorum nos ducit. *Applicatio exempli ad Naturæ analyſim.*

100. Atque hoc demum pacto ex principiis certis, & vulgo receptis, per legitimam conſectariorum ſeriem devenimus ad omnem illam, quam initio propoſui, Theoriam, nimirum ad legem virium mutuarum, & ad conſtitutionem primorum materiæ elementorum ex illa ipſa virium lege derivatorum. *Tranſitus a probatione Theoriæ, ad objectiones.*

Viden-

Videndum jam ſupereſt, quam uberes inde fructus per univerſam late Phyſicam colligantur, explicatis per eam unam præcipuis corporum proprietatibus, & Naturæ phænomenis. Sed antequam id aggredior, præcipuas quaſdam e difficultatibus, quæ contra Theoriam ipſam vel objectæ jam ſunt, vel in oculos etiam ſponte incurrunt, diſſolvam, uti promiſi.

Legem virium non inducere actionem in diſtans, nec eſſe occultam qualitatem.

101. Contra vires mutuas illud ſolent objicere, illas eſſe occultas quaſdam qualitates, vel etiam actionem in diſtans inducere. His ſatisfit notione virium exhibita numero 8, & 9. Illud unum præterea hic addo, admodum manifeſtas eas eſſe, quarum idea admodum facile efformatur, quarum exiſtentia poſitivo argumento evincitur, quarum effectus multiplices continuo oculis obverſantur. Sunt autem ejuſmodi hæ vires. Determinationis ad acceſſum, vel receſſum idea efformatur admodum facile. Conſtat omnibus, quid ſit accedere, quid recedere; conſtat, quid ſit eſſe indifferens, quid determinatum; adeoque & determinationis ad acceſſum, vel receſſum habetur idea admodum ſane diſtincta. Argumenta itidem poſitiva, quæ ipſius ejuſmodi determinationis exiſtentiam probant, ſuperius prolata ſunt. Demum etiam motus varii, qui ab ejuſmodi viribus oriuntur, ut ubi corpus quoddam incurrit in aliud corpus, ubi partem ſolidi arreptam pars alia ſequitur, ubi vaporum, vel elaſtrorum particulæ ſe invicem repellunt, ubi gravia deſcendunt, hi motus, inquam, quotidie incurrunt in oculos. Patet itidem ſaltem in genere forma curvæ ejuſmodi vires exprimentis. Hæc omnia non occultam, ſed patentem reddunt ejuſmodi virium legem.

Quid adhuc lateat: admittendam omnino: quo pacto evitetur hic actio in diſtans.

102. Sunt quidem adhuc quædam, quæ ad eam pertinent, prorſus incognita, uti eſt numerus, & diſtantia interſectionum curvæ cum axe, forma arcuum intermediorum, atque alia ejuſmodi, quæ quidem longe ſuperant humanum captum, & quæ ille ſolus habuit omnia ſimul præ oculis, qui Mundum condidit; ſed id omnino nil officit. Nec ſane id ipſum in cauſa eſſe debet, ut non admittatur illud, cujus exiſtentiam novimus, & cujus proprietates plures, & effectus deprehendimus; licet alia multa nobis incognita eodem pertinentia ſuperſint. Sic aurum incognitam, occultamque ſubſtantiam nemo appellarit, & multo minus ejuſdem exiſtentiam negabit idcirco, quod admodum probabile ſit, plures alias latere ipſius proprietates, olim forte detegendas, uti aliæ tam multæ ſubinde detectæ ſunt, & quia non patet oculis, qui ſit particularum ipſum componentium textus, quid, & qua ratione Natura ad ejus compoſitionem adhibeat. Quod autem pertinet ad actionem in diſtans, id abunde ibidem prævenimus, cum inde pateat fieri poſſe, ut punctum quodvis in ſe ipſum agat, & ad actionis directionem, ac energiam determinetur ab altero puncto, vel ut Deus juxta liberam ſibi legem a ſe in Natura condenda ſtabilitam motum progignat in utroque puncto.

cto. Illud ſane mihi eſt evidens, nihilo magis occultam eſſe, vel explicatu, & captu difficilem productionem motus per haſce vires pendentes a certis diſtantiis, quam ſit productio motus vulgo concepta per immediatum impulſum, ubi ad motum determinat impenetrabilitas, quæ itidem vel a corporum natura, vel a libera conditoris lege repeti debet.

103. Et quidem hoc potius pacto, quam per impulſinem, in motuum cauſas, & leges inquirendum eſſe, illud etiam ſatis indicat, quod ubi huc uſque, impulſione omiſſa, vires adhibitæ ſunt a diſtantiis pendentes, ibi ſane tantummodo accurate definita ſunt omnia, atque determinata, & ad calculum redacta cum phænomenis congruunt ultra, quam ſperare liceret, accuratiſſime. Ego quidem ejuſmodi in explicando, ac determinando felicitatem nuſquam alibi video in univerſa Phyſica, niſi tantummodo in Aſtronomia mechanica, quæ abjectis vorticibus, atque omni impulſione ſubmota, per gravitatem generalem abſolvit omnia, ac in Theoria luminis, & colorum, in quibus per vires in aliqua diſtantia agentes, & reflexionem, & refractionem, & diffractionem Newtonus expoſuit, ac priorum duarum potiſſimum leges omnes per calculum, & Geometriam determinavit, & ubi illa etiam, quæ ad diverſas vices facilioris tranſmiſſus, & facilioris reflexionis, quas Phyſici paſſim relinquunt fere intactas, ac alia multa admodum feliciter determinantur, explicanturque, quod & ego præſtiti in diſſertatione *de Lumine*, & præſtabo hic in tertia parte; cum in ceteris Phyſicæ partibus plerumque explicationes habeantur ſubſidiariis quibuſdam principiis innixæ, & vagæ admodum. Unde jam illud conjectare licet, ſi ab impulſione immediata penitus recedatur, & ſibi conſtans ubique adhibeatur in Natura agendi ratio a diſtantiis pendens, multo ſane facilius, & certius explicatum iri cetera; quod quidem mihi omnino ſucceſſit, ut patebit inferius, ubi Theoriam ipſam applicavero ad Naturam.

Sine impulſione melius explicatam eſſe hucuſque Naturam, & melius explicandam impoſterum.

104. Solent & illud objicere, in hac potiſſimum Theoria virium committi ſaltum illum, ad quem evitandum ea inprimis admittitur: fieri enim tranſitum ab attractionibus ad repulſiones per ſaltum, ubi nimirum a minima ultima repulſione ad minimam primam attractionem tranſitur. At iſti continuitatis naturam, quam ſupra expoſuimus, nequaquam intelligunt. Saltus, cui evitando Theoria inducitur, in eo conſiſtit, quod ab una magnitudine ad aliam eatur ſine tranſitu per intermedias. Id quidem non accidit in caſu expoſito. Aſſumatur quæcunque vis repulſiva utcunque parva; tum quæcunque vis attractiva. Inter eas intercedunt omnes vires repulſivæ minores uſque ad *zero*, in quo habetur determinatio ad conſervandum præcedentem ſtatum quietis, vel motus uniformis in directum; tum omnes vires attractivæ a *ze-*

Non fieri ſaltum in tranſitu a vi attractiva ad repulſivam.

ro

Digitized by Google

ro uſque ad eam determinatam vim, & omnino nullus erit ex hiſce omnibus intermediis ſtatibus, quem aliquando non ſint habitura puncta, quæ a repulſione abeunt ad attractionem. Id

Fig. 1.

ipſum facile erit contemplari in fig. 1, in qua a vi repulſiva *br* ad attractionem *db* itur utique continuo motu puncti *b* ad *d* tranſeundo per omnes intermedias, & per ipſum *zero* in E, ſine ullo ſaltu; cum ordinata in eo motu habitura ſit omnes magnitudines minores priore *br* uſque ad *zero* in E; tum omnes oppoſitas majores uſque ad poſteriorem *db*. Qui in ea veluti imagine mentis oculos defigat, is omnem apparentem difficultatem videbit plane ſibi penitus evaneſcere.

Nullum eſſe poſtremum attractionis, & primum repulſionis gradum, qui ſi eſſent, adhuc tranſiri per omnes intermedios.

105. Quod autem additur de poſtremo repulſionis gradu, & primo attractionis, nihil ſane probaret, quando etiam eſſent aliqui ii gradus poſtremi, & primi; nam ab altero eorum tranſiretur ad alterum per intermedium illud *zero*, & ex eo ipſo, quod illi eſſent poſtremus, ac primus, nihil omitteretur intermedium, quæ tamen ſola intermedii omiſſio continuitatis legem evertit, & ſaltum inducit. Sed nec habetur ullus gradus poſtremus, aut primus, ſicut nulla ibi eſt ordinata poſtrema, aut prima, nulla lineola omnium minima. Data quacunque lineola utcunque exigua, aliæ illa breviores habentur minores, ac minores in infinitum ſine ulla ultima, in quo ipſo ſtat, uti ſupra etiam monuimus, continuitatis natura. Quamobrem qui primum, aut ultimum ſibi confingit in lineola, in vi, in celeritatis gradu, in tempuſculo, is naturam continuitatis ignorat, quam ſupra hic innui, & quam ego idcirco initio meæ diſſertationis *De Lege continuitatis* abunde expoſui.

Objectio ab apparenti compoſitione curvæ, & duobus virium generibus.

106. Videri poteſt cuipiam ſaltem illud, ejuſmodi legem virium, & curvam, quam in fig. 1 protuli, eſſe nimium complicatam, compoſitam, & irregularem, quæ nimirum coaleſcat ex ingenti numero arcuum jam attractivorum, jam repulſivorum, qui inter ſe nullo pacto cohæreant; rem eo redire, ubi erat olim, cum apud Peripateticos pro ſingulis proprietatibus corporum ſingulæ qualitates diſtinctæ, & pro diverſis ſpeciebus diverſæ formæ ſubſtantiales confingebantur ad arbitrium. Sunt autem, qui & illud addant, repulſionem, & attractionem eſſe virium genera inter ſe diverſa; ſatius eſſe, alteram tantummodo adhibere, & repulſionem explicare tantummodo per attractionem minorem.

Reſponſio: vim repulſivam poſitive demonſtrari præter attractionem.

107. Inprimis quod ad hoc poſtremum pertinet, ſatis patet, per poſitivam meæ Theoriæ probationem immediate evinci repulſionem ita, ut a minore attractione repeti omnino non poſſit; nam duæ materiæ particulæ ſi etiam ſolæ in Mundo eſſent, & ad ſe invicem cum aliqua velocitatum inæqualitate accederent, deberent utique ante contactum ad æqualitatem devenire vi, quæ a nulla attractione pendere poſſet.

Hinc nihil obſtare, ſi di-

108. Deinde vero quod pertinet ad duas diverſas ſpecies attractionis, & repulſionis; id quidem licet ita ſe haberet, nihil

Digitized by Google

verſi ſint generis: ſed eſſe ejuſdem, uti ſunt poſitiva, & negativa.

hil ſane obeſſet, cum poſitivo argumento evincatur & repulſio, & attractio, uti vidimus; at id ipſum eſt omnino falſum. Utraque vis ad eandem pertinet ſpeciem, cum altera reſpectu alterius negativa ſit, & negativa a poſitivis ſpecie non differant. Alteram negativam eſſe reſpectu alterius, patet inde, quod tantummodo differant in directione, quæ in altera eſt prorſus oppoſita directioni alterius; in altera enim habetur determinatio ad acceſſum, in altera ad receſſum, & uti receſſus, & acceſſus ſunt poſitivum, ac negativum; ita ſunt pariter & determinationes ad ipſos. Quod autem negativum, & poſitivum ad eandem pertineant ſpeciem, id ſane patet vel ex eo principio: *magis*, *& minus non differunt ſpecie*. Nam a poſitivo per continuam ſubtractionem, nimirum diminutionem, habentur prius minora poſitiva, tum *zero*, ac demum negativa, continuando ſubtractionem eandem.

Probatio hujus a progreſſu, & regreſſu in fluvio.

109. Id facile patet exemplis ſolitis. Eat aliquis contra fluvii directionem verſus locum aliquem ſuperiori alveo proximum, & ſingulis minutis perficiat remis, vel vento 100 hexapedas, dum a curſu fluvii retroagitur per hexapedas 40; is habet progreſſum hexapedarum 60 ſingulis minutis. Creſcat autem continuo impetus fluvii ita, ut retroagatur per 50, tum per 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 &c. Is progredietur per 50, 40, 30, 20, 10, nihil; tum regredietur per 10, 20, quæ erunt negativa priorum; nam erat prius $100 - 50$, $100 - 60$, $100 - 70$, $100 - 80$, $100 - 90$, tum $100 - 100 = 0$, $100 - 110 = -10$, $100 - 120 = -20$, & ita porro. Continua imminutione, ſive ſubtractione itum eſt a poſitivis in negativa, a progreſſu ad regreſſum, in quibus idcirco eadem ſpecies manſit, non duæ diverſæ.

Probatio ex Algebra, & Geometria: applicatio ad omnes quantitates variabiles.

110. Idem autem & algebraicis formulis, & geometricis lineis ſatis manifeſte oſtenditur. Sit formula $10 - x$, & pro x ponantur valores 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 &c.; valor formulæ exhibebit 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2 &c., quod eodem redit, ubi erat ſuperius in progreſſu, & regreſſu, qui exprimerentur ſimul per formulam $10 - x$. Eadem illa formula per continuam mutationem valoris x migrat e valore poſitivo in negativum, qui æque ad eandem formulam pertinent. Eodem pacto in Geometria in fig. 11, ſi duæ lineæ MN, OP referantur invicem per ordinatas AB, CD &c parallelas inter ſe, ſecent autem ſe in E; continuo motu ipſius ordinatæ a poſitivo abitur in negativum, mutata directione AB, CD, quæ hic habentur pro poſitivis, in FG, HI, poſt evaneſcentiam in E. Ad eandem lineam continuam OEP æque pertinet omnis ea ordinatarum ſeries, nec eſt altera linea, alter locus geometricus OE, ubi ordinatæ ſunt poſitivæ, ac EP, ubi ſunt negativæ. Jam vero variabilis quantitatis cujuſvis natura, & lex plerumque per formulam aliquam analyticam, ſemper per ordinatas ad lineam aliquam exprimi poteſt; ſi

Fig. 11.

 enim

enim ſingulis ejus ſtatibus ducatur perpendicularis reſpondens; vertices omnium ejuſmodi perpendicularium erunt utique ad lineam quandam continuam. Si ea linea nuſquam ad alteram abeat axis partem, ſi ea formula nullum valorem negativum habeat; illa etiam quantitas ſemper poſitiva manebit. Sed ſi mutet latus linea, vel formula valoris ſignum; ipſa illa quantitas debebit itidem ejuſmodi mutationem habere. Ut autem a formulæ, vel lineæ exprimentis natura, & poſitione reſpectu axis mutatio pendet; ita mutatio eadem a natura quantitatis illius pendebit; & ut nec duæ formulæ, nec duæ lineæ ſpeciei diverſæ ſunt, quæ poſitiva exhibent, & negativa; ita nec in ea quantitate duæ erunt naturæ, duæ ſpecies, quarum altera exhibeat poſitiva, altera negativa, ut altera progreſſus, altera regreſſus; altera acceſſus, altera receſſus; & hic altera attractiones, altera repulſiones exhibeat; ſed eadem erit, unica, & ad eandem pertinens quantitatis ſpeciem tota.

An habeatur tranſitus e poſitivis in negativa; inveſtigatio ex ſola curvarum natura.

111. Quin immo hic locum habet argumentum quoddam, quo uſus ſum in diſſertatione *De Lege Continuitatis*, quo nimirum Theoria virium attractivarum, & repulſivarum pro diverſis diſtantiis, multo magis rationi conſentanea evincitur, quam Theoria virium tantummodo attractivarum, vel tantummodo repulſivarum. Fingamus illud, nos ignorare penitus, quodnam virium genus in Natura exiſtat, an tantummodo attractivarum, vel repulſivarum tantummodo, an utrumque ſimul: hac ſane ratiocinatione ad eam perquiſitionem uti liceret. Erit utique aliqua linea continua, quæ per ſuas ordinatas ad axem exprimentem diſtantias, vires ipſas determinabit, & prout ipſa axem ſecuerit, vel non ſecuerit; vires erunt alibi attractivæ, alibi repulſivæ; vel ubique attractivæ tantum, aut repulſivæ tantum. Videndum igitur, an ſit rationi conſentaneum magis, lineam ejus naturæ, & poſitionis cenſere, ut axem alicubi ſecet, an ut non ſecet.

Tranſitum deduci ex eo, quod plures ſint curvæ, quas recte ſecent, quam eæ, quas non ſecent.

112. Inter rectas axem rectilineum unica parallela ducta per quodvis datum punctum non ſecat, omnes aliæ numero infinitæ ſecant alicubi. Curvarum nulla eſt, quam infinitæ numero rectæ ſecare non poſſint; & licet aliquæ curvæ ejus naturæ ſint, ut eas aliquæ rectæ non ſecent; tamen & eas ipſas aliæ infinitæ numero rectæ ſecant, & infinitæ numero curvæ, quod Geometriæ ſublimioris peritis eſt notiſſimum, ſunt ejus naturæ, ut nulla prorſus ſit recta linea, a qua poſſint non ſecari. Hujuſmodi ex. gr. eſt parabola illa, cujus ordinatæ ſunt in ratione triplicata abſciſſarum. Quare infinitæ numero curvæ ſunt, & infinitæ numero rectæ, quæ ſectionem neceſſario habeant, pro quavis recta, quæ non habeat, & nulla eſt curva, quæ ſectionem cum axe habere non poſſit. Ergo inter caſus poſſibiles multo plures ſunt ii, qui ſectionem admittant, quam qui ea careant; adeoque ſecluſis rationibus aliis omnibus, & ſola caſuum probabilitate, & rei natu-

Digitized by Google

natura abſtracte conſiderata, multo magis rationi conſentaneum eſt, cenſere lineam illam, quæ vires exprimat, eſſe unam ex iis, quæ axem ſecant, quam ex iis, quæ non ſecant, adeoque & ejuſmodi eſſe virium legem, ut attractiones, & repulſiones exhibeat ſimul pro diverſis diſtantiis, quam ut alteras tantummodo referat; uſque adeo rei natura conſiderata non ſolam attractionem, vel ſolam repulſionem, ſed utramque nobis objicit ſimul.

Ulterior perquiſitio: curvarum genera: quo altiores, eo in pluribus punctis ſecabiles a recta.

113. Sed eodem argumento licet ulterius quoque progredi, & primum etiam difficultatis caput amovere, quod a ſectionum, & idcirco etiam arcuum jam attractivorum, jam repulſivorum multiplicitate deſumitur. Curvas lineas Geometræ in quaſdam claſſes dividunt ope analyſeos, quæ earum naturam exprimit per illas, quas Analyſtæ appellant, æquationes, & quæ ad varios gradus aſcendunt. Æquationes primi gradus exprimunt rectas; æquationes ſecundi gradus curvas primi generis; æquationes tertii gradus curvas ſecundi generis, atque ita porro; & ſunt curvæ, quæ omnes gradus tranſcendunt finitæ Algebræ, & quæ idcirco dicuntur tranſcendentes. Porro illud demonſtrant Geometræ in Analyſi ad Geometriam applicata, lineas, quæ exprimuntur per æquationem primi gradus, poſſe ſecari a recta in unico puncto; quæ æquationem habent gradus ſecundi, tertii, & ita porro, ſecari poſſe a recta in punctis duobus, tribus, & ita porro: unde fit, ut curva noni, vel nonageſimi noni generis ſecari poſſit a recta in punctis decem, vel centum.

Quo altiores, eo itidem in immenſum plures in eodem genere.

114. Jam vero curvæ primi generis ſunt tantummodo tres conicæ ſectiones, ellipſis, parabola, hyperbola, adnumerato ellipſibus etiam circulo, quæ quidem veteribus quoque Geometris innotuerunt. Curvas ſecundi generis enumeravit Newtonus omnium primus, & ſunt circiter octoginta; curvarum generis tertii nemo adhuc numerum exhibuit accuratum, & mirum ſane, quantus ſit is ipſe illarum numerus. Sed quo altius aſſurgit curvæ genus, eo plures in eo genere ſunt curvæ, progreſſione ita in immenſum creſcente, ut ubi aliquanto altius aſcenderit genus ipſum, numerus curvarum omnem ſuperet humanæ imaginationis vim. Idem nimirum ibi accidit, quod in combinationibus terminorum, de quibus ſupra mentionem fecimus, ubi diximus a 24 litterulis omnes exhiberi voces linguarum omnium, & quæ fuerunt, aut ſunt, & quæ eſſe poſſunt.

Deductio inde plurimarum interſectionum, axis, & curvæ exprimentis vires.

115. Inde jam pronum eſt argumentationem hujuſmodi inſtituere. Numerus linearum, quæ axem ſecare poſſint in punctis quampluriмis, eſt in immenſum major earum numero, quæ non poſſint, niſi in paucis, vel unico: igitur ubi agitur de linea exprimente legem virium, ei, qui nihil aliunde ſciat, in immenſum probabilius erit, ejuſmodi lineam eſſe ex prio-

rum genere unam, quam ex genere poſteriorum, adeoque ipſam virium naturam plurimos requirere tranſitus ab attractionibus ad repulſiones, & viceverſa, quam paucos, vel nullum.

Curvam virium propoſitam poſſe eſſe ſimplicem: in quo ſita ſit curvarum ſimplicitas.

116. Sed omiſſa iſta conjecturali argumentatione quadam, formam curvæ exprimentis vires poſitivo argumento a phænomenis Naturæ deducto nos ſupra determinavimus cum plurimis interſectionibus, quæ tranſitus ejuſmodi quamplurimos exhibeant. Nec ejuſmodi curva debet eſſe e pluribus arcubus temere compaginata, & compacta: diximus enim, notum eſſe Geometris, infinita eſſe curvarum genera, quæ ex ipſa natura ſua debeant axem in plurimis ſecare punctis, adeoque & circa ipſum ſinuari; ſed præter hanc generalem reſponſionem deſumptam a generali curvarum natura, in diſſertatione *De Lege Virium in Natura exiſtentium* ego quidem directe demonſtravi, curvam illius ipſius formæ, cujuſmodi ea eſt, quam in fig. 1. exhibui, ſimplicem eſſe poſſe, non ex arcubus diverſarum curvarum compoſitam. Simplicem autem ejuſmodi curvam affirmavi eſſe poſſe: eam enim ſimplicem appello, quæ tota eſt uniformis naturæ, quæ in Analyſi exponi poſſit per æquationem non reſolubilem in plures, e quarum multiplicatione eadem componatur, cujuſcunque demum ea curva ſit generis, quotcunque habeat flexus, & contorſiones. Nobis quidem altiorum generum curvæ videntur minus ſimplices; quia nimirum noſtræ humanæ menti, uti pluribus oſtendi in diſſertatione *De Maris Æſtu*, & in Stayanis Supplementis, recta linea videtur omnium ſimpliciſſima, cujus congruentiam in ſuperpoſitione intuemur mentis oculis evidentiſſime, & ex qua una omnem nos homines noſtram derivamus Geometriam; ac idcirco, quæ lineæ a recta recedunt magis, & diſcrepant, illas habemus pro compoſitis, & magis ab ea ſimplicitate, quam nobis confinximus, recedentibus. At vero lineæ continuæ, & uniformis naturæ omnes in ſe ipſis ſunt æque ſimplices; & aliud mentium genus, quod cujuſpiam ex ipſis proprietatem aliquam æque evidenter intueretur, ac nos intuemur congruentiam rectarum, illas maxime ſimplices eſſe crederet curvas lineas, ex illa earum proprietate longe alterius Geometriæ ſibi elementa conficeret, & ad illam ceteras referret lineas, ut nos ad rectam referimus; quæ quidem mentes ſi aliquam ex. gr. parabolæ proprietatem intime perſpicerent, atque intuerentur, non illud quærerent, quod noſtri Geometræ quærunt, ut parabolam rectificarent, ſed, ſi ita loqui fas eſt, ut rectam *parabolarent*.

Problema continens naturam curvæ analytice exprimendam.

117. Et quidem analyſeos ipſius profundiorem cognitionem requirit ipſa inveſtigatio æquationis, qua poſſit exprimi curva ejus formæ, quæ meam exhibet virium legem. Quamobrem hic tantummodo exponam conditiones, quas ipſa curva habere debet, & quibus æquatio ibi inventa ſatis facere de-

debeat. (c) Continetur autem id ipſum num. 75, illius diſſertationis, ubi habetur hujuſmodi Problema: *Invenire naturam curvæ, cujus abſciſſis exprimentibus diſtantias, ordinatæ exprimant vires, mutatis diſtantiis utcunque mutatas, & in datis quotcunque limitibus tranſeuntes e repulſivis in attractivas, ac ex attractivis in repulſivas, in minimis autem diſtantiis repulſivas, & ita creſcentes, ut ſint pares extinguendæ cuicunque velocitati utcunque magnæ.* Propoſito problemate illud addo: *quoniam poſuimus* mutatis diſtantiis utcunque mutatas, *complectitur propoſitio etiam rationem, quæ ad rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum accedat, quantum libuerit, in quibuſdam ſatis magnis diſtantiis.*

118. His propoſitis numero illo 75, ſequenti numero propono ſequentes ſex conditiones, quæ requirantur, & ſufficiant ad habendam curvam, quæ quæritur. *Primo: ut ſit regularis, ac ſimplex, & non compoſita ex aggregato arcuum diverſarum curvarum. Secundo: ut ſecet axem* C'AC *figuræ* 1. *tantum in punctis quibuſdam datis ad binas diſtantias* AE', AE; AG', AG, *& ita porro æquales* (d) *hinc, & inde. Tertio: ut ſingulis abſciſſis reſpondeant ſingulæ ordinatæ.* (e) *Quarto: ut ſumptis abſciſſis æqualibus hinc, & inde ab* A, *reſpondeant ordinatæ æquales. Quinto: ut habeant rectam* AB *pro aſymptoto, area aſymptotica* BAED *exiſtente* (f) *infinita. Sexto: ut arcus binis quibuſcunque interſectionibus terminati poſſint variari, ut libuerit, & ad quaſcunque diſtantias recedere ab axe* CAC, *ac accedere ad quoſcunque quarumcunque curvarum arcus, quantum libuerit, eos ſecando, vel tangendo, vel oſculando ubicunque, & quomodocunque libuerit.*

Conditiones ejus problematis.

Fig. 1.

119. Ve-

(c) *Qui velit ipſam rei determinationem videre, poterit hic in fine, ubi Supplementorum* §. 3. *exhibebitur ſolutio problematis, quæ in memorata diſſertatione continetur a num.* 77. *ad* 110. *Sed & numerorum ordo, & figurarum mutabitur, ut cum reliquis hujuſce operis cohæreat.*

Addetur præterea eidem §. *poſtremum ſcholium pertinens ad quæſtionem agitatam ante hos aliquot annos Pariſiis; an vis mutua inter materiæ particulas debeat omnino exprimi per ſolam aliquam diſtantiæ potentiam, an poſſit per aliquam ejus functionem; & conſtabit, poſſe utique per functionem, ut hic ego præſto, quæ uti ſuperiore numero de curvis eſt dictum, eſt in ſe æque ſimplex etiam, ubi nobis potentias ad ejus expreſſionem adhibentibus videatur admodum compoſita.*

(d) *Id, ut & quarta conditio, requiritur, ut curva utrinque ſit ſui ſimilis, quod ipſam magis uniformem reddit; quanquam de illo crure, quod eſt citra aſymptotum AB, nihil eſt, quod ſoliciti ſimus; cum ob vim repulſivam imminutis diſtantiis ita in infinitum excreſcentem, non poſſit abſciſſa diſtantiam exprimens unquam evadere* zero, *& abire in negativam.*

(e) *Nam ſingulis diſtantiis ſingulæ vires reſpondent.*

(f) *Id requiritur, quia in Mechanica demonſtratur, aream curvæ, cujus abſciſſæ exprimant diſtantias, & ordinatæ vires, exprimere incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis: quare ut illæ vires ſint pares extinguendæ velocitati cuivis utcunque magnæ, debet illa area eſſe omni finita major.*

Curvæ virium reſolutio in attractionem gravitatis Newtonianam, & aliam quandam vim.

119. Verum quod ad multiplicitatem virium pertinet, quas diverſis jam Phyſici nominibus appellant, illud hic etiam notari poteſt, ſi quis ſingulas ſeorſim conſiderare velit, licere illud etiam, hanc curvam in ſe unicam per reſolutionem virium cogitatione noſtra, atque fictione quadam, dividere in plures. Si ex. gr. quis velit conſiderare in materia gravitatem generalem accurate reciprocam diſtantiarum quadratis; poterit ſane is deſcribere ex parte attractiva hyperbolam illam, quæ habeat accurate ordinatas in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quæ quidem erit quædam velut continuatio cruris VTS, tum ſingulis ordinatis *ag*, *db* curvæ virium expreſſæ in fig. 1. adjungere ordinatas hujus novæ hyperbolæ ad partes AB incipiendo a punctis curvæ *g*, *b*, & eo pacto orietur nova quædam curva, quæ verſus partes *p*V coincidet ad ſenſum cum axe *o*C, in reliquis locis ab eo diſtabit, & contorquebitur etiam circa ipſum, ſi vertices F, K, O diſtiterint ab axe magis, quam diſtet ibidem hyperbola illa. Tum poterit dici, puncta omnia materiæ habere gravitatem decreſcentem accurate in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & ſimul habere vim aliam expreſſam ab illa nova curva: nam idem erit, concipere ſimul haſce binas leges virium, ac illam præcedentem unicam, & iidem effectus orientur.

Fig. 1.

Hujus poſterioris vis reſolutio in alias plures.

120. Eodem pacto hæc nova curva poteſt dividi in alias duas, vel plures, concipiendo aliam quamcunque vim, ut ut accurate ſervantem quaſdam determinatas leges, ſed ſimul mutando curvam jam genitam, translatis ejus punctis per intervalla æqualia ordinatis reſpondentibus novæ legi aſſumptæ. Hoc pacto habebuntur plures etiam vires diverſæ, quod aliquando, ut in reſolutione virium accidere diximus, inſerviet ad faciliorem determinationem effectuum, & ea erit itidem vera virium reſolutio quædam; ſed id omne erit noſtræ mentis partus quidam; nam reipſa unica lex virium habebitur, quam in fig. 1. expoſui, & quæ ex omnibus ejuſmodi legibus componetur.

Non obeſſe theoriam gravitatis; cujus lex in minimis diſtantiis locum non habet.

121. Quoniam autem hic mentio injecta eſt gravitatis decreſcentis accurate in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; cavendum, ne cui difficultatem aliquam pariat illud, quod apud Phyſicos, & potiſſimum apud Aſtronomiæ mechanicæ cultores, habetur pro comperto, gravitatem decreſcere in ratione reciproca duplicata diſtantiarum accurate, cum in hac mea Theoria lex virium diſcedat pluriinum ab ipſa ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Inprimis in minoribus diſtantiis vis integra, quam in ſe mutuo exercent particulæ, omnino plurimum diſcrepat a gravitate, quæ ſit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Nam & vapores, qui tantam exercent vim ad ſe expandendos, repulſionem habent utique in illis minimis diſtantiis a ſe invicem, non attractionem; & ipſa attractio, quæ in cohæſione ſe prodit, eſt illa quidem in immenſum major, quam quæ ex generali gravitate conſequitur: cum ex ipſis Newtoni compertis attractio gravitati reſpondens

in

in globos homogeneos diverſarum diametrorum ſit in eadem ratione, in qua ſunt globorum diametri, adeoque vis ejuſmodi in exiguam particulam eſt eo minor gravitate corporum in Terram, quo minor eſt diameter particulæ diametro totius Terræ, adeoque penitus inſenſibilis. Et idcirco Newtonus aliam admiſit vim pro cohæſione, quæ decreſcat in ratione majore, quam ſit reciproca duplicata diſtantiarum; & multi ex Newtonianis admiſerunt vim reſpondentem huic formula $\frac{a}{x^3} + \frac{b}{x^2}$, cujus prior pars reſpectu poſterioris ſit in immenſum minor, ubi x ſit in immenſum major unitate aſſumpta; ſit vero major, ubi x ſit in immenſum minor, ut idcirco in ſatis magnis diſtantiis evaneſcente ad ſenſum prima parte, vis remaneat quam proxime in ratione reciproca duplicata diſtantiarum x, in minimis vero diſtantiis ſit quam proxime in ratione reciproca triplicata: uſque adeo ne apud Newtonianos quidem ſervatur omnino accurate ratio duplicata diſtantiarum.

Ex planetarum apheliis erui eam legem quamproxime, non accurate.

122. Demonſtravit quidem Newtonus, in ellipſibus planetariis, eam, quam Aſtronomi lineam apſidum nominant, & eſt axis ellipſeos, habituram ingentem motum, ſi ratio virium a reciproca duplicata diſtantiarum aliquanto magis aberret, cumque ad ſenſum quieſcant in earum orbitis apſidum lineæ, intulit, eam rationem obſervari omnino in gravitate. At id nequaquam evincit, accurate ſervari illam legem, ſed ſolum proxime, neque inde ullum efficax argumentum contra meam Theoriam deduci poteſt. Nam inprimis nec omnino quieſcunt illæ apſidum lineæ, ſive, quod idem eſt, aphelia planetarum, ſed motu exiguo quidem, at non inſenſibili prorſus, moventur etiam reſpectu fixarum, adeoque motu non tantummodo apparente, ſed vero. Tribuitur is motus perturbationi virium ortæ ex mutua planetarum actione in ſe invicem; at illud utique huc uſque nondum demonſtratum eſt, illum motum accurate reſpondere actionibus reliquorum planetarum agentium in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; neque enim adhuc ſine contemptibus pluribus, & approximationibus a perfectione, & exactitudine admodum remotis ſolutum eſt problema, quod appellant, trium corporum, quo quæratur motus trium corporum in ſe mutuo agentium in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & utcunque projectorum, ac illæ ipſæ adhuc admodum imperfectæ ſolutiones, quæ prolatæ huc uſque ſunt, inſerviunt tantummodo particularibus quibuſdam caſibus, ut ubi unum corpus ſit maximum, & remotiſſimum, quemadmodum ſol, reliqua duo admodum minora & inter ſe proxima, ut eſt Luna, ac Terra, vel remota admodum a majore, & inter ſe, ut eſt Jupiter, & Saturnus. Hinc nemo hucuſque accuratum inſtituit, aut etiam inſtituere potuit calculum pro actione perturbativa omnium planetarum; quibus ſi accedat actio perturbativa cometarum, qui, nec ſcitur, quam multi ſint, nec quam longe abeant; multo adhuc magis evidenter patebit, nullum inde confici poſſe argumentum

pro

pro ipſa penitus accurata ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

Idem ex reliqua Aſtronomia: poſſe autem hanc legem accedere ad illam quantum libuerit.

123. Clairautius quidem in ſchediaſmate ante aliquot annos impreſſo, crediderat, ex ipſis motibus lineæ apſidum Lunæ colligi ſenſibilem receſſum a ratione reciproca duplicata diſtantiæ, & Eulerus in diſſertatione *De Aberrationibus Jovis, & Saturni*, quæ præmium retulit ab Academia Pariſienſi an. 1748, cenſuit, in ipſo Jove, & Saturno haberi receſſum admodum ſenſibilem ab illa ratione; ſed id quidem ex calculi defectu non ſatis producti ſibi accidiſſe Clairautius ipſe agnovit, ac edidit; & Eulero aliquid ſimile fortaſſe accidit: nec ullum habetur poſitivum argumentum pro ingenti receſſu gravitatis generalis a ratione duplicata diſtantiarum in diſtantia Lunæ, & multo magis in diſtantia planetarum. Verum nec ullum habetur argumentum poſitivum pro ratione ita penitus accurata, ut diſcrimen ſenſum omnem prorſus effugiat. At & ſi id haberetur; nihil tamen pati poſſet inde Theoria mea; cum arcus ille meæ curvæ poſtremus V T poſſit accedere, quantum libuerit, ad arcum illius hyperbolæ, quæ exhibet legem gravitatis reciprocam quadratorum diſtantiæ, ipſam tangendo, vel oſculando in punctis quotcunque, & quibuſcunque; adeoque ita poſſit accedere, ut diſcrimen in iis majoribus diſtantiis ſenſum omnem effugiat, & effectus nullum habeat ſenſibile diſcrimen ab effectu, qui reſponderet ipſi legi gravitatis; ſi ea accurate ſervaret proportionem cum quadratis diſtantiarum reciproce ſumptis.

Difficultas a Maupertuiſiana perfectione maxima Newtonianæ legis.

124. Nec vero quidquam ipſi meæ virium Theoriæ obſunt meditationes Maupertuiſii, ingenioſæ illæ quidem, ſed meo judicio nequaquam ſatis conformes Naturæ legibus circa legem virium decreſcentium in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, cujus ille perfectiones quaſdam perſequitur, ut illam, quod in hac una integri globi habeant eandem virium legem, quam ſingulæ particulæ. Demonſtravit enim Newtonus, globos, quorum ſinguli paribus a centro diſtantiis homogenei ſint, & quorum particulæ minimæ ſe attrahant in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ſe itidem attrahere in eadem ratione diſtantiarum reciproca duplicata. Ob haſce perfectiones hujus Theoriæ virium ipſe cenſuit hanc legem reciprocam duplicatam diſtantiarum ab Auctore Naturæ ſelectam fuiſſe, quam in Natura eſſe vellet.

Prima reſponſio: nec cognoſci fines omnes, & perfectiones, ac ſeligi etiam minus perfecta in gratiam perfectiorum.

125. At mihi quidem inprimis nec unquam placuit, nec placebit ſane unquam in inveſtigatione Naturæ cauſarum finalium uſus, quas tantummodo ad meditationem quandam, contemplationemque, uſui eſſe poſſe arbitror, ubi leges Naturæ aliunde innotuerint. Nam nec perfectiones omnes innoteſcere nobis poſſunt, qui intimas rerum naturas nequaquam inſpicimus, ſed externas tantummodo proprietates quaſdam agnoſcimus, & fines omnes, quos Naturæ Auctor ſibi potuit pro-

Digitized by Google

proponere, ac propoſuit, dum Mundum conderet, videre, & noſſe omnino non poſſumus. Quin immo cum juxta ipſos Leibnitianos inprimis, aliosque omnes defenſores acerrimos principii rationis ſufficientis, & Mundi perfectiſſimi, qui inde conſequitur, multa quidem in ipſo Mundo ſint mala, ſed Mundus ipſe idcirco ſit optimus, quod ratio boni ad malum in hoc, qui electus eſt, omnium eſt maxima; fieri utique poterit, ut in ea ipſius Mundi parte, quam hic, & nunc contemplamur, id, quod electum fuit, debuerit eſſe non illud bonum, in cujus gratiam tolerantur alia mala, ſed illud malum, quod in aliorum bonorum gratiam toleratur. Quamobrem ſi ratio reciproca duplicata diſtantiarum eſſet omnium perfectiſſima pro viribus mutuis particularum, non inde utique ſequeretur, eam pro Natura fuiſſe electam, & conſtitutam.

Eandem legem nec perfectam eſſe, nec in corporibus, non utique accurate ſphæricis habere locum.

126. At nec revera perfectiſſima eſt, quin immo meo quidem judicio eſt omnino imperfecta, & tam ipſa, quam aliæ plurimæ leges, quæ requirunt attractionem imminutis diſtantiis creſcentem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ad abſurda deducunt plurima, vel ſaltem ad inextricabiles difficultates, quod ego quidem tum alibi etiam, tum inprimis demonſtravi in diſſertatione *De Lege Virium in Natura exiſtentium* a num. 59. (g) Accedit autem illud, quod illa, quæ videtur ipſi eſſe perfectio maxima, quod nimirum eandem ſequantur legem globi integri, quam particulæ minimæ, nulli fere uſui eſt in Natura; ſi res accurate ad exactitudinem abſolutam exigatur; cum nulli in Natura ſint accurate perfecti globi paribus a centro diſtantiis homogenei, nam præter non exiguam inæqualitatem interioris textus, & irregularitatem, quam ego quidem in Tellure noſtra demonſtravi in Opere, quod de *Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem* inſcripſi, in reliquis autem planetis, & cometis ſuſpicari poſſumus ex ipſa ſaltem analogia, præter ſcabritiem ſuperficiei, quæ utique eſt aliqua, ſatis patet, ipſa rotatione circa proprium axem induci in omnibus compreſſionem aliquam, quæ ut ut exigua, exactam globoſitatem impedit, adeoque illam aſſumptam perfectionem maximam corrumpit. Accedit autem & illud, quod Newtoniana determinatio rationis reciprocæ duplicatæ diſtantiarum locum habet tantummodo in globis materia continua conſtantibus ſine ullis vacuolis, qui globi in Natura non exiſtunt, & multo minus a me admitti poſſunt, qui non vacuum tantummodo admitto diſſeminatum in materia, ut Philoſophi jam ſane paſſim, ſed materiam in immenſo vacuo innatantem, & punctula a ſe invicem remota, ex quibus, qui apparentes globi fiant, illam habere proprietatem non poſſunt rationis reciprocæ duplicatæ diſtantiarum, adeoque nec illius perfectionis creditæ maxime perfectam, abſolutamque applicationem.

 127. De-

(g) *Quæ huc pertinent, & continentur novem numeris ejus Diſſertationis incipiendo a 59, habentur in fine Supplem.* §. 4.

Digitized by Google

Objectio ex præjudicio pro impulſione, & ex teſtimonio ſenſuum: reſponſio ad hanc poſteriorem.

127. Demum & illud nonnullis difficultatem parit ſummam in hac Theoria Virium, quod cenſeant, phænomena omnia per impulſionem explicari debere, & immediatum contactum, quem ipſum credant evidenti ſenſuum teſtimonio evinci: hinc hujuſmodi noſtras vires *immechanicas* appellant, & eas, ut & Newtonianorum generalem gravitatem, vel idcirco rejiciunt, quod mechanicæ non ſint, & mechaniſmum, quem Newtoniana theoria labefactare cœperat, penitus evertant. Addunt autem etiam per jocum ex ſerio argumento petito a ſenſibus, baculo utendum eſſe ad perſuadendum neganti contactum. Quod ad ſenſuum teſtimonium pertinet, exponam uberius infra, ubi de extenſione agam, quæ eo in genere habeamus præjudicia, & unde; cum nimirum ipſis ſenſibus tribuamus id, quod noſtræ ratiocinationis, atque illationis vitio eſt tribuendum. Satis erit hic monere illud, ubi corpus ad noſtra organa ſatis accedat, vim repulſivam, ſaltem illam ultimam, debere in organorum ipſorum fibris excitare motus illos ipſos, qui excitantur in communi ſententia ab impenetrabilitate, & contactu, adeoque eundem tremorem ad cerebrum propagari, & eandem excitari debere in anima perceptionem, quæ in communi ſententia excitaretur; quam ob rem ab iis ſenſationibus, quæ in hac ipſa Theoria Virium haberentur, nullum utique argumentum deſumi poteſt contra ipſam, quod ullam vim habeat utcunque tenuem.

Felicius explicari omnia ſine impulſione: eam nuſquam poſitive probari.

128. Quod pertinet ad explicationem phænomenorum per impulſionem immediatam, monui ſane ſuperius, quanto felicius, ea prorſus omiſſa, Newtonus explicarit Aſtronomiam, & Opticam; & patebit inferius, quanto felicius phænomena quæque præcipua ſine ulla immediata impulſione explicentur. Cum iis exemplis, tum aliis, commendatur abunde ea ratio explicandi phænomena, quæ adhibet vires agentes in aliqua diſtantia. Oſtendant iſti vel unicum exemplum, in quo poſitive probare poſſint, per immediatam impulſionem communicari motum in Natura. Id ſane ii præſtabunt nunquam; cum oculorum teſtimonium ad excludendas diſtantias illas minimas, ad quas primum crus repulſivum pertinet, & contorſiones curvæ circa axem, quæ oculos neceſſario fugiunt, adhibere non poſſint; cum e contrario ego poſitivo argumento ſuperius excluſerim immediatum contactum omnem, & poſitive probaverim, ipſum, quem ii ubique volunt, haberi nuſquam.

Vires hujus Theoriæ pertinere ad verum, nec occultum mechaniſmum.

129. De nominibus quidem non eſſet, cur ſolicitudinem haberem ullam; ſed ut & in iis dem aliquid præjudicio cuidam, quod ex communi loquendi uſu provenit, illud notandum duco, Mechanicam non utique ad ſolam impulſionem immediatam fuiſſe reſtrictam unquam ab iis, qui de ipſa tractarunt, ſed ad liberos inprimis adhibitam contemplandos motus, qui independenter ab omni impulſione habeantur. Quæ Archimedes de æquilibrio tradidit, quæ Galilæus de libero

bero gravium deſcenſu, ac de projectis, quæ de centralibus in circulo viribus, & oſcillationis centro Hugenius, quæ Newtonus generaliter de motibus in trajectoriis quibuſcunque, utique ad Mechanicam pertinent, & Wolfiana, & Euleriana, & aliorum Scriptorum Mechanica paſſim utique hujuſmodi vires, & motus inde ortos contemplatur, qui fiant impulſione vel excluſa penitus, vel ſaltem mente ſecluſa. Ubicunque vires agant, quæ motum materiæ gignant, vel immutent, & leges expendantur, ſecundum quas velocitas oriatur, mutetur motus, ac motus ipſe determinetur; id omne inprimis ad Mechanicam pertinet in admodum propria ſignificatione acceptam. Quamobrem ii maxime ea ipſa propria vocum ſignificatione abutuntur, qui impulſionem unicam ad Mechaniſmum pertinere arbitrantur, ad quem hæc virium genera pertinent multo magis, quæ idcirco appellari jure poſſunt vires *Mechanicæ*, & quidquid per illas fit, jure affirmari poteſt fieri per *Mechaniſmum*, nec vero incognitum, & occultum, ſed uti ſupra demonſtravimus, admodum patentem, & manifeſtum.

Diſcrimen inter contactum mathematicum, & phyſicum: hunc dici proprie contactum.

130. Eodem etiam pacto in omnino propria ſignificatione uſurpare licebit vocem *contactus*; licet intervallum ſemper remaneat aliquod; quanquam ego ad æquivocationes evitandas ſoleo diſtinguere inter contactum *Mathematicum*, in quo diſtantia ſit prorſus nulla, & contactum *phyſicum*, in quo diſtantia ſenſus effugit omnes, & vis repulſiva ſatis magna ulteriorem acceſſum per noſtras vires inducendum impedit. Voces ab hominibus inſtitutæ ſunt ad ſignificandas res corporeas, & corporum proprietates, prout noſtris ſenſibus ſubſunt, iis, quæ continentur infra ipſos, nihil omnino curatis. Sic planum, ſic læve proprie dicitur id, in quo nihil, quod ſenſu percipi poſſit, ſinuetur, nihil promineat; quanquam in communi etiam ſententia nihil ſit in Natura mathematice planum, vel læve. Eodem pacto & nomen *contactus* ab hominibus inſtitutum eſt, ad exprimendum *phyſicum* illum *contactum* tantummodo, ſine ulla cura *contactus mathematici*, de quo noſtri ſenſus ſententiam ferre non poſſunt. Atque hoc quidem pacto ſi adhibeantur voces in propria ſignificatione illa, quæ ipſarum inſtitutioni reſpondeat; ne a vocibus quidem ipſis huic Theoriæ virium invidiam creare poterunt ii, quibus ipſa non placet.

Tranſitus ab objectionibus contra Theoriam virium ad objectiones contra puncta.

131. Atque hæc de iis, quæ contra ipſam virium legem a me propoſitam vel objecta ſunt hactenus, vel objici poſſent, ſint ſatis, ne res in infinitum excreſcat. Nunc ad illa tranſibimus, quæ contra conſtitutionem elementorum materiæ inde deductam ſe menti offerunt, in quibus itidem, quæ maxime notatu digna ſunt, perſequar.

Objectio ab idea puncti inextenſi, qua caremus: reſponſio: unde

132. Inprimis quod pertinet ad hanc conſtitutionem elementorum materiæ, ſunt ſane multi, qui nullo pacto in animum ſibi poſſint inducere, ut admittant puncta prorſus indi-

 viſi-

Idea extenſionis ſit orta.

viſibilia, & inextenſa, quod nullam ſe dicant habere poſſe eorum ideam. At id hominum genus præjudiciis quibuſdam tribuit multo plus æquo. Ideas omnes, ſaltem eas, quæ ad materiam pertinent, per ſenſus hauſimus. Porro ſenſus noſtri nunquam potuerunt percipere ſingula elementa, quæ nimirum vires exerunt nimis tenues ad movendas fibras, & propagandum motum ad cerebrum: maſſis indiguerunt, ſive elementorum aggregatis, quæ ipſas impellerent collata vi. Hæc omnia aggregata conſtabant partibus, quarum partium extremæ ſumptæ hinc, & inde, debebant a ſe invicem diſtare per aliquod intervallum, nec ita exiguum. Hinc factum eſt, ut nullam unquam per ſenſus acquirere potuerimus ideam pertinentem ad materiam, quæ ſimul & extenſionem, & partes, ac diviſibilitatem non involverit. Atque idcirco quotieſcunque punctum nobis animo ſiſtimus, niſi reflexione utamur, habemus ideam globuli cujuſdam perquam exigui, ſed tamen globuli rotundi, habentis binas ſuperficies oppoſitas diſtinctas.

Ideam puncti debere acquiri per reflexionem: quomodo ejus idea negativa acquiratur.

133. Quamobrem ad concipiendum punctum indiviſibile, & inextenſum; non debemus conſulere ideas, quas immediate per ſenſus hauſimus; ſed eam nobis debemus efformare per reflexionem. Reflexione adhibita non ita difficulter efformabimus nobis ideam ejuſmodi. Nam inprimis ubi & extenſionem, & partium compoſitionem conceperimus; ſi utranque negemus; jam inextenſi, & indiviſibilis ideam quandam nobis comparabimus per negationem illam ipſam eorum, quorum habemus ideam; uti foraminis ideam habemus utique negando exiſtentiam illius materiæ, quæ deeſt in loco foraminis.

Quomodo ejus idea poſitiva acquiri poſſit per limites, & limitum interſectionem.

134. Verum & poſitivam quandam indiviſibilis, & inextenſi puncti ideam poterimus comparare nobis ope Geometriæ, & ope illius ipſius ideæ extenſi continui, quam per ſenſus hauſimus, & quam inferius oſtendemus, fallacem eſſe, ac fontem ipſum fallaciæ ejuſmodi aperiemus, quæ tamen ipſa ad indiviſibilium, & inextenſorum ideam nos ducet admodum claram. Concipiamus planum quoddam prorſus continuum, ut menſam, longum ex. gr. pedes duos; atque id ipſum planum concipiamus ſecari tranſverſum ſecundum longitudinem ita, ut tamen iterum poſt ſectionem conjungantur partes, & ſe contingant. Sectio illa erit utique limes inter partem dexteram, & ſiniſtram, longus quidem pedes duos, quanta erat plani longitudo, at latitudinis omnino expers: nam ab altera parte immediate motu continuo tranſitur ad alteram, quæ, ſi illa ſectio craſſitudinem haberet aliquam, non eſſet priori contigua. Illa ſectio eſt limes ſecundum craſſitudinem inextenſus, & indiviſibilis, cui ſi occurrat altera ſectio tranſverſa eodem pacto indiviſibilis, & inextenſa; oportebit utique, interſectio utriuſque in ſuperficie plani concepti nullam omnino habeat extenſionem in partem quamcumque. Id erit punctum penitus

tus indiviſibile, & inextenſum, quod quidem punctum, tranſlato plano, movebitur, & motu ſuo lineam deſcribet, longam quidem, ſed latitudinis expertem.

Natura inextenſi, quod non poteſt eſſe inextenſo contiguum in lineis.

135. Quo autem melius ipſius indiviſibilis natura concipi poſſit; quærat a nobis quiſpiam, ut aliam faciamus ejus planæ maſſæ ſectionem, quæ priori ita ſit proxima, ut nihil prorſus inter utramque interſit. Reſpondebimus ſane, id fieri non poſſe: vel enim inter novam ſectionem, & veterem intercedet aliquid ejus materiæ, ex qua planum continuum conſtare concipimus, vel nova ſectio congruet penitus cum præcedente. En quomodo ideam acquiremus etiam ejus naturæ indiviſibilis illius, & inextenſi, ut aliud indiviſibile, & inextenſum ipſi proximum ſine medio intervallo non admittat, ſed vel cum eo congruat, vel aliquod intervallum relinquat inter ſe, & ipſum. Atque hinc patebit etiam illud, non poſſe promoveri planum ipſum ita, ut illa ſectio promoveatur tantummodo per ſpatium latitudinis ſibi æqualis. Utcunque exiguus fuerit motus, jam ille novus ſectionis locus diſtabit a præcedente per aliquod intervallum, cum ſectio ſectioni contigua eſſe non poſſit.

Eadem in punctis: idea puncti geometrici tranſlata ad phyſicum, & materiale.

136. Hæc ſi ad concurſum ſectionum transferamus, habebimus utique non ſolum ideam puncti indiviſibilis, & inextenſi, ſed ejuſmodi naturæ puncti ipſius, ut aliud punctum ſibi contiguum habere non poſſit, ſed vel congruant, vel aliquo a ſe invicem intervallo diſtent. Et hoc pacto ſibi & Geometræ ideam ſui puncti indiviſibilis, & inextenſi, facile efformare poſſunt, quam quidem etiam efformant ſibi ita, ut prima Euclidis definitio jam inde incipiat: *punctum eſt, cujus nulla pars eſt*. Poſt hujuſmodi ideam acquiſitam illud unum intererit inter geometricum punctum, & punctum phyſicum materiæ, quod hoc ſecundum habebit proprietates reales vis inertiæ, & virium illarum activarum, quæ cogent duo puncta ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere, unde fiet, ut ubi ſatis acceſſerint ad organa noſtrorum ſenſuum, poſſint in iis excitare motus, qui propagati ad cerebrum, perceptiones ibi eliciant in anima, quo pacto ſenſibilia erunt, adeoque materialia, & realia, non pure imaginaria.

Punctorum exiſtentiam aliunde demonſtrari: per ideam acquiſitam ea tantum concipi.

137. En igitur per reflexionem acquiſitam ideam punctorum realium, materialium, indiviſibilium, inextenſorum, quam inter ideas ab infantia acquiſitas per ſenſus incaſſum quærimus. Idea ejuſmodi non evincit eorum exiſtentiam. Ipſam quam nobis exhibent poſitiva argumenta ſuperius facta, quod nimirum, ne admittatur in colliſione corporum ſaltus, quem & inductio, & impoſſibilitas binarum velocitatum diverſarum habendarum omnino ipſo momento, quo ſaltus fieret, excludunt, oportet admittere in materia vires, quæ repulſivæ ſint in minimis diſtantiis, & iis in infinitum imminutis augeantur in infinitum; unde fit, ut duæ particulæ materiæ ſibi

in-

Digitized by Google

invicem contiguæ eſſe non poſſint : nam illico vi illa repulſiva reſilient a ſe invicem, ac particula iis conſtans ſtatim diſrumpetur, adeoque prima materiæ elementa non conſtant contiguis partibus, ſed indiviſibilia ſunt prorſus, atque ſimplicia, & vero etiam ob inductionem ſeparabilitatis, ac diſtinctionis eorum, quæ occupant ſpatii diviſibilis partes diverſas, etiam penitus inextenſa. Illa idea acquiſita per reflexionem illud præſtat tantummodo, ut diſtincte concipiamus id, quod ejuſmodi rationes oſtendunt exiſtere in Natura, & quod ſine reflexione, & ope illius ſupellectilis tantummodo, quam per ſenſus nobis comparavimus ab ipſa infantia, concipere omnino non liceret.

Puncta ſimplicia, & inextenſa ab aliis quoque admiſſa : ſed iis præſtare hanc eorum theoriam.

138. Ceterum ſimplicium, & inextenſorum notionem non ego primus in Phyſicam induco. Eorum ideam habuerunt veteres poſt Zenonem, & Leibnitiani monades ſuas & ſimplices utique volunt, & inextenſas : ego cum ipſorum punctorum contiguitatem auferam, & diſtantias velim inter duo quælibet materiæ puncta, maximum evito ſcopulum, in quem utrique incurrunt, dum ex ejuſmodi indiviſibilibus, & inextenſis continuum extenſum componunt. Atque ibi quidem in eo videntur mihi peccare utrique, quod cum ſimplicitate, & inextenſione, quam iis elementis tribuunt, commiſcent ideam illam imperfectam, quam ſibi compararunt per ſenſus, globuli cujuſdam rotundi, qui binas habeat ſuperficies a ſe diſtinctas, utcumque interrogati, an id ipſum faciant, omnino ſint negaturi. Neque enim aliter poſſent ejuſmodi ſimplicibus inextenſis implere ſpatium, niſi concipiendo unum elementum in medio duorum ab altero contactum ad dexteram, ab altero ad lævam, quin ea extrema ſe contingant; in quo, præter contiguitatem indiviſibilium, & inextenſorum impoſſibilem, uti ſupra demonſtravimus, quam tamen coguntur admittere, ſi rem altius perpenderint; videbunt ſane, ſe ibi illam ipſam globuli inter duos globulos interjacentis ideam admiſcere.

Impugnatur conciliatio extenſionis formatæ ab inextenſis petita ab impenetrabilitate.

139. Nec ad indiviſibilitatem, & inextenſionem elementorum conjungendas cum continua extenſione maſſarum ab iis compoſitarum proſunt ea, quæ nonnulli ex Leibnitianorum familia proferunt, de quibus egi in una adnotatiuncula adjecta num. 13. diſſertationis *De Materiæ Diviſibilitate, & Principiis Corporum*, ex qua, quæ eo pertinent, huc libet transferre. Sic autem habet: *Qui dicunt, monades non compenetrari, quia natura ſua impenetrabiles ſunt, ii difficultatem nequaquam amovent; nam ſi & natura ſua impenetrabiles ſunt, & continuum debent componere, adeoque contigua eſſe; compenetrabuntur ſimul, & non compenetrabuntur, quod ad abſurdum deducit, & ejuſmodi entium impoſſibilitatem evincit. Ex omnimodæ inextenſionis, & contiguitatis notione evincitur, compenetrari debere argumento contra Zenoniſtas inſtituto per tot ſecula, & cui nunquam ſatis reſponſum eſt. Ex natura, quæ in*

iis

Digitized by Google

iis ſupponitur, ipſa compenetratio excluditur, adeoque habetur contradictio, & abſurdum.

Inductionem a ſenſibilibus compoſitis, & extenſis haud valere contra puncta ſimplicia, & inextenſa.

140. Sunt alii, quibus videri poterit, contra hæc ipſa puncta indiviſibilia, & inextenſa adhiberi poſſe inductionis principium, a quo continuitatis legem, & alias proprietates derivavimus ſupra, quæ nos ad hæc indiviſibilia, & inextenſa puncta deduxerunt. Videmus enim in materia omni, quæ ſe uſpiam noſtris objiciat ſenſibus, extenſionem, diviſibilitatem, partes; quamobrem hanc ipſam proprietatem debemus transferre ad elementa etiam per inductionis principium. Ita ii: at hanc difficultatem jam ſuperius præoccupavimus, ubi egimus de inductionis principio. Pendet ea proprietas a ratione ſenſibilis, & aggregati, cum nimirum ſub ſenſus noſtros ne compoſita quidem, quorum moles nimis exigua ſit, cadere poſſint. Hinc diviſibilitatis, & extenſionis proprietas ejuſmodi eſt; ut ejus defectus, ſi habeatur alicubi is caſus, ex ipſa earum natura, & ſenſuum noſtrorum conſtitutione non poſſit cadere ſub ſenſus ipſos, atque idcirco ad ejuſmodi proprietates argumentum deſumptum ab inductione nequaquam pertingit, ut nec ad ſenſibilitatem extenditur.

Per ipſam etiam excluſionem inextenſi vi inductionis habitam ipſum extenſum excludi.

141. Sed etiam ſi extenderetur, eſſet adhuc noſtræ Theoriæ cauſa multo melior in eo, quod circa extenſionem, & compoſitionem partium negativa ſit. Nam eo ipſo, quod continuitate admiſſa, continuitas elementorum legitima ratiocinatione excludatur, excludi omnino debet abſolute; ubi quidem illud accidit, quod a Metaphyſicis, & Geometris nonnullis animadverſum eſt jam diu, licere aliquando demonſtrare propoſitionem ex aſſumpta veritate contradictoriæ propoſitionis; cum enim ambæ ſimul veræ eſſe non poſſint, ſi ab altera inferatur altera, hanc poſteriorem veram eſſe neceſſe eſt. Sic nimirum, quoniam a continuitate generaliter aſſumpta defectus continuitatis conſequitur in materiæ elementis, & in extenſione, defectum hunc haberi vel inde eruitur: nec oberit quidquam principium inductionis phyſicæ, quod utique non eſt demonſtrativum, nec vim habet, niſi ubi aliunde non demonſtretur, caſum illum, quem inde colligere poſſumus, improbabilem eſſe tantummodo, adhuc tamen haberi, uti aliquando ſunt & falſa veris probabiliora.

Cujuſmodi continuum in hac Theoria admittatur: quid ſit ſpatium, & tempus.

143. Atque hic quidem, ubi de continuitate ſeipſam excludente mentio injecta eſt, notandum & illud, continuitatis legem a me admitti, & probari pro quantitatibus, quæ magnitudinem mutent, quas nimirum ab una magnitudine ad aliam cenſeo abire non poſſe, niſi tranſeant per intermedias, quod elementorum materiæ, quæ magnitudinem nec mutant, nec ullam habent variabilem, continuitatem non inducit, ſed argumento ſuperius facto penitus ſummovet. Quin etiam ego quidem continuum nullum agnoſco coexiſtens, uti & ſupra monui; nam nec ſpatium reale mihi eſt ullum continuum, ſed

ima-

imaginarium tantummodo, de quo, uti & de tempore, quid in hac mea Theoria ſentiam, ſatis luculenter expoſui in Supplementis ad librum 1 Stayanæ Philoſophiæ (h). Cenſeo nimirum quodvis materiæ punctum, habere binos reales exiſtendi modos, alterum localem, alterum temporarium, qui num appellari debeant res, an tantummodo modi rei, ejuſmodi litem, quam arbitror eſſe tantum de nomine, nihil omnino curo. Illos modos debere admitti, ibi ego quidem poſitive demonſtro: eos natura ſua immobiles eſſe, cenſeo ita, ut idcirco ejuſmodi exiſtendi modi per ſe inducant relationes prioris, & poſterioris in tempore, ulterioris, vel citerioris in loco, ac diſtantiæ cujuſdam determinatæ, & in ſpatio determinatæ poſitionis etiam, qui modi, vel eorum alter, neceſſario mutari debeant, ſi diſtantia, vel etiam in ſpatio ſola mutetur poſitio. Pro quovis autem modo pertinente ad quodvis punctum, penes omnes infinitos modos poſſibiles pertinentes ad quodvis aliud, mihi eſt unus, qui cum eo inducat in tempore relationem coexiſtentiæ ita, ut exiſtentiam habere uterque non poſſit, quin ſimul habeant, & coexiſtant; in ſpatio vero, ſi exiſtunt ſimul, inducant relationem compenetrationis, reliquis omnibus inducentibus relationem diſtantiæ temporariæ, vel localis, ut & poſitionis cujuſdam localis determinatæ. Quoniam autem puncta materiæ exiſtentia habent ſemper aliquam a ſe invicem diſtantiam, & numero finita ſunt; finitus eſt ſemper etiam localium modorum coexiſtentium numerus, nec ullum reale continuum efformat. Spatium vero imaginarium eſt mihi poſſibilitas omnium modorum localium confuſe cognita, quos ſimul per cognitionem præciſivam concipimus, licet ſimul omnes exiſtere non poſſint, ubi cum nulli ſint modi ita ſibi proximi, vel remoti, ut alii viciniores, vel remotiores haberi non poſſint, nulla diſtantia inter poſſibiles habetur, ſive minima omnium, ſive maxima. Dum animum abſtrahimus ab actuali exiſtentia, & in poſſibilium ſerie finitis in infinitum conſtante terminis mente ſecludimus tam minimæ, quam maximæ diſtantiæ limitem, ideam nobis efformamus continuitatis, & infinitatis in ſpatio, in quo idem ſpatii punctum appello poſſibilitatem omnium modorum localium, ſive, quod idem eſt, realium localium punctorum pertinentium ad omnia materiæ puncta, quæ ſi exiſterent, compenetrationis relationem inducerent, ut eodem pacto idem nomino momentum temporis temporarios modos omnes, qui relationem inducunt coexiſtentiæ. Sed de utroque plura in illis diſſertatiunculis, in quibus & analogiam perſequor ſpatii, ac temporis multiplicem.

143.

(*h*) *Binæ diſſertatiunculæ, quæ huc pertinent, inde excerptæ habentur hic Supplementorum* §. 1, & 2, *quarum mentio facta eſt etiam ſuperius num.* 66., & 86.

Ubi habeat continuitatem Natura, ubi affectet tantummodo.

143. Continuitatem igitur agnoſco in motu tantummodo, quod eſt ſucceſſivum quid, non coexiſtens, & in eo itidem ſolo, vel ex eo ſolo in corporeis ſaltem entibus legem continuitatis admitto. Atque hinc patebit clarius illud etiam, quod ſuperius innui, Naturam ubique continuitatis legem vel accurate obſervare, vel affectare ſaltem. Servat in motibus, & diſtantiis, affectat in aliis caſibus multis, quibus continuitas, uti etiam ſupra definivimus, nequaquam convenit, & in aliis quibuſdam, in quibus haberi omnino non poteſt continuitas, quæ primo aſpectu ſeſe nobis objicit res non aliquanto intimius inſpectantibus, ac perpendentibus: ex. gr. quando Sol oritur ſupra horizontem, ſi concipiamus Solis diſcum ut continuum, & horizontem ut planum quoddam; aſcenſus Solis fit per omnes magnitudines ita, ut a primo ad poſtremum punctum & ſegmenta ſolaris diſci, & chordæ ſegmentorum creſcant tranſeundo per omnes intermedias magnitudines. At Sol quidem in mea Theoria non eſt aliquid continuum, ſed eſt aggregatum punctorum a ſe invicem diſtantium, quorum alia ſupra illud imaginarium planum aſcendunt poſt alia, intervallo aliquo temporis interpoſito ſemper. Hinc accurata illa continuitas huic caſui non convenit, & habetur tantummodo in diſtantiis punctorum ſingulorum componentium eam maſſam ab illo imaginario plano. Natura tamen etiam hic continuitatem quandam affectat, cum nimirum illa punctula ita ſibi ſint invicem proxima, & ita ubique diſperſa, ac diſpoſita, ut apparens quædam ibi etiam continuitas habeatur, ac in ipſa diſtributione, a qua denſitas pendet, ingentes repentini ſaltus non fiant.

Exempla continuitatis apparentis tantum: unde ea ortum ducat.

144. Innumera ejus rei exempla liceret proferre, in quibus eodem pacto res pergit. Sic in fluviorum alveis, in frondium flexibus, in ipſis ſalium, & cryſtallorum, ac aliorum corporum angulis, in ipſis cuſpidibus unguium, quæ acutiſſimæ in quibuſdam animalibus apparent nudo oculo; ſi microſcopio adhibito inſpiciantur; nuſquam cuſpis abrupta prorſus, nuſquam omnino cuſpidatus apparet angulus, ſed ubique flexus quidam, qui curvaturam habeat aliquam, & ad continuitatem videatur accedere. In omnibus tamen iis caſibus vera continuitas in mea Theoria habetur nuſquam; cum omnia ejuſmodi corpora conſtent indiviſibilibus, & a ſe diſtantibus punctis, quæ continuam ſuperficiem non efformant, & in quibus, ſi quævis tria puncta per rectas lineas conjuncta intelligantur; triangulum habebitur utique cum angulis cuſpidatis. Sed a motuum, & virium continuitate accurata etiam ejuſmodi proximam continuitatem maſſarum oriri cenſeo, & a caſuum poſſibilium multitudine inter ſe collata, quod ipſum innuiſſe ſit ſatis.

Motuum omnium continuitas in lineis

145. Atque hinc fiet manifeſtum, quid reſpondendum ad caſus quoſdam, qui eo pertinent, & in quibus violari quis crederet

continuis nuſquam interruptis, aut mutatis.

continuitatis legem. Quando plano aliquo ſpeculo lux excipitur, pars refringitur, pars reflectitur: in reflexione, & refractione, uti eam olim creditum eſt fieri, & etiamnum a nonnullis creditur, per impulſionem nimirum, & incurſum immediatum, fieret violatio quædam continui motus mutata linea recta in aliam; ſed jam hoc Newtonus advertit, & ejuſmodi ſaltum abſtulit, explicando ea phænomena per vires in aliqua diſtantia agentes, quibus fit, ut quævis particula luminis motum incurvet paullatim in acceſſu ad ſuperficiem reflectentem, vel refringentem; unde acceſſuum, & receſſuum lex, velocitas, directionum flexus, omnia juxta continuitatis legem mutantur. Quin in mea Theoria non in aliqua vicinia tantum incipit flexus ille, ſed quodvis materiæ punctum a Mundi initio unicam quandam continuam deſcripſit orbitam, pendentem a continua illa virium lege, quam exprimit figura 1, quæ ad diſtantias quaſcunque protenditur; quam quidem lineæ continuitatem nec liberæ turbant animarum vires, quas itidem non niſi juxta continuitatis legem exerceri a nobis arbitror; unde fit, ut quemadmodum omnem accuratam quietem, ita omnem accurate rectilineum motum, omnem accurate circularem, ellipticum, parabolicum excludam; quod tamen aliis quoque ſententiis omnibus commune eſſe debet; cum admodum facile ſit demonſtrare, ubique eſſe perturbationem quandam, & mutationum cauſas, quæ non permittant ejuſmodi linearum nobis ita ſimplicium accuratas orbitas in motibus.

Apparens ſaltus in diffuſione reflexi, ac refracti luminis.

146. Et quidem ut in iis omnibus, & aliis ejuſmodi Natura ſemper in mea Theoria accuratiſſimam continuitatem obſervat, ita & hic in reflexionibus, ac refractionibus luminis. At eſt aliud ea in re, in quo continuitatis violatio quædam haberi videatur, quam, qui rem altius perpendat, credet primo quidem ſervari itidem accurate a Natura, tum ulterius progreſſus, inveniet affectari tantummodo, non ſervari. Id autem eſt ipſa luminis diffuſio, atque denſitas. Videtur prima fronte diſcindi radius in duos, qui hiatu quodam intermedio a ſe invicem divellantur velut per ſaltum, alia parte reflexa, alia refracta, ſine ullo intermedio flexu cujuſpiam. Alius itidem videtur admitti ibidem ſaltus quidam: ſi enim radius integer excipiatur priſmate ita, ut una pars reflectatur, alia tranſmittatur, & prodeat etiam e ſecunda ſuperficie, tum ipſum priſma ſenſim convertatur; ubi ad certum devenitur in converſione angulum, lux, quæ datam habet refrangibilitatem, jam non egreditur, ſed reflectitur in totum; ubi itidem videtur fieri tranſitus a prioribus angulis cum ſuperficie ſemper minoribus, ſed jacentibus ultra ipſam, ad angulum reflexionis æqualem angulo incidentiæ, & jacentem citra, ſine ulla reflexione in angulis intermediis minoribus ab ipſa ſuperficie ad ejuſmodi finitum angulum.

Apparens conciliatio cum le-

147. Huic cuidam velut læſioni continuitatis videtur reſponderi poſſe per illam lucem, quæ reflectitur, vel refringitur

ge continuitatis per radios irregulariter diſperſos.

gitur irregulariter in quibuſvis angulis. Jam olim enim obſervatum eſt illud, ubi lucis radius reflectitur, non reflecti totum ita, ut angulus reflexionis æquetur angulo incidentiæ, ſed partem diſpergi quaquaverſus; quam ob cauſam ſi Solis radius in partem quandam ſpeculi incurrat, quicunque eſt in conclavi, videt, qui ſit ille locus, in quem incurrit radius, quod utique non fieret, niſi e ſolaribus illis directis radiis etiam ad oculum ipſius radii devenirent, egreſſi in omnibus iis directionibus, quæ ad omnes oculi poſitiones tendunt; licet ibi quidem ſatis intenſum lumen non appareat, niſi in directione faciente angulum reflexionis æqualem incidentiæ, in qua reſilit maxima luminis pars. Et quidem hiſce radiis redeuntibus in angulis hiſce inæqualibus egregie utitur Newtonus in fine Opticæ ad explicandos colores laminarum craſſarum: & eadem irregularis diſperſio in omnes plagas ad ſenſum habetur in tenui parte, ſed tamen in aliqua, radii refracti. Hinc inter vividum illum reflexum radium, & refractum, habetur intermedia omnis ejuſmodi radiorum ſeries in omnibus iis intermediis angulis prodeuntium, & ſic etiam ubi tranſitur a refractione ad reflexionem in totum, videtur per hoſce intermedios angulos res poſſe fieri citiſſimo tranſitu per ipſos, atque idcirco illæſa perſeverare continuitas.

Cur ea apparens tantum: vera conciliatio per continuitatem viæ cujuſvis puncti lucis.

148. Verum ſi adhuc altius perpendatur res; patebit in illa intermedia ſerie non haberi accuratam continuitatem, ſed apparentem quandam, quam Natura affectat, non accurate ſervat illæſam. Nam lumen in mea Theoria non eſt corpus quoddam continuum, quod diffundatur continuo per illud omne ſpatium, ſed eſt aggregatum punctorum a ſe invicem disjunctorum, atque diſtantium, quorum quodlibet ſuam percurrit viam disjunctam a proximi via per aliquod intervallum. Continuitas ſervatur accuratiſſime in ſingulorum punctorum viis, non in diffuſione ſubſtantiæ non continuæ, & quo pacto ea in omnibus iis motibus ſervetur, & mutetur, mutata inclinatione incidentiæ, via a ſingulis punctis deſcripta ſine ſaltu, ſatis luculenter expoſui in ſecunda parte meæ diſſertationis *De Lumine* a num. 98. Sed hæc ad applicationem jam pertinent Theoriæ ad Phyſicam.

Quo pacto ſervetur continuitas in quibuſdam caſibus, in quibus videtur lædi.

149. Haud multum abſimiles ſunt alii quidam caſus, in quibus ſingula continuitatem obſervant, non aggregatum utique non continuum, ſed partibus disjunctis conſtans. Hujuſmodi eſt ex. gr. altitudo cujuſdam domus, quæ ædificatur de novo, cui cum ſeries nova adjungitur lapidum determinatæ cujuſdam altitudinis, per illam additionem repente videtur creſcere altitudo domus, ſine tranſitu per altitudines intermedias; & ſi dicatur id non eſſe Naturæ opus, ſed artis; poteſt difficultas transferri facile ad Naturæ opera, ut ubi diverſa inducuntur glaciei ſtrata, vel in aliis incruſtationibus, ac in iis omnibus caſibus, in quibus incrementum fit per externam applicationem partium, ubi acceſſiones finitæ videntur acquiri ſimul totæ ſine

tranſitu per intermedias magnitudines. In iis caſibus continuitas ſervatur in motu ſingularum partium, quæ accedunt. Illæ per lineam quandam continuam, & continua velocitatis mutatione accedunt ad locum ſibi debitum: quin immo etiam poſteaquam eo advenerunt, pergunt adhuc moveri, & nunquam habent quietem nec abſolutam, nec reſpectivam reſpectu aliarum partium, licet jam in reſpectiva poſitione ſenſibilem mutationem non ſubeant: parent nimirum adhuc viribus omnibus, quæ reſpondent omnibus materiæ punctis utcunque diſtantibus, & actio proximarum partium, quæ novam adhæſionem parit, eſt continuatio actionis, quam multo minorem exercebant, cum eſſent procul. Hoc autem, quod pertineant ad illam domum, vel maſſam, eſt aliquid non in ſe determinatum, quod momento quodam determinato fiat, in quo ſaltus habeatur, ſed ab æſtimatione quadam pendet noſtrorum ſenſuum ſatis craſſa; ut licet perpetuo accedant illæ partes, & pergant perpetuo mutare poſitionem reſpectu ipſius maſſæ; tum incipiant cenſeri ut pertinentes ad illam domum, vel maſſam: cum deſinit reſpectiva mutatio eſſe ſenſibilis, quæ ſenſibilitatis ceſſatio fit ipſa etiam quodammodo per gradus omnes, & continuo aliquo tempore, non vero per ſaltum.

Generalis reſponſio ad caſus ſimiles inde eruta.

150. Hinc diſtinctius ibi licebit difficultatem omnem amovere dicendo, non ſervari mutationem continuam in magnitudinibus earum rerum, quæ continuæ non ſunt, & magnitudinem non habent continuam, ſed ſunt aggregata rerum disjunctarum; vel in iis rebus, quæ a nobis ita cenſentur aliquod totum conſtituere, ut magnitudinem aggregati non determinent diſtantiæ inter eadem extrema, ſed a nobis extrema ipſa aſſumantur jam alia, jam alia, quæ cenſeantur incipere ad aggregatum pertinere, ubi ad quaſdam diſtantias devenerint, quas ut ut in ſe juxta legem continuitatis mutatas, nos a reliquis divellimus per ſaltum, ut dicamus pertinere eas partes ad id aggregatum. Id accidit, ubi in objectis caſibus acceſſiones partium novæ fiunt, atque ibi nos in uſu vocabuli ſaltum facimus; ars, & Natura ſaltum utique habet nullum.

Alii caſus, in quibus læditur, alii, in quibus habetur ſolum proxima, non accurata continuitas.

151. Non idem contingit etiam, ubi plantæ, vel animantia creſcunt, ſucco ſe inſinuante per tubulos fibrarum, & procurrente, ubi & magnitudo computata per diſtantias punctorum maxime diſtantium tranſit per omnes intermedias; cum nimirum ipſe procurſus fiat per omnes intermedias diſtantias. At quoniam & ibi mutantur termini illi, qui diſtantias determinant, & nomen ſuſcipiunt altitudinis ipſius plantæ; vera & accurata continuitas ne ibi quidem obſervatur, niſi tantummodo in motibus, & velocitatibus, ac diſtantiis ſingularum partium: quanquam ibi minus recedatur a continuitate accurata, quam in ſuperioribus. In his autem, & in illis habetur ubique illa alia continuitas quædam apparens, & affectata tantummodo a Natura, quam intuemur etiam in progreſſu ſubſtantiarum, ut incipiendo ab inanima-

tus

Digitized by Google

tis corporibus progreſſu facto per vegetabilia, tum per quædam fere ſemianimalia torpentia, ac demum animalia perfectiora magis, & perfectiora uſque ad ſimios homini tam ſimiles. Quoniam & harum ſpecierum, ac exiſtentium individuorum in quavis ſpecie numerus eſt finitus, vera continuitas haberi non poteſt, ſed ordinatis omnibus in ſeriem quandam, inter binas quaſque intermedias ſpecies hiatus debet eſſe aliquis neceſſario, qui continuitatem abrumpat. In omnibus iis caſibus habentur diſcretæ quædam quantitates, non continuæ; ut & in Arithmetica ſeries ex. gr. naturalium numerorum non eſt continua, ſed diſcreta; & ut ibi ſeries ad continuam reducitur tantummodo, ſi generaliter omnes intermediæ fractiones concipiantur; ſic & in ſuperiore exemplo quædam velut continua ſeries habebitur tantummodo; ſi concipiantur omnes intermediæ ſpecies poſſibiles.

Concluſio pertinens ad ea, quæ veram, & ea, quæ affectatam habent continuitatem.

152. Hoc pacto excurrendo per plurimos ejuſmodi caſus, in quibus accipiuntur aggregata rerum a ſe invicem certis intervallis diſtantium, & unum aliquid continuum non conſtituentium, nuſquam accurata occurret continuitatis lex, ſed per quandam diſperſionem quodammodo affectata, & vera continuitas habebitur tantummodo in motibus, & in iis, quæ a motibus pendent, uti ſunt diſtantiæ, & vires determinatæ a diſtantiis, & velocitates a viribus ortæ; quam ipſam ob cauſam ubi ſupra num. 39 inductionem pro lege continuitatis aſſumpſimus, exempla accepimus a motu potiſſimum, & ab iis, quæ cum ipſis motibus connectuntur, ac ab iis pendent.

Difficultates petitæ a diſcrimine debito inter materiam, & ſpiritum.

153. Sed jam ad aliam difficultatem gradum faciam, quæ non nullis negotium ingens faceſſit, & obvia eſt etiam, contra hanc indiviſibilium, & inextenſorum punctorum Theoriam; quod nimirum ea nullum habitura ſint diſcrimen a ſpiritibus. Ajunt enim, ſi ſpiritus ejuſmodi vires habeant, præſtituros eadem phænomena, tolli nimirum corpus, & omnem corporeæ ſubſtantiæ notionem ſublata extenſione continua, quæ ſit præcipua materiæ proprietas ita pertinens ad naturam ipſius; ut vel nihil aliud materia ſit, niſi ſubſtantia prædita extenſione continua; vel ſaltem idea corporis, & materiæ haberi non poſſit; niſi in ea includatur idea extenſionis continuæ. Multa hic quidem congeruntur ſimul, quæ nexum aliquem inter ſe habent, quæ hic ſeorſum evolvam ſingula.

Differre hæc puncta a ſpiritibus per impenetrabilitatem, ſenſibilitatem, incapacitatem cogitationis.

154. Inprimis falſum omnino eſt, nullum eſſe horum punctorum diſcrimen a ſpiritibus. Diſcrimen potiſſimum materiæ a ſpiritu ſitum eſt in hiſce duobus, quod materia eſt ſenſibilis, & incapax cogitationis, ac voluntatis, ſpiritus noſtros ſenſus non afficit, & cogitare poteſt, ac velle. Senſibilitas autem non ab extenſione continua oritur, ſed ab impenetrabilitate, qua fit, ut noſtrorum organorum fibræ tendantur a corporibus, quæ ipſis ſiſtuntur, & motus ad cerebrum propage-

pagetur. Nam ſi extenſa quidem eſſent corpora, ſed impenetrabilitate carerent; manu contrectata fibras non ſiſterent, nec motum ullum in iis progignerent, ac eadem radios non reflecterent, ſed liberum intra ſe aditum luci præberent. Porro hoc diſcrimen utrumque manere poteſt integrum, & manet inter mea indiviſibilia hæc puncta, & ſpiritus. Ipſa impenetrabilitatem habent, & ſenſus noſtros afficiunt, ob illud primum crus aſymptoticum exhibens vim illam repulſivam primam; ſpiritus autem, quos impenetrabilitate carere credimus, ejuſmodi viribus itidem carent, & ſenſus noſtros idcirco nequaquam afficiunt, nec oculis inſpectantur, nec manibus palpari poſſunt. Deinde in meis hiſce punctis ego nihil admitto aliud, niſi illam virium legem cum inertiæ vi conjunctam, adeoque illa volo prorſus incapacia cogitationis, & voluntatis. Quamobrem diſcrimen eſſentiæ illud utrumque, quod inter corpus, & ſpiritum agnoſcunt omnes, id & ego agnoſco, nec vero id ab extenſione, & compoſitione continua deſumitur, ſed ab iis, quæ cum ſimplicitate, & inextenſione æque conjungi poſſunt, & cohærere cum ipſis.

Si poſſibilis ſit ſubſtantia prædita hiſce viribus, & capax cogitationis: eam nec fore materiam, nec ſpiritum.

155. At ſi ſubſtantiæ capaces cogitationis & voluntatis haberent ejuſmodi virium legem, an non eoſdem præſtarent effectus reſpectu noſtrorum ſenſuum, quos ejuſmodi puncta? Reſpondebo ſane, me hic non quærere, utrum impenetrabilitas, & ſenſibilitas, quæ ab iis viribus pendent, conjungi poſſint cum facultate cogitandi, & volendi, quæ quidem quæſtio eodem redit, ac in communi ſententia de impenetrabilitate extenſorum, ac compoſitorum relata ad vim cogitandi, & volendi. Illud ajo, notionem, quam habemus partim ex obſervationibus tam ſenſuum reſpectu corporum, quam intimæ conſcientiæ reſpectu ſpiritus, una cum reflexione, partim, & vero etiam circa ſpiritus potiſſimum, ex principiis immediate revelatis, vel connexis cum principiis revelatis, continere pro materia impenetrabilitatem, & ſenſibilitatem, una cum incapacitate cogitationis, & pro ſpiritu incapacitatem afficiendi per impenetrabilitatem noſtros ſenſus, & potentiam cogitandi, ac volendi, quorum priores illas ego etiam in meis punctis admitto, poſteriores haſce in ſpiritibus; unde fit, ut mea ipſa puncta materialia ſint, & eorum maſſæ conſtituant corpora a ſpiritibus longiſſime diſcrepantia. Si poſſibile ſit illud ſubſtantiæ genus, quod & hujuſmodi vires activas habeat cum inertia conjunctas, & ſimul cogitare poſſit, ac velle; id quidem nec corpus erit, nec ſpiritus, ſed tertium quid, a corpore diſcrepans per capacitatem cogitationis, & voluntatis, diſcrepans autem a ſpiritu per inertiam, & vires haſce noſtras, quæ impenetrabilitatem inducunt. Sed, ut ajebam, ea quæſtio huc non pertinet, & aliunde reſolvi debet; ut aliunde utique debet reſolvi quæſtio, qua quæratur, an ſubſtantia extenſa, & impenetrabilis

haſce

haſce proprietates conjungere poſſit cum facultate cogitandi, volendique.

Nihil amitti, amiſſo argumento eorum, qui a compoſitione partium deducunt incapacitatem cogitationis.

156. Nec vero illud reponi poteſt, argumentum potiſſimum ad evincendum, materiam cogitare non poſſe, deduci ab extenſione, & partium compoſitione, quibus ſublatis, omne id fundamentum prorſus corruere, & ad materialiſmum ſterni viam. Nam ego ſane non video, quid argumenti peti poſſit ab extenſione, & partium compoſitione pro incapacitate cogitandi, & volendi. Senſibilitas, præcipua corporum, & materiæ proprietas, quæ ipſam adeo a ſpiritibus diſcriminat, non ab extenſione continua, & compoſitione partium pendet, uti vidimus, ſed ab impenetrabilitate, quæ ipſa proprietas ab extenſione continua, & compoſitione non pendet. Sunt, qui adhibent hoc argumentum ad excludendam capacitatem cogitandi a materia, deſumptum a compoſitione partium: ſi materia cogitaret; ſingulæ ejus partes deberent ſingulas cogitationis partes habere, adeoque nulla pars objectum perciperet; cum nulla haberet eam perceptionis partem, quam habet altera. Id argumentum in mea Theoria amittitur; at id ipſum, meo quidem judicio, vim nullam habet. Nam poſſet aliquis reſpondere, cogitationem totam indiviſibilem exiſtere in tota maſſa materiæ, quæ certa partium diſpoſitione ſit prædita, uti anima rationalis per tam multos Philoſophos, ut ut indiviſibilis, in omni corpore, vel ſaltem in parte corporis aliqua diviſibili exiſtit, & ad ejuſmodi præſentiam præſtandam certa indiget diſpoſitione partium ipſius corporis, qua ſemel læſa per vulnus, ipſa non poteſt ultra ibi eſſe; atque ut viventis corporei, ſive animalis rationalis natura, & determinatio habetur per materiam diviſibilem, & certo modo conſtructam, una cum anima indiviſibili; ita ibi per indiviſibilem cogitationem inhærentem diviſibili materiæ natura, & denominatio cogitantis haberetur. Unde aperte conſtat eo argumento amiſſo, nihil omnino amitti, quod jure dolendum ſit.

Etiam ſi quidpiam amittatur; theoriam poſitive probari, & in ea manere ſummum diſcrimen inter materiam, & ſpiritum.

157. Sed quidquid de eo argumento cenſeri debeat, nihil refert, nec ad infirmandam Theoriam poſitivis, & validis argumentis comprobatam, ac e ſolidiſſimis principiis directa ratiocinatione deductam, quidquam poteſt unum, vel alterum argumentum amiſſum, quod ad probandam aliquam veritatem aliunde notam, & a revelatis principiis aut directe, aut indirecte confirmatam, ab aliquibus adhibeatur, quando etiam vim habeat aliquam, quam, uti oſtendi, ſuperius allatum argumentum omnino non habet. Satis eſt, ſi illa Theoria cum ejuſmodi veritate conjungi poſſit, uti hæc noſtra cum immaterialitate ſpirituum conjungitur optime, cum retineat pro materia inertiam, impenetrabilitatem, ſenſibilitatem, incapacitatem cogitandi, & pro ſpiritibus retineat incapacitatem afficiendi ſenſus noſtros per impenetrabilitatem, & facultatem cogitandi, ac volendi.

Ego

Ego quidem in ipſius materiæ, & corporeæ ſubſtantiæ definitione ipſa aſſumo incapacitatem cogitandi, & volendi, & dico corpus maſſam compoſitam e punctis habentibus vim inertiæ conjunctam cum viribus activis expreſſis in fig. 1, & cum incapacitate cogitandi, ac volendi, qua definitione admiſſa, evidens eſt, materiam cogitare non poſſe; quæ erit metaphyſica quædam concluſio, ea definitione admiſſa, certiſſima: tum ubi ſolæ rationes phyſicæ adhibeantur, dicam, hæc corpora, quæ meos afficiunt ſenſus, eſſe materiam, quod & ſenſus afficiant per illas utique vires, & non cogitent. Id autem deducam inde, quod nullum cogitationis indicium præſtent; quæ erit concluſio tantum phyſica, circa exiſtentiam illius materiæ ita definitæ, æque phyſice certa, ac eſt concluſio, quæ dicat lapides non habere levitatem, quod nunquam eam prodiderint aſcendendo ſponte, ſed ſemper e contrario ſibi relicti deſcenderint.

Senſus omnino falli in illa tanta continuitate extenſionis, quam nobis ingerunt.

158. Quod autem pertinet ad ipſam corporum, & materiæ ideam, quæ videtur extenſionem continuam, & contactum partium involvere, in eo videntur mihi quidem Carteſiani inprimis, qui tantopere contra præjudicia pugnare ſunt viſi, præjudiciis ipſis ante omnes alios indulſiſſe. Ideam corporum habemus per ſenſus; ſenſus autem de continuitate accurata judicare omnino non poſſunt, cum minima intervalla ſub ſenſus non cadant. Et quidem omnino certo deprehendimus illam continuitatem, quam in pleriſque corporibus nobis objiciunt ſenſus noſtri, nequaquam haberi. In metallis, in marmoribus, in vitris, & cryſtallis continuitas noſtris ſenſibus apparet ejuſmodi, ut nulla percipiamus in iis vacua ſpatiola, nullos poros, in quo tamen hallucinari ſenſus noſtros manifeſto patet, tum ex diverſa gravitate ſpecifica, quæ a diverſa multitudine vacuitatum oritur utique, tum ex eo, quod per illa inſinuentur ſubſtantiæ plures, ut per priora oleum diffundatur, per poſteriora liberrime lux tranſeat, quod quidem indicat, in poſterioribus hiſce potiſſimum ingentem pororum numerum, qui noſtris ſenſibus deliteſcunt.

Fons præjudiciorum: haberi pro nullis in ſe, quæ ſunt nulla in noſtris ſenſibus: eorum exempla.

159. Quamobrem jam ejuſmodi noſtrorum ſenſuum teſtimonium, vel potius noſter eorum ratiociniorum uſus, in hoc ipſo genere ſuſpecta eſſe debent, in quo conſtat nos decipi. Suſpicari igitur licet, exactam continuitatem ſine ullis ſpatiolis, ut in majoribus corporibus ubique deeſt, licet ſenſus noſtri illam videantur denotare, ita & in minimis quibuſvis particulis nuſquam haberi, ſed eſſe illuſionem quandam ſenſuum tantummodo, & quoddam figmentum mentis, reflexione vel non utentis, vel abutentis. Eſt enim ſolemne illud hominibus, atque uſitatum, quod quidem eſt maximorum præjudiciorum fons, & origo præcipua, ut quidquid in noſtris ſenſibus eſt nihil, habeamus pro nihilo abſoluto. Sic utique per tot ſæcula a multis eſt creditum, & nunc etiam a vulgo creditur,

quie-

Digitized by Google

quietem Telluris, & diurnum Solis, ac fixarum motum ſenſuum teſtimonio evinci, cum apud Philoſophos jam conſtet, ejuſmodi quæſtionem longe aliunde reſolvendam eſſe, quam per ſenſus, in quibus debent eædem prorſus impreſſiones fieri, ſive ſtemus & nos, & Terra, ac moveantur aſtra, ſive moveamur communi motu & nos, & Terra, ac aſtra conſiſtant. Motum cognoſcimus per mutationem poſitionis, quam objecti imago habet in oculo, & quietem per ejuſdem poſitionis permanentiam. Tam mutatio, quam permanentia fieri poſſunt duplici modo: mutatio, primo ſi nobis immotis objectum moveatur; & permanentia, ſi id ipſum ſtet: ſecundo, illa, ſi objecto ſtante moveamur nos; hæc, ſi moveamur ſimul motu communi. Motum noſtrum non ſentimus, niſi ubi nos ipſi motum inducimus, ut ubi caput circumagimus, vel ubi curru delati ſuccutimur. Idcirco habemus tum quidem motum ipſum pro nullo, niſi aliunde admoneamur de eodem motu per cauſas, quæ nobis ſint cognitæ, ut ubi *provehimur portu*, quo caſu vector, qui jam diu aſſuevit ideæ littoris ſtantis, & navis promotæ per remos, vel vela, corrigit apparentiam illius, *terræque, urbesque recedunt*, & ſibi, non illis, motum adjudicat.

160. Hinc Philoſophus, ne fallatur, non debet primis hiſce ideis acquireſcere, quas e ſenſationibus haurimus, & ex illis deducere conſectaria ſine diligenti perquiſitione, ac in ea quæ ab infantia deduxit, debet diligenter inquirere. Si inveniat, eaſdem illas ſenſuum perceptiones duplici modo æque fieri poſſe; peccabit utique contra Logicæ etiam naturalis leges, ſi alterum modum præ altero pergat eligere, unice, quia alterum antea non viderat, & pro nullo habuerat, & idcirco alteri tantum aſſueverat. Id vero accidit in caſu noſtro; ſenſationes habebuntur eædem, ſive materia conſtet punctis prorſus inextenſis, & diſtantibus inter ſe per intervalla minima, quæ ſenſum fugiant, ac vires ad illa intervalla pertinentes organorum noſtrorum fibras ſine ulla ſenſibili interruptione afficiant, ſive continua ſit, & per immediatum contactum agat. Patebit autem in tertia hujusce operis parte, quo pacto proprietates omnes ſenſibiles corporum generales, immo etiam ipſorum præcipua diſcrimina, cum punctis hiſce indiviſibilibus conveniant, & quidem multo ſane melius, quam in communi ſententia de continua extenſione materiæ. Quamobrem errabit contra rectæ ratiocinationis uſum, qui ex præjudicio ab hujuſce conciliationis, & alterius hujuſce ſenſationum noſtrarum cauſæ ignoratione inducto, continuam extenſionem ut proprietatem neceſſariam corporum omnino credat, & multo magis, qui cenſeat, materialis ſubſtantiæ ideam in ea ipſa continua extenſione debere conſiſtere.

Eorum correctio, ubi deprehendatur, rem alio etiam modo cum ſenſuum apparentia conciliari poſſe.

161. Verum quo magis evidenter conſtet horum præjudiciorum origo, afferam hic diſſertationis *De Materiæ Diviſibilitate*,

Ordo idearum, quas hauſimus circa corpus:

primas habitas eſſe per tactum.

te, *&* *Principiis Corporum*, numeros tres incipiendo a 14, ubi ſic: „ utcunque demus, quod ego omnino non cenſeo, aliquas „ eſſe innatas ideas, & non per ſenſus acquiſitas; illud procul „ dubio arbitror omnino certum, ideam corporis, materiæ, „ rei corporeæ, rei materialis, nos hauſiſſe ex ſenſibus. Por- „ ro ideæ primæ omnium, quas circa corpora acquiſivimus „ per ſenſus, fuerunt omnino eæ, quas in nobis tactus excita- „ vit, & eaſdem omnium frequentiſſimas hauſimus. Multa „ profecto in ipſo materno utero ſe tactui perpetuo offerebant, „ antequam ullam fortaſſe ſaporum, aut odorum, aut ſono- „ rum, aut colorum ideam habere poſſemus per alios ſenſus, „ quarum ipſarum, ubi eas primum habere cœpimus, multo „ minor ſub initium frequentia fuit. Ideæ autem, quas per „ tactum habuimus, ortæ ſunt ex phænomenis hujuſmodi. „ Experiebamur palpando, vel temere impingendo reſiſtentiam „ vel a noſtris, vel a maternis membris ortam, quæ cum „ nullam interruptionem per aliquod ſenſibile intervallum ſen- „ ſui objiceret, obtulit nobis ideam impenetrabilitatis, & ex- „ tenſionis continuæ: cumque deinde ceſſaret in eadem dire- „ ctione alicubi reſiſtentia, & ſecundum aliam directionem ex- „ erceretur; terminos ejuſdem quantitatis concepimus, & fi- „ guræ ideam hauſimus.

Quæ fuerint tum conſideranda: infantia ad eas reflexiones inepta: in quo ea ſita ſit.

162. „ Porro oriebantur hæc phænomena a corporibus e „ materia jam efformatis, non a ſingulis materiæ particulis, e „ quibus ipſa corpora componebantur. Conſiderandum dili- „ genter erat, num extenſio ejuſmodi eſſet ipſius corporis, „ non ſpatii cujuſdam, per quod particulæ corpus efforman- „ tes diffunderentur: num eæ particulæ ipſæ iiſdem proprie- „ tatibus eſſent præditæ: num reſiſtentia exerceretur in ipſo „ contactu, an in minimis diſtantiis ſub ſenſus non cadenti- „ bus vis aliqua impedimento eſſet, quæ id ageret, & reſi- „ ſtentia ante ipſum etiam contactum ſentiretur: num ejuſ- „ modi proprietates eſſent intrinſecæ ipſi materiæ, ex qua „ corpora componuntur, & neceſſariæ; an caſu tantum ali- „ quo haberentur, & ab extrinſeco aliquo determinante. Hæc, „ & alia ſane multa conſiderare diligentius oportuiſſet: ſed „ erat id quidem tempus maxime caliginoſum, & obſcurum, ac „ reflexionibus minus obviis minime aptum. Præter organo- „ rum debilitatem, occupabat animum rerum novitas, phæ- „ nomenorum paucitas, & nullus, aut certe ſatis tenuis uſus „ in phænomenis ipſis inter ſe comparandis, & ad certas claſ- „ ſes revocandis, ex quibus in eorum leges, & cauſas li- „ ceret inquirere, & ſyſtema quoddam efformare, quo de „ rebus extra nos poſitis poſſemus ferre judicium. Nam in „ hac ipſa phænomenorum inopia, in hac efformandi ſyſte- „ matis difficultate, in hoc exiguo reflexionum uſu, magis „ etiam, quam in organorum imbecillitate, arbitror, ſitam „ eſſe infantiam.

163. „ In

Digitized by Google

Præjudicia inde orta extenſionis continuæ ut eſſentialis, odorum &c., ut accidentalium.

163. ,, In hac tanta rerum caligine ea prima ſeſe obtule-
,, runt animo, quæ minus alta indagine, minus intentis refle-
,, xionibus indigebant, eaque ipſa ideis toties repetitis altius
,, impreſſa ſunt, & tenacius adhæſerunt, & quandam veluti
,, campum nacta prorſus vacuum, & adhuc immunem, ſuo
,, quodammodo jure quandam veluti poſſeſſionem inierunt.
,, Intervalla, quæ ſub ſenſum nequaquam cadebant, pro nul-
,, lis habita: ea, quorum ideæ ſemper ſimul conjunctæ exci-
,, tabantur, habita ſunt pro iiſdem, vel arctiſſimo, & neceſſa-
,, rio nexu inter ſe conjunctis. Hinc illud effectum eſt, ut
,, ideam extenſionis continuæ, ideam impenetrabilitatis prohi-
,, bentis ulteriorem motum in ipſo tantum contactu corpo-
,, ribus affinxerimus, & ad omnia, quæ ad corpus pertinent,
,, ac ad materiam, ex qua ipſum conſtat, temere tranſtule-
,, rimus: quæ ipſa cum primum inſediſſent animo, cum fre-
,, quentiſſimis, immo perpetuis phænomenis, & experimen-
,, tis confirmarentur; ita tenaciter ſibi invicem adhæſerunt,
,, ita firmiter ideæ corporum immixta ſunt, & cum ea
,, copulata; ut ea ipſa pro primis corporibus, & omnium
,, corporearum rerum, nimirum etiam materiæ corpora com-
,, ponentis, ejuſque partium proprietatibus maxime intrinſecis,
,, & ad naturam, atque eſſentiam earundem pertinentibus,
,, & tum habuerimus, & nunc etiam habeamus, niſi nos
,, præjudiciis ejuſmodi liberemus. Extenſionem nimirum
,, continuam, impenetrabilitatem ex contactu, compoſitio-
,, nem ex partibus, & figuram, non ſolum naturæ corpo-
,, rum, ſed etiam corporeæ materiæ, & ſingulis ejuſdem
,, partibus, tribuimus tanquam proprietates eſſentiales: cæ-
,, tera, quæ ſerius, & poſt aliquem reflectendi uſum depre-
,, hendimus, colorem, ſaporem, odorem, ſonum, tanquam
,, accidentales quaſdam, & adventitias proprietates conſidera-
,, vimus.

Binæ propoſitiones diſſertationis totam Theoriam continentis.

164. Ita ego ibi, ubi Theoriam virium deinde refero, quam ſupra hic expoſui, ac ad præcipuas corporum proprietates applico, quas ex illa deduco, quod hic præſtabo in parte tertia. Ibi autem ea adduxeram ad probandam primam e ſequentibus propoſitionibus, quibus probatis & evincitur Theoria mea, & vindicatur: ſunt autem hujuſmodi: 1. *Nullo prorſus argumento evincitur materiam habere extenſionem continuam, & non potius conſtare e punctis prorſus indiviſibilibus a ſe per aliquod intervallum diſtantibus; nec ulla ratio ſecluſis præjudiciis ſuadet extenſionem ipſam continuam potius, quam compoſitionem e punctis prorſus indiviſibilibus, inextenſis, & nullum continuum extenſum conſtituentibus.* 2. *Sunt argumenta, & ſatis valida illa quidem, quæ hanc compoſitionem e punctis indiviſibilibus evincant extenſioni ipſi continuæ præferri oportere.*

Quo pacto congeries punctorum coaleſ-

165. At quodnam extenſionis genus erit iſtud, quod e punctis inextenſis, & ſpatio imaginario, ſive puro nihilo con-

ſcant in maſſas tenaces: tranſitus ad partem ſecundam.

conſtat? Quo pacto Geometria locum habere poterit, ubi nihil habetur reale continuo extenſum? An non punctorum ejuſmodi in vacuo innatantium congeries erit, ut quædam nebula unico oris flatu diſſolubilis prorſus ſine ulla conſiſtenti figura, ſoliditate, reſiſtentia? Hæc quidem pertinent ad illud extenſionis, & cohæſionis genus, de quo agam in tertia parte, in qua Theoriam applicabo ad Phyſicam, ubi iſtis ipſis difficultatibus faciam ſatis. Interea hic illud tantummodo innuo in anteceſſum, me cohæſionem deſumere a limitibus illis, in quibus curva virium ita ſecat axem, ut a repulſione in minoribus diſtantiis tranſitus fiat ad attractionem in majoribus. Si enim duo puncta ſint in diſtantia alicujus limitis ejus generis, & vires, quæ immutatis diſtantiis oriuntur, ſint ſatis magnæ, curva ſecante axem ad angulum fere rectum, & longiſſime abeunte ab ipſo; ejuſmodi diſtantiam ea puncta tuebuntur vi maxima ita, ut etiam inſenſibiliter compreſſa reſiſtant ulteriori compreſſioni, ac diſtracta reſiſtant ulteriori diſtractioni; quo pacto ſi multa etiam puncta cohæreant inter ſe, tuebuntur utique poſitionem ſuam, & maſſam conſtituent formæ tenaciſſimam, ac eadem prorſus phænomena exhibentem, quæ exhiberent ſolidæ maſſulæ in communi ſententia. Sed de hac re uberius, uti monui, in parte tertia; nunc autem ad ſecundam faciendus eſt gradus.

PARS

Digitized by Google

PARS II.

Theoriæ applicatio ad Mechanicam.

Ante applicationem ad Mechanicam conſideratio curvæ.

166. Conſiderabo in hac ſecunda parte potiſſimum generales quaſdam leges æquilibrii, & motus tam punctorum, quam maſſarum, quæ ad Mechanicam utique pertinent, & ad plurima ex iis, quæ in elementis Mechanicæ paſſim traduntur, ex unico principio, & adhibito conſtanti ubique agendi modo, demonſtranda viam ſternunt proniſſimam. Sed prius præmittam nonnulla, quæ pertinent ad ipſam virium curvam, a qua utique motuum phænomena pendent omnia.

Quid in ea conſiderandum.

167. In ea curva conſideranda ſunt potiſſimum tria, arcus curvæ, area comprehenſa inter axem, & arcum, quam generat ordinata continuo fluxu, ac puncta illa, in quibus curva ſecat axem.

Diverſa arcuum genera: arcus aſymptotici etiam numero infiniti.

168. Quod ad arcus pertinet, alii dici poſſunt repulſivi, & alii attractivi, prout nimirum jacent ad partes cruris aſymptotici ED, vel ad contrarias, ac terminant ordinatas exhibentes vires repulſivas, vel attractivas. Primus arcus ED debet omnino eſſe aſymptoticus ex parte repulſiva, & in infinitum productus: ultimus TV, ſi gravitas cum lege virium reciproca duplicata diſtantiarum protenditur in infinitum, debet itidem eſſe aſymptoticus ex parte attractiva, & itidem natura ſua in infinitum productus. Reliquos figura 1 exprimit omnes finitos. Verum curva Geometrica etiam ejus naturæ, quam expoſuimus, poſſet habere alia itidem aſymptotica crura, quot libuerit, ut ſi ordinata *mn* in H abeat in infinitum. Sunt nimirum curvæ continuæ, & uniformis naturæ, quæ aſymptotos habent plurimas, & habere poſſunt etiam numero infinitas. (i) Fig. 1.

169.

(i) *Sit ex. gr. in fig. 12. cyclois continua* CDEFGH *&c, quam generet punctum peripheriæ circuli continuo revoluti ſupra rectam* AB, *quæ natura ſua protenditur utrinque in infinitum, adeoque in infinitis punctis* C, E, G, I *&c occurrit baſi* AB. *Si ubicunque ducatur quævis ordinata* PQ, *producaturque in* R *ita, ut ſit* PR *tertia poſt* PQ, *& datam quampiam rectam; punctum* R *erit ad curvam continuam conſtantem totidem ramis* MNO, VXY *&c, quot erunt arcus Cycloidales* CDE, EFG *&c, quorum ramorum ſinguli habebunt bina crura aſymptotica, cum ordinata* PQ *in acceſſu ad omnia puncta,* C, E, G *&c decreſcat ultra quoſcunque limites, adeoque ordinata* PR *creſcat ultra limites quoſcunque. Erunt hic quidem omnes aſymptoti* CK, EL, GS *&c parallelæ inter ſe, & perpendiculares baſi* AB, *quod in aliis curvis non eſt neceſſarium, cum etiam divergentes utcunque poſſint eſſe. Erunt autem & totidem numero, quot puncta illa* C, E, G *&c, nimirum infinita. Eodem autem pacto curvarum* Fig. 12.

Digitized by Google

Arcus intermedii.

169. Arcus intermedii, qui ſe contorquent circa axem, poſſunt etiam alicubi, ubi ad ipſum devenerint, retro redire, tangendo ipſum, atque id ex utralibet parte, & poſſent itidem ante ipſum contactum inflecti, & redire retro, mutando acceſſum in receſſum, ut in fig. 1. videre eſt in arcu P*efq*R.

Arcus poſtremus gravitatis fortaſſe non aſymptoticus.

170. Si gravitas generalis legem vis proportionalis inverſe quadrato diſtantiæ, quam non accurate ſervat, ſed quamproxime, uti diximus in priore parte, retinet ad ſenſum non mutatam ſolum per totum planetarium, & cometarium ſyſtema, fieri utique poterit, ut curva virium non habeat illud poſtremum crus aſymptoticum TV, habens pro aſymptoto ipſam rectam AC, ſed iterum ſecet axem, & ſe contorqueat circa ipſum. Tum vero inter alios caſus innumeros, qui haberi poſſent, unum cenſeo ſpeciminis gratia hic non omittendum; incredibile enim eſt, quam ferax caſuum, quorum ſinguli ſunt notatu digniſſimi, unica etiam hujuſmodi curva eſſe poſſit.

Series curvarum ſimilium, cum ſerie Mundorum magni.

171. Si in fig. 14. in axe C'C ſint ſegmenta AA', A'A'' numero quocunque, quorum poſteriora ſint in immenſum majora reſpectu præcedentium, & per ſingula tranſeant aſymptoti AB,

---

quarumlibet ſinguli occurſus cum axe in curvis per eas hac eadem lege genitis bina crura aſymptotica generant, cruribus ipſis jacentibus, vel, ut bis, ad eandem axis partem, ubi curva genitrix ab eo regreditur retro poſt appulſum, vel etiam ad partes oppoſitas, ubi curva genitrix ipſum ſecet, ac tranſiliat: cumque poſſit eadem curva altiorum generum ſecari in punctis plurimis a recta, vel contingi; poterunt utique haberi & rami aſymptotici in curva eadem continua, quo libuerit dato numero.

Nam ex ipſa Geometrica continuitate, quam perſecutus ſum in diſſertatione De Lege Continuitatis, & in diſſertatione De Transformatione Locorum Geometricorum adjecta Sectionibus Conicis, exhibui neceſſitatem generalem ſecundi illius cruris aſymptotici redeuntis ex infinito. Quotieſcunque enim curva aliqua ſaltem algebraica habet aſymptoticum crus aliquod, debet neceſſario habere & alterum ipſi reſpondens, & habens pro aſymptoto eandem rectam: ſed id habere poteſt vel ex eadem parte, vel ex oppoſita; & crus ipſum jacere poteſt vel ad eaſdem plagas partis utriuſlibet cum priore crure, vel ad oppoſitas, adeoque cruris redeuntis ex infinito poſitiones quatuor eſſe poſſunt. Si in fig. 13 crus ED *abeat in infinitum, exiſtente aſymptoto* ACA', *poteſt regredi ex parte* A *vel ut* HI, *quod crus jacet ad eandem plagam, vel ut* KL, *quod jacet ad oppoſitam: & ex parte* A', *vel ut* MN, *ex eadem plaga, vel ut* OP, *ex oppoſita. In poſteriore ex iis duabus diſſertationibus profero exempla omnium ejuſmodi regreſſuum; ac ſecundi, & quarti caſus exempla exhibet etiam ſuperior geneſis, ſi curva generans contingat axem, vel ſecet, ulterius progreſſa reſpectu ipſius. Inde autem fit, ut crura aſymptotica rectilineam habentia aſymptotum eſſe non poſſint, niſi numero pari, ut & radices imaginariæ in æquationibus algebraicis.*

Verum hic in curva virium, in qua arcus ſemper debet progredi, ut ſingulis diſtantiis, ſive abſciſſis, ſingulæ vires, ſive ordinatæ reſpondeant, caſus primus, & tertius haberi non poſſunt. Nam ordinata RQ *cruris* DE *occurreret alicubi in* S, S' *cruribus etiam* HI, MN; *adeoque relinquentur ſoli quartus, & ſecundus, quorum uſus erit infra.*

ti AB, A'B', A''B'' perpendiculares axi; poſſent inter binas quaſque aſymptotos eſſe curvæ ejus formæ, quam in fig. 1 habuimus, & quæ exhibetur hic in DEFI &c, D'E'F'I' &c, in quibus primum crus ED eſſet aſymptoticum repulſivum, poſtremum SV attractivum, in ſingulis vero intervallum EN, quo arcus curvæ contorquetur, ſit perquam exiguum reſpectu intervalli circa S, ubi arcus diutiſſime perſtet proximus hyperbolæ habenti ordinatas in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, tum vero vel immediate abiret in arcum aſymptoticum attractivum, vel iterum contorqueretur utcunque uſque ad ejuſmodi aſymptoticum attractivum arcum, habente utroque aſymptotico arcu aream infinitam; in eo caſu collocato quocunque punctorum numero inter binas quaſcunque aſymptotos, vel inter binaria quotlibet, & rite ordinato, poſſet exurgere quivis, ut ita dicam, Mundorum numerus, quorum ſinguli eſſent inter ſe ſimillimi, vel diſſimillimi, prout arcus EF &c N, E'F' &c N' eſſent inter ſe ſimiles, vel diſſimiles, atque id ita, ut quivis ex iis nullum haberet commercium cum quovis alio; cum nimirum nullum punctum poſſet egredi ex ſpatio incluſo iis binis arcubus, hinc repulſivo, & inde attractivo; & ut omnes Mundi minorum dimenſionum ſimul ſumpti vices agerent unius puncti reſpectu proxime majoris, qui conſtaret ex ejuſmodi maſſulis reſpectu ſui tanquam punctualibus, dimenſione nimirum omni ſingulorum, reſpectu ipſius, & reſpectu diſtantiarum, ad quas in illo devenire poſſint, fere nulla; unde & illud conſequi poſſet, ut quivis ex ejuſmodi tanquam Mundis nihil ad ſenſum perturbaretur a motibus, & viribus Mundi illius majoris, ſed dato quovis utcunque magno tempore totus Mundus inferior vires ſentiret a quovis puncto materiæ extra ipſum poſito accedentes, quantum libuerit, ad æquales, & parallelas, quæ idirco nihil turbarent reſpectivum ipſius ſtatum internum. *tudine proportionalium.* Fig. 14.

172. Sed ea jam pertinent ad applicationem ad Phyſicam, quæ quidem hic innui tantummodo, ut pateret, quam multa notatu digniſſima conſiderari ibi poſſent, & quanta ſit hujuſce campi fœcunditas, in quo combinationes poſſibiles, & poſſibiles formæ ſunt ſane infinities infinitæ, quarum, quæ ab humana mente perſpici utcunque poſſunt, ita ſunt paucæ reſpectu totius, ut haberi poſſint pro mero nihilo, quas tamen omnes unico intuitu præſentes vidit, qui Mundum condidit, DEUS. Nos in iis, quæ conſequentur, ſimpliciora tantummodo quædam plerumque conſectabimur, quæ nos ducant ad phænomena iis conformia, quæ in Natura nobis pervia intuemur, & interea progrediemur ad areas arcubus reſpondentes. *Omiſſis ſublimioribus, progreſſus ad areas.*

173. Aream curvæ propoſitæ cuicunque, utcunque exiguo, axis ſegmento reſpondentem poſſe eſſe utcunque magnam, & aream reſpondentem cuicunque, utcunque magno, *Cuicunque axis ſegmento poſſe aream reſpondere utcun.*

poſſe

que magnam vel parvam: partis ſecundæ demonſtratio. poſſe eſſe utcunque parvam, facile patet. Sit in fig. 15. MQ ſegmentum axis utcunque parvum, vel magnum; ac detur area utcunque magna, vel parva. Ea applicata ad MQ exhibebit
Fig. 15. quandam altitudinem MN ita, ut, ducta NR parallela MQ, ſit MNRQ æqualis areæ datæ, adeoque aſſumpta QS dupla QR, area trianguli MSQ erit itidem æqualis areæ datæ. Jam vero pro ſecundo caſu ſatis patet, poſſe curvam tranſire infra rectam NR, uti tranſit XZ, cujus area idcirco eſſet minor, quam area MNRQ; nam eſſet ejus pars. Quin immo licet ordinata QV ſit utcunque magna; facile patet, poſſe arcum M*a*V ita accedere ad rectas MQ, QV; ut area incluſa iis rectis, & ipſa curva, minuatur infra quoſcunque determinatos limites. Poteſt enim jacere totus arcus intra duo triangula Q*a*M, Q*a*V, quorum altitudines cum minui poſſint, quantum libuerit, ſtantibus baſibus MQ, QV, poteſt utique area ultra quoſcunque limites imminui. Poſſet autem ea area eſſe minor quacunque data; etiamſi QV eſſet aſymptotus, qua de re paullo inferius.

Demonſtratio primæ. 174. Pro primo autem caſu vel curva ſecet axem extra MQ, ut in T, vel in altero extremo, ut in M; fieri poterit, ut ejus arcus TV, vel MV tranſeat per aliquod punctum V jacens ultra S, vel etiam per ipſum S ita, ut curvatura illum ferat, quemadmodum figura exhibet, extra triangulum MSQ, quo caſu patet, aream curvæ reſpondentem intervallo MQ fore majorem, quam ſit area trianguli MSQ, adeoque quam ſit area data; erit enim ejus trianguli area pars areæ pertinentis ad curvam. Quod ſi curva etiam ſecaret alicubi axem, ut in H inter M, & Q, tum vero fieri poſſet, ut area reſpondens alteri e ſegmentis MH, QH eſſet major, quam area data ſimul, & area alia aſſumpta, qua area aſſumpta eſſet minor area reſpondens ſegmento alteri, adeoque exceſſus prioris ſupra poſteriorem remaneret major, quam area data.

Aream aſymptoticam poſſe eſſe infinitam, vel finitam magnitudinis cujuſcunque. Fig. 1. 175. Area aſymptotica clauſa inter aſymptotum, & ordinatam quamvis, ut in fig. 1 BA*ag*, poteſt eſſe vel infinita, vel finita magnitudinis cujuſvis ingentis, vel exiguæ. Id quidem etiam geometrice demonſtrari poteſt, ſed multo facilius demonſtratur calculo integrali admodum elementari; & in Geometriæ ſublimioris elementis habentur theoremata, ex quibus id admodum facile deducitur (l). Generaliter nimirum

---

(l) *Sit* A*a in Fig.* 1 $= x$, *ag* $= y$; *at ſit* $x^{m} y^{n} = 1$; *erit* $y = x^{-\frac{m}{n}}$, $y\,dx$ *elementum areæ* $= x^{-\frac{m}{n}} dx$, *cujus integrale* $\frac{n}{n-m} x^{\frac{n-m}{n}} + A$,

rum area ejuſmodi eſt infinita; ſi ordinata creſcit in ratione reciproca abſciſſarum ſimplici, aut majore: & eſt finita; ſi creſcit in ratione multiplicata minus, quam per unitatem.

176. Hoc, quod de areis dictum eſt, neceſſarium fuit ad applicationem ad Mechanicam, ut nimirum habeatur ſcala quædam velocitatum, quæ in acceſſu puncti cujuſvis ad aliud punctum, vel receſſu generantur, vel eliduntur; prout ejus motus conſpiret cum directione vis, vel ſit ipſi contrarius. Nam, quod innuimus & ſupra in adnot. (f) ad num. 118., ubi vires exprimuntur per ordinatas, & ſpatia per abſciſſas, area, quam texit ordinata, exprimit incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis, quod itidem ope Geometriæ demonſtratur facile, & demonſtravi tam in diſſertatione *De Viribus Vivis*, quam in Stayanis Supplementis; ſed multo facilius res conficitur ope calculi integralis. (m)

Areas exprimere incrementa, vel decrementa quadrati velocitatis.

177. Duo tamen hic tantummodo notanda ſunt; primo quidem illud: ſi duo puncta ad ſe invicem accedant, vel a ſe invicem recedant in ea recta, quæ ipſa conjungit, ſegmenta illius

L axis,

Atque id ipſum, licet ſegmenta axis ſint dimidia ſpatio-

---

addita conſtanti A, *ſive ob* $x^{-\frac{m}{n}} = y$, *habebitur* $\frac{n}{n-m} xy + A$. *Quoniam incipit area in* A, *in origine abſciſſarum; ſi* $n - m$ *fuerit numerus poſitivus, adeoque n major, quam m; area erit finita, ac valor* $A = 0$; *area vero erit ad rectangulum* $Aa \times ag$, *ut n ad* $n - m$, *quod rectangulum, cum ag poſſit eſſe magna, & parva, ut libuerit, poteſt eſſe magnitudinis cujuſvis. Is valor fit infinitus, ſi facto* $m = n$, *diviſor evadat* $= 0$; *adeoque multo magis fit infinitus valor areæ, ſi m ſit major, quam n. Unde conſtat, aream fore infinitam, quotieſcunque ordinatæ creſcent in ratione reciproca ſimplici, & majore; ſecus fore finitam.*

(m) *Sit u vis, c celeritas, t tempus, s ſpatium: erit* $udt = dc$, *cum celeritatis incrementum ſit proportionale vi, & tempuſculo; ac erit* $cdt = ds$, *cum ſpatiolum confectum reſpondeat velocitati, & tempuſculo. Hinc eruitur* $dt = \frac{dc}{u}$, *& pariter* $dt = \frac{ds}{c}$, *adeoque* $\frac{dc}{u} = \frac{ds}{c}$, *&* $cdc = uds$. *Porro* $2cdc$ *eſt incrementum quadrati velocitatis cc, & uds in hypotheſi, quod ordinata ſit u, & ſpatium s ſit abſciſſa, eſt areola reſpondens ſpatiolo ds confecto. Igitur incrementum quadrati velocitatis conſpirante vi, adeoque decrementum vi contraria, reſpondet areæ reſpondenti ſpatiolo percurſo quovis infiniteſimo tempuſculo; & proinde tempore etiam quovis finito incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis reſpondet areæ pertinenti ad partem axis referentem ſpatium percurſum.*

Hinc autem illud ſponte conſequitur: ſi per aliquod ſpatium vires in ſingulis punctis eædem permaneant, mobile autem adveniat cum velocitate quavis ad ejus initium; differentiam quadrati velocitatis finalis a quadrato velocitatis initialis fore ſemper eandem, quæ idcirco erit tota velocitas finalis in caſu, in quo mobile initio illius ſpatii haberet velocitatem nullam. Quare, quod nobis erit inferius uſui, quadratum velocitatis finalis, conſpirante vi cum directione motus, æquabitur binis quadratis binarum velocitatum, ejus, quam habuit initio, & ejus, quam acquiſiviſſet in fine, ſi initio ingreſſum fuiſſet ſine ulla velocitate.

Digitized by Google

rum percurſorum a ſingulis punctis.

axis, qui exprimit diſtantias, non expriment ſpatium confectum; nam moveri debebit punctum utrumque: adhuc tamen illa ſegmenta erunt proportionalia ipſi ſpatio confecto, eorum nimirum dimidio; quod quidem ſatis eſt ad hoc, ut illæ areæ adhuc ſint proportionales incrementis, vel decrementis quadrati velocitatum, adeoque ipſa exprimant.

Si areæ ſint partim attractivæ, partim repulſivæ, aſſumendam eſſe differentiam earundem.

178. Secundo loco notandum illud, ubi areæ reſpondentes dato cuipiam ſpatio ſint partim attractivæ, partim repulſivæ, earum differentiam, quæ oritur ſubtrahendo ſummam omnium repulſivarum a ſumma attractivarum, vel vice verſa, exhibituram incrementum illud, vel decrementum quadrati velocitatis; prout directio motus reſpectivi conſpiret cum vi, vel oppoſitam habeat directionem. Quamobrem ſi interea, dum per aliquod majus intervallum a ſe invicem receſſerunt puncta, habuerint vires directionis utriuſque; ut innoteſcat, an celeritas creverit, an decreverit, & quantum; erit inveſtigandum, an areæ omnes attractivæ ſimul, omnes repulſivas ſimul ſuperent, an deficiant, & quantum; inde enim, & a velocitate, quæ habebatur initio, erui poterit, quod quæritur.

Appulſus ad axem curvæ ſecantis, vel tangentis: ſectionum, ſeu limitum duo genera.

179. Hæc quidem de arcubus, & areis; nunc aliquanto diligentius conſiderabimus illa axis puncta, ad quæ curva appellit. Ea puncta vel ſunt ejuſmodi, ut in iis curva axem ſecet, cujuſmodi in fig. 1 ſunt E, G, I &c, vel ejuſmodi, ut in iis ipſa curva axem contingat tantummodo. Primi generis puncta ſunt ea, in quibus fit tranſitus a repulſionibus ad attractiones,

Fig. 1.

vel vice verſa, & hæc ego appello limites, quod nimirum ſint limites inter eas oppoſitarum directionum vires. Sunt autem hi limites duplicis generis: in aliis, aucta diſtantia, tranſitur a repulſione ad attractionem: in aliis contra ab attractione ad repulſionem. Prioris generis ſunt E, I, N, R; poſterioris G, L, P: & quoniam, poſteaquam ex parte repulſiva in una ſectione curva tranſiit ad partem attractivam; in proxime ſequenti ſectione debet neceſſario ex parte attractiva tranſire ad repulſivam, ac vice verſa; patet, limites fore alternatim prioris illius, & hujus poſterioris generis.

In quo conveniant inter ſe, in quo differant: limites cohæſionis, & non cohæſionis.

180. Porro limites prioris generis, a limitibus poſterioris ingens habent inter ſe diſcrimen. Habent illi quidem hoc commune, ut duo puncta collocata in diſtantia unius limitis cujuſcunque nullam habeant mutuam vim, adeoque ſi reſpective quieſcebant, pergant itidem reſpective quieſcere. At ſi ab illa reſpectiva quiete dimoveantur; tum vero in limite primi generis ulteriori dimotioni reſiſtent, & conabuntur priorem diſtantiam recuperare, ac ſibi relicta ad illam ibunt; in limite vero ſecundi generis, utcunque parum dimota, ſponte magis fugient, ac a priore diſtantia ſtatim recedent adhuc magis. Nam ſi diſtantia minuatur; habebunt in limite prioris generis vim repulſivam, quæ obſtabit ulteriori acceſſui, & urgebit puncta ad mutuum receſſum, quem ſibi relicta acquirent,

adeo-

adeoque tendent ad illam priorem diſtantiam : at in limite ſecundi generis habebunt attractionem, qua adhuc magis ad ſe accedent, adeoque ab illa priore diſtantia, quæ erat major, adhuc magis ſponte fugient. Pariter ſi diſtantia augeatur, in primo limitum genere a vi attractiva, quæ habetur ſtatim in diſtantia majore; habebitur reſiſtentia ad ulteriorem receſſum, & conatus ad minuendam diſtantiam, ad quam recuperandam ſibi relicta tendent per acceſſum; at in limitibus ſecundi generis orietur repulſio, qua ſponte ſe magis adhuc fugient, adeoque a minore illa priore diſtantia ſponte magis recedent. Hinc illos prioris generis limites, qui mutuæ poſitionis tenaces ſunt, ego quidem appellavi *limites cohæſionis*, & ſecundi generis limites appellavi *limites non cohæſionis*.

Duo genera contactuum.

181. Illa puncta, in quibus curva axem tangit, ſunt quidem terminus quidam virium, quæ ex utraque parte, dum ad ea acceditur, decreſcunt ultra quoſcunque limites, ac demum ibidem evaneſcunt; ſed in iis non tranſitur ab una virium directione ad aliam. Si contactus fiat ab arcu repulſivo; repulſiones evaneſcunt, ſed poſt contactum remanent itidem repulſiones; ac ſi fiat ab arcu attractivo, attractionibus evaneſcentibus attractiones iterum immediate ſuccedunt. Duo puncta collocata in ejuſmodi diſtantia reſpective quieſcunt; ſed in primo caſu reſiſtunt ſoli compreſſioni, non etiam diſtractioni, & in ſecundo reſiſtunt huic ſoli, non illi.

Limites cohæſionis validi, vel languidi pro forma curvæ prope ſectionem.

182. Limites cohæſionis poſſunt eſſe validiſſimi, & languidiſſimi. Si curva ibi quaſi ad perpendiculum ſecat axem, & ab eo longiſſime recedit; ſunt validiſſimi: ſi autem ipſum ſecet in angulo perquam exiguo, & parum ab ipſo recedat; erunt languidiſſimi. Primum genus limitum cohæſionis exhibet in fig. 1 arcus $t\,N\,y$, ſecundum $c\,N\,x$. In illo aſſumptis in axe $N\,z$, $N\,u$ utcunque exiguis, poſſunt vires $z\,t$, $u\,y$, & areæ $N\,z\,t$, $N\,u\,y$ eſſe utcunque magnæ, adeoque, mutatis utcunque parum diſtantiis, poſſunt haberi vires ab ordinatis expreſſæ utcunque magnæ, quæ vi comprimenti, vel diſtrahenti, quantum libuerit, valide reſiſtant, vel areæ utcunque magnæ, quæ velocitates quantumlibet magnas reſpectivas elidant, adeoque ſenſibilis mutatio poſitionis mutuæ impediri poteſt contra utcunque magnam vel vim prementem, vel celeritatem ab aliorum punctorum actionibus impreſſam. In hoc ſecundo genere limitum cohæſionis, aſſumptis etiam majoribus ſegmentis $N\,z$, $N\,u$, poſſunt & vires $z\,c$, $u\,x$, & areæ $N\,z\,c$, $N\,u\,x$, eſſe quantum libuerit exiguæ, & idcirco exigua itidem, quantum libuerit, reſiſtentia, quæ mutationem vetet.

Poſſe limites eſſe quotcunque numero, utcunque proximos, vel remotos invicem,

183. Poſſunt autem hi limites eſſe quocunque, utcunque magno numero; cum demonſtratum ſit, poſſe curvam in quotcunque, & quibuſcunque punctis axem ſecare. Poſſunt idcirco etiam eſſe utcunque inter ſe proximi, vel remoti, ut

& reſpectu originis abſciſſarum, poſitos ordine quocunque.

alicubi intervallum inter duos proximos limites ſit etiam in quacunque ratione majus, quam ſit diſtantia præcedentis ab origine abſciſſarum A, alibi in intervallo vel exiguo, vel ingenti ſint quamplurimi inter ſe ita proximi, ut a ſe invicem diſtent minus, quam pro quovis aſſumpto, aut dato intervallo. Id evidenter fluit ex eo ipſo, quod poſſint ſectiones curvæ cum axe haberi quotcunque, & ubicunque. Sed ex eo, quod arcus curvæ ubicunque poſſint habere poſitiones quaſcunque, cum ad datas curvas accedere poſſint, quantum libuerit, ſequitur, quod limites ipſi cohæſionis poſſint alii aliis eſſe utcunque validiores, vel languidiores, atque id quocunque ordine, vel ſine ordine ullo; ut nimirum etiam ſint in minoribus diſtantiis alicubi limites validiſſimi, tum in majoribus languidiores, deinde itidem in majoribus multo validiores, & ita porro; cum nimirum nullus ſit nexus neceſſarius inter diſtantiam limitis ab origine abſciſſarum, & ejus validitatem pendentem ab inclinatione, & receſſu arcus ſecantis reſpectu axis, quod probe notandum eſt, futurum nimirum uſui ad oſtendendum, tenacitatem, ſive cohæſionem, a denſitate non pendere.

Quæ poſitio rectæ tangentis curvam in limite rariſſima, quæ frequentiſſima. Arcus exigui hinc & inde æquales, & ſimiles.

184. In utroque limitum genere fieri poteſt, ut curva in ipſo occurſu cum axe pro tangente habeat axem ipſum, ut habeat ordinatam, ut aliam rectam aliquam inclinatam. In primo caſu maxime ad axem accedit, & initio ſaltem languidiſſimus eſt limes; in ſecundo maxime recedit, & initio ſaltem eſt validiſſimus; ſed hi caſus debent eſſe rariſſimi, ſi uſpiam ſunt: nam cum ibi debeat & axem ſecare curva, & progredi, adeoque ſecari in puncto eodem ab ordinata producta, debebit habere flexum contrarium, ſive mutare directionem flexus, quod utique ſit, ubi curva & rectam tangit ſimul, & ſecat. Rariſſimos tamen debere eſſe ibi hos flexus, vel potius nullos, conſtat ex eo, quod flexus contrarii puncta in quovis finito arcu datæ curvæ cujuſvis numero finito eſſe debent, ut in Theoria curvarum demonſtrari poteſt, & alia puncta ſunt infinita numero, adeoque illa cadere in interſectiones eſt infinities improbabilius. Poſſunt tamen ſæpe cadere prope limites: nam in ſingulis contorſionibus curvæ ſaltem ſinguli flexus contrarii eſſe debent. Porro quamcunque directionem habuerit tangens, ſi accipiatur exiguus arcus hinc, & inde a limite, vel maxime accedet ad rectam, vel habebit curvaturam ad ſenſum æqualem, & ad ſenſum æquali lege progredientem utrinque, adeoque vires in æquali diſtantia exigua a limite erunt ad ſenſum hinc, & inde æquales; ſed diſtantiis auctis poterunt & diu æqualitatem retinere, & cito etiam ab ea recedere.

Tranſitus per infinitum cru-

185. Hi quidem ſunt limites per interſectionem curvæ cum axe, viribus evaneſcentibus in ipſo limite. At poſſunt eſſe

eſſe alii limites, ac tranſitus ab una directione virium ad aliam non per evaneſcentiam, ſed per vires auctas in infinitum, nimirum per aſymptoticos curvæ arcus. Diximus ſupra num. 168. adnot. (i), quando crus aſymptoticum abit in infinitum, debere ex infinito regredi crus aliud habens pro aſymptoto eandem rectam, & poſſe regredi cum quatuor diverſis poſitionibus pendentibus a binis partibus ipſius rectæ, & binis plagis pro ſingulis rectæ partibus; ſed cum noſtra curva debeat ſemper progredi, diximus, relinqui pro ea binas ex ejuſmodi quatuor poſitionibus pro quovis crure abeunte in infinitum, in quibus nimirum regreſſus fiat ex plaga oppoſita. Quoniam vero, progrediente curva, abire poteſt in infinitum tam crus repulſivum, quam crus attractivum; jam iterum fiunt caſus quatuor poſſibiles, quos exprimunt figuræ 16, 17, 18, & 19, in quibus omnibus eſt axis ACB, aſymptotus DCD', crus recedens in infinitum EKF, regrediens ex infinito GMH.

tibus aſymptoticis.

Fig. 16, 17, 18, 19,

186. In fig. 16. cruri repulſivo EKF ſuccedit itidem repulſivum GMH; in fig. 17 repulſivo attractivum; in 18. attractivo attractivum; in 19 attractivo repulſivum. Primus & tertius caſus reſpondent contactibus. Ut enim in illis evaneſcebat vis; ſed directionem non mutabat; ita & hic abit quidem in infinitum, ſed directionem non mutat. Repulſioni IK in fig. 16 ſuccedit repulſio LM; & attractioni in fig. 18 attractio. Quare ii caſus non habent limites quoſdam. Secundus, & quartus habent utique limites; nam in fig. 17. repulſioni IK ſuccedit attractio LM; & in Fig. 19 attractioni repulſio; atque idcirco ſecundus caſus continet limitem *cohæſionis*, quartus limitem *non cohæſionis*.

Quatuor eorum genera: bini reſpondentes contactibus, bini limitibus, alter cohæſionis, alter non cohæſionis.

187. Ex iſtis caſibus a noſtra curva cenſeo removendos eſſe omnes præter ſolum quartum; & in hoc ipſo removenda omnia crura, in quibus ordinata creſcit in ratione minus, quam ſimplici reciproca diſtantiarum a limite. Ratio excludendi eſt, ne haberi aliquando vis infinita poſſit, quam & per ſe ſe abſurdam cenſeo, & idcirco præterea, quod infinita vis natura ſua velocitatem infinitam requirit a ſe generandam finito tempore. Nam in primo, & ſecundo caſu punctum collocatum in ea diſtantia ab alio puncto, quam habet I, ab origine abſciſſarum, abiret ad C per omnes gradus virium auctarum in infinitum, & in C deberet habere vim infinitam; in tertio vero idem accideret puncto collocato in diſtantia, quam habet L. At in quarto caſu acceſſum ad C prohibet ex parte I attractio IK, & ex parte L repulſio LM. Sed quoniam, ſi eæ creſcant in ratione reciproca minus, quam ſimplici diſtantiarum CI, CL; area FKICD, vel GMLCD erit finita, adeoque punctum impulſum verſus C velocitate majore, quam quæ reſpondeat illi areæ, deberet tranſire per omnes virium magnitudines uſque ad vim abſolute infinitam in C, quæ ibi

Nullum in Natura admittendum præter poſtremum, nec vero eum ipſum utcunque.

præ-

præterea & attractiva eſſe deberet, & repulſiva, limes videlicet omnium & attractivarum, & repulſivarum; idcirco ne hic quidem caſus admitti debet, niſi cum hac conditione, ut ordinata creſcat in ratione reciproca ſimplici diſtantiarum a C, vel etiam majore, ut nimirum area infinita evadat, & acceſſum a puncto C prohibeat.

Tranſitus per eum limitem impoſſibilis: in quibus diſtantiis conſtet, eum non haberi.

188. Quando habeatur hic quartus caſus in noſtra curva cum ea conditione; tum quidem nullum punctum collocatum ex altera parte puncti C poterit ad alteram tranſilire, quacunque velocitate ad acceſſum impellatur verſus alterum punctum, vel ad receſſum ab ipſo, impediente tranſitum area repulſiva infinita, vel infinita attractiva. Inde vero facile colligitur, eum caſum non haberi ſaltem in ea diſtantia, quæ a diametris minimarum particularum conſpicuarum per microſcopia ad maxima protenditur fixarum intervalla nobis conſpicuarum per teleſcopia: lux enim liberrime permeat intervallum id omne. Quamobrem ſi ejuſmodi limites aſymptotici ſunt uſpiam, debent eſſe extra noſtræ ſenſibilitatis ſphæram, vel ultra omnes teleſcopicas fixas, vel citra microſcopicas moleculas.

Tranſitus ad puncta materiæ, & maſſas.

189. Expoſitis hiſce, quæ ad curvam virium pertinebant, aggrediar ſimpliciora quædam, quæ maxime notatu digna ſunt, ac pertinent ad combinationem punctorum primo quidem duorum, tum trium, ac deinde plurium in maſſas etiam coaleſcentium, ubi & vires mutuas, & motus quoſdam, & vires, quas in alia exercent puncta, conſiderabimus.

Quies in limitibus: motus puncti poſiti extra ipſos.

190. Duo puncta poſita in diſtantia æquali diſtantiæ limitis cujuſcunque ab initio abſciſſarum, ut in fig. 1. AE, AG, AI &c, (immo etiam ſi curva alicubi axem tangat, æquali diſtantiæ contactus ab eodem), ac ibi poſita ſine ulla velocitate, quieſcent, ut patet, quia nullam habebunt ibi vim mutuam: poſita vero extra ejuſmodi limites, incipient ſtatim ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere per intervalla æqualia, prout fuerint ſub arcu attractivo, vel repulſivo. Quoniam autem vis manebit ſemper uſque ad proximum limitem directionis ejuſdem; pergent progredi in ea recta, quæ ipſa urgebat prius, uſque ad diſtantiam limitis proximi, motu ſemper accelerato, juxta legem expoſitam num. 176, ut nimirum quadrata velocitatum integrarum, quæ acquiſitæ jam ſunt uſque ad quodvis momentum (nam velocitas initio ponitur nulla) reſpondeant areis clauſis inter ordinatam reſpondentem puncto axis terminanti abſciſſam, quæ exprimebat diſtantiam initio motus, & ordinatam reſpondentem puncto axis terminanti abſciſſam, quæ exprimit diſtantiam pro eo ſequenti momento. Atque id quidem, licet interea occurrat contactus aliquis; quamvis enim in eo vis ſit nulla, tamen ſuperata diſtantia per velocitatem jam acquiſitam, ſtatim habentur iterum vires

Digitized by Google

vires ejuſdem directionis, quæ habebatur prius, adeoque perget acceleratio prioris motus.

Motus poſt proximum limitem ſuperatum, & oſcillatio.

191. Proximus limes erit ejus generis, cujus generis diximus limites cohæſionis, in quo nimirum ſi diſtantia per repulſionem augebatur, ſuccedet attractio; ſi vero minuebatur per attractionem, ſuccedet e contrario repulſio, adeoque in utroque caſu limes erit ejuſmodi, ut in diſtantiis minoribus repulſionem, in majoribus attractionem ſecum ferat. In eo limite in utroque caſu receſſus mutui, vel acceſſus ex præcedentibus viribus, incipiet velocitas motus minui vi contraria priori, ſed motus in eadem directione perget; donec ſub ſequenti arcu obtineatur area curvæ æqualis illi, quam habebat prior arcus ab initio motus uſque ad limitem ipſum. Si ejuſmodi æqualitas obtineatur alicubi ſub arcu ſequente; ibi, extincta omni præcedenti velocitate, utrumque punctum retro reflectet curſum; & ſi prius accedebant, incipient a ſe invicem recedere; ſi recedebant, incipient accedere, atque id recuperando per eoſdem gradus velocitates, quas amiſerant, uſque ad limitem, quem fuerant prætergreſſa; tum amittendo, quas acquiſiverant uſque ad diſtantiam, quam habuerant initio; viribus nimirum iiſdem occurrentibus in ingreſſu, & areolis curvæ iiſdem per ſingula tempuſcula exhibentibus quadratorum velocitatis incrementa, vel decrementa eadem, quæ fuerant antea decrementa, vel incrementa. Ibi autem iterum retro curſum reflectent, & oſcillabunt circa illum cohæſionis limitem, quem fuerant prætergreſſa, quod facient hinc, & inde perpetuo, niſi aliorum externorum punctorum viribus perturbentur, habentia velocitatem maximam in plagam utramlibet in diſtantia ipſius illius limitis cohæſionis.

Caſus oſcillationis majoris trans plures limites.

192. Quod ſi ubi primum transgreſſa ſunt proximum limitem cohæſionis, offendant arcum ita minus validum præcedente, qui arcus nimirum ita minorem concludat aream, quam præcedens, ut tota ejus area ſit æqualis, vel etiam minor, quam illa præcedentis arcus area, quæ habetur ab ordinata reſpondente diſtantiæ habitæ initio motus, uſque ad limitem ipſum; tum vero devenient ad diſtantiam alterius limitis proximi priori, qui idcirco erit limes non cohæſionis. Atque ibi quidem in caſu æqualitatis illarum arearum conſiſtent, velocitatibus prioribus prorſus eliſis, & nulla vi gignente novas. At in caſu, quo tota illa area ſequentis arcus fuerit minor, quam illa pars areæ præcedentis, appellent ad diſtantiam ejus limitis motu quidem retardato, ſed cum aliqua velocitate reſidua, quam diſtantiam idcirco prætergreſſa, & nacta vires directionis mutatæ jam conſpirantes cum directione ſui motus, non, ut ante, oppoſitas, accelerabunt motum uſque ad diſtantiam limitis proxime ſequentis, quam prætergreſſa procedent, ſed motu retardato, ut in priore; & ſi area ſequentis arcus non ſit par extinguendæ ante ſuum finem toti velo-

velocitati, quæ fuerat reſidua in appulſu ad diſtantiam limitis præcedentis non cohæſionis, & quæ acquiſita eſt in arcu ſequenti uſque ad limitem cohæſionis proximum; tum puncta appellent ad diſtantiam limitis non cohæſionis ſequentis, ac vel ibi ſiſtent, vel progredientur itidem, eritque ſemper reciprocatio quædam motus perpetuo accelerati, tum retardati; donec deveniatur ad arcum ita validum, nimirum qui concludat ejuſmodi aream, ut tota velocitas acquiſita extinguatur: quod ſi accidat alicubi, & non accidat in diſtantia alicujus limitis; curſum reflectent retro ipſa puncta, & oſcillabunt perpetuo.

Velocitatis mutationes alternæ: ubi ea habeat maximum, & minimum, ubi extingui poſſit.

193. Porro in hujuſmodi motu patet illud, dum itur a diſtantia limitis cohæſionis ad diſtantiam limitis non cohæſionis, velocitatem ſemper debere augeri; tum poſt tranſitum per ipſam debere minui, uſque ad appulſum ad diſtantiam limitis non cohæſionis, adeoque habebitur ſemper in ipſa velocitate aliquod *maximum* in appulſu ad diſtantiam limitis cohæſionis, & *minimum* in appulſu ad diſtantiam limitis non cohæſionis. Quamobrem poterit quidem ſiſti motus in diſtantia limitis hujus ſecundi generis; ſi ſola exiſtant illa duo puncta, nec ullum externum punctum turbet illorum motum: ſed non poterit ſiſti in diſtantia limitis illius primi generis; cum ad ejuſmodi diſtantias deveniatur ſemper motu accelerato. Præterea patet & illud, ſi ex quocunque loco impellantur velocitatibus æqualibus vel alterum verſus alterum, vel ad partes oppoſitas, debere haberi reciprocationes eaſdem auctis ſemper æque velocitatibus utriuſque, dum itur verſus diſtantiam limitis primi generis, & imminutis, dum itur verſus diſtantiam limitis ſecundi generis.

Circa quos limites oſcillatio major eſſe debeat, & unde pendeat ejus magnitudo.

194. Patet & illud, ſi a diſtantia limitis primi generis dimoveantur vi aliqua, vel non ita ingenti velocitate impreſſa, oſcillationem fore perquam exiguam, ſaltem ſi quidam validus fuerit limes; nam velocitas incipiet ſtatim minui, & ei vi ſtatim vis contraria invenietur, ac puncta parum dimota a loco ſuo, tum ſibi relicta ſtatim retro curſum reflectent. At ſi dimoveantur a diſtantia limitis ſecundi generis vi utcunque exigua; oſcillatio erit multo major, quia neceſſario debebunt progredi ultra diſtantiam ſequentis limitis primi generis, poſt quem motus primo retardari incipiet. Quin immo ſi arcus proximus hinc, & inde ab ejuſmodi limite ſecundi generis concluſerit aream ingentem, ac majorem pluribus ſequentibus contrariæ directionis, vel majorem exceſſu eorundem ſupra areas interjacentes directionis ſuæ; tum vero oſcillatio poterit eſſe ingens: nam fieri poterit, ut tranſcurrantur hinc, & inde limites plurimi, antequam deveniatur ad arcum ita validum, ut velocitatem omnem elidat, & motum retro reflectat. Ingens itidem oſcillatio eſſe poterit, ſi cum ingenti vi dimoveantur puncta a diſtantia limitum generis utriuslibet; ac res tota pendet a velocitate initiali, & ab areis, quæ poſt occur-

currunt, & quadratum velocitatis vel augent, vel minuunt quantitate ſibi proportionali.

195. Utcunque magna ſit velocitas, qua dimoveantur a diſtantia limitum illa duo puncta, utcunque validos inveniant arcus conſpirantes cum velocitatis directione, ſi ad ſe invicem accedunt, debebunt utique alicubi motum retro reflectere, vel ſaltem ſiſtere, quia ſaltem advenient ad diſtantias illas minimas, quæ reſpondent arcui aſymptotico, cujus area eſt capax extinguendæ cujuſcunque velocitatis utcunque magnæ. At ſi recedant a ſe invicem, fieri poteſt, ut deveniant ad arcum aliquem repulſivum validiſſimum, cujus area ſit major, quam omnis exceſſus ſequentium arearum attractivarum ſupra repulſivas, uſque ad languidiſſimum illum arcum poſtremi cruris gravitatem exhibentis. Tum vero motus acquiſitus ab illo arcu nunquam poterit a ſequentibus ſiſti, & puncta illa recedent a ſe invicem in immenſum; quin immo ſi ille arcus repulſivus cum ſequentibus repulſivis ingentem habeat areæ exceſſum ſupra arcus ſequentes attractivos; cum ingenti velocitate pergent puncta in immenſum recedere a ſe invicem; & licet ad initium ejus tam validi arcus repulſivi deveniant puncta cum velocitatibus non parum diverſis; tamen velocitates receſſuum poſt novum ingens illud augmentum erunt parum admodum diſcrepantes a ſe invicem: nam ſi ingentis radicis quadrato addatur quadratum radicis multo minoris, quamvis non exiguæ; radix extracta ex ſumma parum admodum differet a radice priore.

Acceſſum debere ſiſti ſaltem a primo arcu repulſivo, receſſum poſſe haberi in infinitum: caſus notabilis exiguæ differentiæ velocitatis ingentis.

196. Id quidem ex Euclidea etiam Geometria manifeſtum fit. Sit in fig. 20 A B linea longior, cui addatur ad perpendiculum B C, multo minor, quam ſit ipſa; tum centro A, intervallo A C, fiat ſemicirculus occurrens A B hinc, & inde in E, D. Quadrato A B addendo quadratum B C habetur quadratum A C, ſive A D; & tamen hæc excedit præcedentem radicem A B per ſolam B D, quæ ſemper eſt minor, quam B C, & eſt ad ipſam, ut eſt ipſa ad totam B E. Exprimat A B velocitatem, quam in punctis quieſcentibus gigneret arcus ille repulſivus per ſuam aream, una cum differentia omnium ſequentium arcuum repulſivorum ſupra omnes ſequentes attractivos: exprimat autem B C velocitatem, cum qua advenitur ad diſtantiam reſpondentem initio ejus arcus: exprimet A C velocitatem, quæ habebitur, ubi jam diſtantia evaſit major, & vis inſenſibilis, ac ejus exceſſus ſupra priorem A B erit B D, exiguus ſane etiam reſpectu B C, ſi B C fuerit exigua reſpectu A B, adeoque multo magis reſpectu E B; & ob eandem rationem perquam exigua area ſequentis cruris attractivi ingentem illam jam acquiſitam velocitatem nihil ad ſenſum mutabit, quæ permanebit ad ſenſum eadem poſt receſſum in immenſum.

Demonſtratio admodum ſimplex.

Fig. 20.

197. Hæc accident binis punctis ſibi relictis, vel impulſis

Quid accidat

 in

binis punctis, cum ſunt ſola, quid poſſit accidere actionibus aliorum externis.

in recta, qua junguntur, cum oppoſitis velocitatibus æqualibus, quo caſu etiam facile demonſtratur, punctum, quod illorum diſtantiam bifariam ſecat, debere quieſcere; nunquam in hiſce caſibus poterit motus extingui in adventu ad diſtantiam limitis cohæſionis, & multo minus poterunt ea bina puncta conſiſtere extra diſtantiam limitis cujuſpiam, ubi adhuc habeatur vis aliqua vel attractiva, vel repulſiva. Verum ſi alia externa puncta agant in illa, poterit res multo aliter ſe habere. Ubi ex. gr. a ſe recedunt, & velocitates receſſus augeri deberent in acceſſu ad diſtantiam limitis cohæſionis; poteſt externa compreſſio illam velocitatem minuere, & extinguere in ipſo appulſu ad ejuſmodi diſtantiam. Poteſt externa compreſſio cogere illa puncta manere immota etiam in ea diſtantia, in qua ſe validiſſime repellunt, uti duæ cuſpides elaſtri manu compreſſæ detinentur in ea diſtantia, a qua ſibi relictæ ſtatim recederent; & ſimile quid accidere poteſt vi attractivæ per vires externas diſtrahentes.

Si limites ſint a ſe invicem remoti, mutata multum diſtantia rediri retro: ſecus, ſi ſint proximi.

198. Tum vero diligenter notandum diſcrimen inter caſus varios, quos inducit varia arcuum curvæ natura. Si puncta ſint in diſtantia alicujus limitis cohæſionis, circa quem ſint arcus ampliſſimi, ita, ut proximi limites plurimum inde diſtent, & multo magis etiam, quam ſit tota diſtantia proximi citerioris limitis ab origine abſciſſarum; tum poterunt externa vi comprimente, vel diſtrahente redigi ad diſtantiam multis vicibus minorem, vel majorem priore ita, ut ſemper adhuc conentur ſe reſtituere ad priorem poſitionem recedendo, vel accedendo, quod nimirum ſemper adhuc ſub arcu repulſivo permaneant, vel attractivo. At ſi ibi frequentiſſimi ſint limites, curva ſæpiſſime ſecante axem; tum quidem poſt compreſſionem, vel diſtractionem ab externa vi factam, poterunt ſiſti in multo minore, vel majore diſtantia, & adhuc eſſe in diſtantia alterius limitis cohæſionis ſine ullo conatu ad recuperandum priorem locum.

Superiorum uſus in Phyſica.

199. Hæc omnia aliquanto fuſius conſiderare libuit, quia in applicatione ad Phyſicam magno uſui erunt infra hæc ipſa, & multo magis hiſce ſimilia, quæ maſſis reſpondent habentibus utique multo uberiores caſus, quam bina tantummodo habeant puncta. Illa ingens agitatio cum oſcillationibus variis, & motibus jam acceleratis, jam retardatis, jam retro reflexis, fermentationes, & conflagrationes exhibebit: ille egreſſus ex ingenti arcu repulſivo cum velocitatibus ingentibus, quæ ubi jam ad ingentes deventum eſt diſtantias, parum admodum a ſe invicem differant, nec ad ſenſum mutentur quidquam per immenſa intervalla, luminis emiſſionem, & propagationem uniformem, ac ferme eandem celeritatem in quovis ejuſdem ſpeciei radio fixarum, Solis, flammæ, cum exiguo diſcrimine inter diverſos coloratos radios; illa vis permanens poſt compreſſionem ingentem, vel diſtractionem, elaſticitati explicandæ inſer-

Digitized by Google

ſerviet; quies ob frequentiam limitum, ſine conatu ad priorem recuperandam figuram, mollium corporum ideam ſuggeret; quæ quidem hic innuo in anteceſſum, ut magis hæreant animo, proſpicienti jam hinc inſignes eorum uſus.

Motus binorum punctorum oblique projectorum.

200. Quod ſi illa duo puncta projiciantur oblique motibus contrariis, & æqualibus per directiones, quæ cum recta jungente ipſa illa duo puncta angulos æquales efficiant; tum vero punctum, in quo recta illa conjungens ſecatur bifariam, manebit immotum; ipſa autem duo puncta circa id punctum gyrabunt in curvis lineis æqualibus, & contrariis, quæ data lege virium per diſtantias ab ipſo puncto illo immoto (uti daretur, data noſtra curva virium figuræ 1, cujus nimirum abſciſſæ exprimunt diſtantias punctorum a ſe invicem, adeoque eorum dimidiæ diſtantias a puncto illo medio immoto) invenitur ſolutione problematis a Newtono jam olim ſoluti, quod vocant *inverſum problema virium centralium*, cujus problematis generalem ſolutionem & ego exhibui ſyntheticam eodem cum Newtoniana recidentem, ſed non nihil expolitam, in Stayanis Supplementis ad lib. 3. §. 19.

Caſus, in quo duo puncta debeant deſcribere ſpirales circa medium immotum.

201. Hic illud notabo tantummodo, inter infinita curvarum genera, quæ deſcribi poſſunt, cum nulla ſit curva, quæ aſſumpto quovis puncto pro centro virium deſcribi non poſſit cum quadam virium lege, quæ definitur per Problema directum virium centralium, eſſe innumeras, quæ in ſe redeant, vel in ſpiras contorqueantur. Hinc fieri poteſt, ut duo puncta delata ſibi obviam e remotiſſimis regionibus, ſed non accurate in ipſa recta, quæ illa jungit (qui quidem caſus accurati occurſus in ea recta eſt infinities improbabilior caſu deflexionis cujuſpiam, cum ſit unicus poſſibilis contra infinitos), non recedant retro, ſed circa punctum ſpatii medium immotum gyrent perpetuo ſibi deinceps ſemper proxima, intervallo etiam ſub ſenſus non cadente; qui quidem caſus itidem diligenter notandi ſunt, cum ſint futuri uſui, ubi de cohæſione, & mollibus corporibus agendum erit.

Theorema de ſtatu puncti medii, & generaliter in maſſis centri gravitatis perſeverante.

202. Si utcunque alio modo projiciantur bina puncta velocitatibus quibuſcunque; poteſt facile oſtendi illud: punctum, quod eſt medium in recta jungente ipſa, debere quieſcere, vel progredi uniformiter in directum, & circa ipſum vel quietum, vel uniformiter progrediens, debere haberi vel illas oſcillationes, vel illarum curvarum deſcriptiones. Verum id generalius pertinet ad maſſas quotcunque, & quaſcunque, quarum commune gravitatis centrum vel quieſcit, vel progreditur uniformiter in directum a viribus mutuis nihil turbatum. Id theorema Newtonus propoſuit, ſed non ſatis demonſtravit. Demonſtrationem accuratiſſimam, ac generalem ſimul, & non per caſuum inductionem tantummodo, inveni, ac in diſſertatione *De Centro Gravitatis* propoſui, quam ipſam demonſtrationem hic etiam inferius exhibebo.

Acceſſum alterius e binis ad planum quodvis ulterius æquari receſsui ex vi mutua.

203. Interea hic illud poſtremo loco adnotabo, quod pertinet ad duorum punctorum motum ibi uſui futurum: ſi duo puncta moveantur viribus mutuis tantummodo, & ultra ipſa aſſumatur planum quodcunque; acceſſus alterius ad illud planum ſecundum directionem quamcunque, æquabitur receſſui alterius. Id ſponte conſequitur ex eo, quod eorum abſoluti motus ſint æquales, & contrarii; cum inde fiat, ut ad directionem aliam quamcunque redacti æquales itidem maneant, & contrarii, ut erant ante. Sed de æquilibrio, & motibus duorum punctorum jam ſatis.

Tranſitus ad ſiſtema punctorum trium: bina generalia problemata.

204. Deveniendo ad ſyſtema trium punctorum, uti etiam pro punctis quotcunque, res, ſi generaliter pertractari deberet, reduceretur ad hæc duo problemata, quorum alterum pertinet ad vires, & alterum ad motus: 1. *Data poſitione, & diſtantia mutua eorum punctorum, invenire magnitudinem, & directionem vis, qua urgetur quodvis ex ipſis, compoſitæ a viribus, quibus urgetur a reliquis, quarum ſingularum virium lex communis datur per curvam figuræ primæ.* 2. *Data illa lege virium figuræ primæ invenire motus eorum punctorum, quorum ſingula cum datis velocitatibus projiciantur ex datis locis cum datis directionibus.* Primum facile ſolvi poteſt, & poteſt etiam ope curvæ figuræ 1 determinari lex virium generaliter pro omnibus diſtantiis aſſumptis in quavis recta poſitionis datæ, atque id tam geometrice determinando per puncta curvas, quæ ejuſmodi legem exhibeant, ac determinent ſive magnitudinem vis abſolutæ, ſive magnitudines binarum virium, in quas ea concipiatur reſoluta, & quarum altera ſit perpendicularis datæ illi rectæ, altera ſecundum illam agat; quam exhibendo tres formulas analyticas, quæ id præſtent. Secundum omnino generaliter acceptum, & ita, ut ipſas curvas deſcribendas liceat definire in quovis caſu vel conſtructione, vel calculo, ſuperat (licet puncta ſint tantummodo tria) vires methodorum adhuc cognitarum: & ſi pro tribus punctis ſubſtituantur tres maſſæ punctorum, eſt illud ipſum celeberrimum problema quod appellant trium corporum, uſque adeo quæſitum per hæc noſtra tempora, & non niſi pro peculiaribus quibuſdam caſibus, & cum ingentibus limitationibus, nec adhuc ſatis promoto ad accurationem calculo, ſolutum a pauciſſimis noſtri ævi Geometris primi ordinis, uti diximus num. 122.

Theorema de motu puncti habentis actionem cum aliis binis.

Fig. 21.

205. Pro hoc ſecundo caſu illud eſt notiſſimum, ſi tria puncta ſint in fig. 21 A, C, B, & diſtantia AB duorum diviſa ſemper bifariam in D, ac ducta CD, & aſſumpto ejus triente DE, utcunque moveantur eadem puncta motibus compoſitis a projectionibus quibuſcunque, & mutuis viribus; punctum E debere vel quieſcere ſemper, vel progredi in directum motu uniformi. Pendet id a generali theoremate de centro gravitatis, cujus & ſuperius injecta eſt mentio, & de quo agemus

mus infra pro maſſis quibuſcunque. Hinc ſi ſibi relinquantur, accedet C ad E, & rectæ A B punctum medium D ibit ipſi obviam verſus ipſum cum velocitate dimidia ejus, quam ipſum habebit, vel contra recedent, vel hinc, aut inde movebuntur in latus, per lineas tamen ſimiles, atque ita, ut C, & D ſemper reſpectu puncti E immoti ex adverſo ſint, in quo motu tam directio rectæ A B, quam directio rectæ C D, & ejus inclinatio ad A B, plerumque mutabitur.

Determinatio vis ejuſdem compoſitæ e binis viribus.

206. Quod pertinet ad inveniendam vim pro quacunque poſitione puncti C reſpectu punctorum A, & B, ea facile ſic invenietur. In fig. 1 aſſumendæ eſſent abſciſſæ in axe æquales rectis A C, B C figuræ 21, & erigendæ ordinatæ ipſis reſpondentes, quæ vel ambæ eſſent ex parte attractiva, vel ambæ ex parte repulſiva; vel prima attractiva, & ſecunda repulſiva; vel prima repulſiva, & ſecunda attractiva. In primo caſu ſumendæ eſſent C L, C K ipſis æquales (figura 21 exhibet minores, ne nimis excreſcat) verſus A, & B; in ſecundo C N, C M ad partes oppoſitas A, B; in tertio C L verſus A, & C M ad partes oppoſitas B; in quarto C N ad partes oppoſitas A, & C K verſus B. Tum completo parallelogrammo L C K F, vel M C N H, vel L C M I, vel K C N G, diameter C F, vel C H, vel C I, vel C G exprimeret directionem, & magnitudinem vis compoſitæ, qua urgetur C a reliquis binis punctis.

Methodus conſtruendi curvam, quæ generaliter exprimat vim ejuſmodi.

207. Hinc ſi aſſumantur ad arbitrium duo loca quæcunque punctorum A, & B, ad quæ referendum ſit tertium C; ducta quavis recta D E C indefinita, ex quovis ejus puncto poſſet erigi recta ipſi perpendicularis, & æqualis illi diametro, ut C F in primo caſu, ac haberetur curva exprimens vim abſolutam puncti in eo ſiti, & ſolicitati a viribus, quas habet cum ipſis A, & B. Sed ſatius eſſet binas curvas conſtruere, alteram, quæ exprimeret vim redactam ad directionem D C per perpendiculum F O, ut C O; alteram, quæ exprimeret vim perpendicularem O F: nam eo pacto haberentur etiam directiones vis abſolutæ ab iis compoſitæ per ejuſmodi binas ordinatas. Oporteret autem ipſam ordinatam curvæ utriuslibet aſſumere ex altera plaga ipſius C D, vel ex altera oppoſita; prout C O jaceret verſus D, vel ad plagam oppoſitam pro prima curva; & prout O F jaceret ad alteram partem rectæ D C, vel ad oppoſitam, pro ſecunda.

Expreſſio legis generalis per ſuperficiem.

208. Hoc pacto datis locis A, B pro ſingulis rectis egreſſis e puncto medio D duæ haberentur diverſæ curvæ, quæ diverſas admodum exhiberent virium leges; ac ſi quæreretur locus geometricus continuus, qui exprimeret ſimul omnes ejuſmodi leges pertinentes ad omnes ejuſmodi curvas, ſive indefinite exhiberet omnes vires pertinentes ad omnia puncta C, ubicunque collocata; oporteret erigere in omnibus punctis C rectas normales plano A C B, alteram æqualem C O,

al-

alteram OF, & vertices ejuſmodi normalium determinarent binas ſuperficies quaſdam continuas, quarum altera exhiberet vires in directione CD attractivas ad D, vel repulſivas reſpectu ipſius, prout, cadente O citra, vel ultra C, normalis illa fuiſſet erecta ſupra, vel infra hoc planum; & altera pariter vires perpendiculares. Ejuſmodi locus geometricus, ſi algebraice tractari deberet, eſſet ex iis, quos Geometræ tractant tribus indeterminatis per unicam æquationem inter ſe connexis; ac data æquatione ad illam primam curvam figuræ 1, poſſet utique inveniri tam æquatio ad utramlibet curvam reſpondentem ſingulis rectis DC, conſtans binis tantum indeterminatis, quam æquatio determinans utramlibet ſuperficiem ſimul indefinite per tres indeterminatas. (n)

209. Si

Fig. 22. (n) *Stantibus in fig.* 22 *punctis* ADBCKFLO, *ut in fig.* 21, *ducantur perpendicula* BP, AQ *in* CD, *quæ dabuntur data inclinatione* DC, *& punctis* B, A, *ac pariter dabuntur &* DP, DQ. *Dicatur præterea* DC = *x*, *& dabuntur analytice* CQ, CP. *Quare ob angulos rectos* P, Q, *dabuntur etiam analytice* CB, CA. *Denominentur* CK = *u*, CL = *z*, CF = *y*. *Quoniam datur* AB, *& dantur analytice* AC, CB; *dabitur analytice ex applicatione Algebræ ad Trigonometriam ſinus anguli* ACB *per x, & datas quantitates, qui eſt idem, ac ſinus anguli* CKF *complementi ad duos rectos. Datur autem idem ex datis analytice valoribus* CK = *u*, KF = CL = *z*, CF = *y*; *quare habetur ibi una æquatio per x, y, z, u, & conſtantes. Si præterea valor* CB *ponatur pro valore abſciſſæ in æquatione curvæ figuræ* 1; *acquiritur altera æquatio per valores* CK, CB, *ſive per x, u, & conſtantes. Eodem pacto invenietur ope æquationis curvæ figuræ* 1 *tertia æquatio per* AC, *&* CL, *adeoque per x, z, & conſtantes. Quare jam habebuntur æquationes tres per x, u, z, y, & conſtantes, quæ, eliminatis u, & z, reducentur ad unicam per x, y, & conſtantes, ac ea primam illam curvam definiet.*

Quod ſi quæratur æquatio ad ſecundam curvam, cujus ordinata eſt CO, *vel tertiam, cujus ordinata* OF, *inveniri iisdem poterit. Nam datur analytice ſinus anguli* DCB = $\frac{BP}{CB}$, *& in triangulo* FCK *datur analytice ſinus* FCK = $\frac{FK}{CF}$ × *ſin* CKF. *Quare datur analytice etiam ſinus differentiæ* OCF, *adeoque & ejus coſinus, & inde, ac ex* CF, *datur analytice* OF, *vel* CO. *Si igitur altera ex illis dicatur p, acquiritur nova æquatio, cujus ope una cum ſuperioribus eliminari poterit præterea una alia indeterminata; adeoque eliminata* CF = *y*, *habebitur unica æquatio per x, p, & conſtantes, quæ exhibebit utramlibet e reliquis curvis determinantibus legem virium* CO, *vel* OF.

Pro æquatione cum binis indeterminatis, quæ exhibeat locum ad ſuperficiem, ducatur CR *perpendicularis ad* AB, *& dicatur* DR = *x*, RC = *q*, *denominatis, ut prius,* CK = *u*, CL = *z*, CF = *y*; *& quoniam dantur* AD, DB; *dabuntur analytice per x, & conſtantes* AR, RB, *adeoque per x, q, & conſtantes* AC, CB, *& factis omnibus reliquis, ut prius, habebuntur quatuor æquationes per x, q, u, z, y, p, & conſtantes, quæ eliminatis valoribus u, z, y, reducentur ad unicam datam per conſtantes, & tres indeterminatas x, p, q, ſive* DR, RC, *&* CO, *vel* OF, *quæ exhibebit quæſitum locum ad ſuperficiem.*

Digitized by Google

Methodus determinandi vim compoſitam ex viribus reſpicientibus puncta quotcunque. Legum multitudo, & varietas.

209. Si pro duobus punctis tantummodo agentibus in tertium daretur numerus quicunque punctorum poſitorum in datis locis, ac agentium in idem punctum, poſſet utique conſtructione ſimili inveniri vis, qua ſingula agunt in ipſum collocatum in quovis aſſumpto loci puncto, ac vis ex ejuſmodi viribus compoſita definiretur tam directione, quam magnitudine, per notam virium compoſitionem. Poſſet etiam analyſis adhiberi ad exprimendas curvas per æquationes duarum indeterminatarum pro rectis quibuſcunque, & (o) ſi omnia puncta jaceant in eodem plano, ſuperficies per æquationem trium. Mi-

Calculus quidem eſſet immenſus, ſed patet methodus, qua deveniri poſſit ad æquationem quæſitam. Mirum autem, quanta curvarum, & ſuperficierum, adeoque & legum virium varietas obveniret, mutata tantummodo diſtantia AB *binorum punctorum agentium in tertium, qua mutata, mutatur tota lex, & æquatio.*

(o) *Hæc conditio punctorum jacentium in eodem plano neceſſaria fuit pro loco ad ſuperficiem, & pro æquatione, quæ legem virium exhibeat per æquationem indeterminatarum tantummodo trium: at ſi puncta ſint plura, & in eodem plano non jaceant, quod punctis tantummodo tribus accidere omnino non poteſt; tum vero locus ad ſuperficiem, & æquatio trium indeterminatarum non ſufficit; ſed ad eam generaliter exprimendam legem Geometria omnis eſt incapax, & analyſis indiget æquatione indeterminatarum quatuor. Primum patet ex eo, quod ſi manentibus punctis* A, B, *exeat punctum* C *ex dato quodam plano, pro quo conſtructus ſit locus ad ſuperficiem; liceret convertere circa rectam* A B *planum illud cum ſuperficie curva legem virium determinante, donec ad punctum* C *deveniret planum ipſum: tum enim erecto perpendiculo uſque ad ſuperficiem illam curvam, definiretur per ipſum vis agens ſecundum rectam* CD, *vel ipſi perpendicularis, prout locus ille ad curvam ſuperficiem conſtructus fuerit pro altera ex iis.*

At ſecundum fit manifeſtum ex eo, quod ſi puncta agentia ſint etiam omnia in eodem plano, & punctum, cujus vis compoſita quæritur, in quavis recta poſita extra ipſum planum, relationes omnes diſtantiarum a reliquis punctis, ac directionum, a quibus pendent vires ſingulorum, & compoſitio ipſarum virium, longe aliæ eſſent, ac in quavis recta in eodem plano poſita, uti facile videre eſt. Hinc pro quovis puncto loci ubicunque aſſumpto ſua reſponderet vis compoſita, & quarta aliqua plaga, ſeu dimenſio, præter longum, latum, & profundum, requireretur ad ducendas ex omnibus punctis ſpatii rectas iis viribus proportionales, quarum rectarum vertices locum continuum aliquem exhiberent determinantem virium legem.

Sed quod Geometria non aſſequitur, aſſequeretur quarta alia dimenſio mente concepta, ut ſi conciperetur ſpatium totum plenum materia continua, quod in mea ſententia cogitatione tantummodo effingi poteſt, & ea eſſet in omnibus ſpatii punctis denſitatis diverſæ, vel diverſi pretii; tum illa diverſa denſitas, vel illud pretium, vel quidpiam ejuſmodi, exhibere poſſet legem virium ipſi reſpondentium, quæ nimirum ipſi eſſent proportionales. Sed ibi iterum ad determinandam directionem vis compoſitæ non eſſet ſatis reſolutio in duas vires, alteram ſecundum rectam tranſeuntem per datum punctum; alteram ipſi perpendicularem; ſed requirerentur tres, nimirum vel omnes ſecundum tres datas directiones, vel tendentes per rectas, quæ per data tria puncta tranſeant, vel quavis alia certa lege definitas: adeoque tria loca ejuſmodi ad ſpatium, quarta aliqua dimenſione, vel qualitate affectum requirerentur, quæ tribus ejuſmodi pluſquam Geometri-

Digitized by Google

Mirum autem, quanta inde diverſarum legum combinatio orietur. Sed & ubi duo tantummodo puncta agant in tertium, incredibile dictu eſt, quanta diverſitas legum, & curvarum inde erumpat. Manente etiam diſtantia AB, leges pertinentes ad diverſas inclinationes rectæ DC ad AB, admodum diverſæ obveniunt inter ſe: mutata vero punctorum A, B diſtantia a ſe invicem, leges etiam pertinentes ad eandem inclinationem DC differunt inter ſe plurimum; & infinitum eſſet ſingula perſequi; quanquam earum variationum cognitio, ſi obtineri utcunque poſſet, mirum in modum vires imaginationis extenderet, & objiceret diſcrimina quamplurima ſcitu digniſſima, & maximo futura uſui, atque incredibilem Theoriæ fœcunditatem oſtenderet.

Vis in latus in exiguis diſtantiis, ac ejus uſus pro ſolidis: in magnis nulla: in iis ſumma virium ſimplicium.

210. Ego hic ſimpliciora quædam, ac faciliora, & uſum habitura in ſequentibus, ac in applicatione ad Phyſicam inprimis attingam tantummodo; ſed interea quod ad generalem pertinet determinationem expoſitam, duo adnotanda proponam. Primo quidem in ipſa trium punctorum combinatione occurrit jam hic nobis præter vim determinantem ad acceſſum, & receſſum, vis urgens in latus, ut in fig. 21, præter vim CF, vel CH, vis CI, vel CG. Id erit infra magno uſui ad explicanda ſolidorum phænomena, in quibus, inclinato fundo virgæ ſolidæ, tota virga, & ejus vertex moventur in latus, ut certam ad baſim poſitionem acquirant. Deinde vero illud: hæc omnia curvarum, & legum diſcrimina, tam quæ per-

Fig. 21.

---

cis legibus vis compoſitæ legem definirent, tum quod pertinet ad ejus magnitudinem, tum quod ad directionem.

Verum quod non aſſequitur Geometria, aſſequeretur Analyſis ope æquationis quatuor indeterminatarum; ſi enim conciperetur planum, quod libuerit, ut ACB, & in eo quævis recta AB, ac in ipſa recta quodvis punctum D; tum quovis hujus ſegmento DR appellato x, quavis recta RC ipſi perpendiculari y, quavis tertia perpendiculari ad totum planum z, per haſce tres indeterminatas involveretur poſitio puncti ſpatii cujuſcumque, in quo collocatum eſſet punctum materiæ, cujus vis quæritur.

Punctorum agentium utcunque collocatorum ubicunque vel intra id planum, vel extra, poſſent definiri poſitiones per ejuſmodi tres rectas, datas utique pro ſingulis, ſi eorum poſitiones dentur. Per eas, & & per illas x, y, z, poſſet utique haberi diſtantia cujuſcumque ex iis punctis agentibus, & poſitione datis, a puncto indefinite accepto; adeoque ope æquationis figuræ 1 poſſet haberi analytice per æquationes quaſdam, ut ſupra, vis ad ſingula agentia puncta pertinens, & per eaſdem rectas ejus etiam directio reſoluta in tres parallelas illis x, y, z. Hinc haberetur analytice omnium ſumma pro ſingulis ejuſmodi directionibus per aliam æquationem derivatam ab ejus ſummæ denominatione, ea nimirum facta = u, ac expunctis omnibus ſubſidiariis valoribus, methodo non abſimili ei, quam adhibuimus ſuperius pro loco ad ſuperficiem, deveniretur ad unam æquationem conſtitutam illis quatuor indeterminatis x, y, z, u, & conſtantibus; ac tres ejuſmodi æquationes pro tribus directionibus vim omnem compoſitam definirent. Sed hæc innuiſſe ſit ſatis, quæ nimirum & altiora ſunt, & ob ingentem complicationem caſuum, ac noſtræ humanæ mentis imbecillitatem nulli nobis inferius futura ſunt uſui.

Digitized by Google

pertinent ad diverſas directiones rectarum DC, data diſtantia punctorum A, B, quam quæ pertinent ad diverſas diſtantias ipſorum punctorum A, B, data etiam directione DC, ac haſce vires in latus haberi debere in exiguis illis diſtantiis, in quibus curva figuræ 1 circa axem contorquetur, ubi nimirum mutata parum admodum diſtantia, vires ſingulorum punctorum mutantur plurimum, & e repulſivis etiam abeunt in attractivas, ac vice verſa, & ubi reſpectu alterius puncti haberi poſſit attractio, reſpectu alterius repulſio, quod utique requiritur, ut vis dirigatur extra angulum ACB, & extra ipſi ad verticem oppoſitum. At in majoribus diſtantiis, in quibus jam habetur illud poſtremum crus figuræ 1 exprimens arcum attractivum ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, vis in punctum C a punctis A, B inter ſe proximis, utcunque ejuſmodi diſtantia mutetur, & quæcunque fuerit inclinatio CD ad AB, erit ſemper ad ſenſum eadem, directa ad ſenſum ad punctum D, ad ſenſum proportionalis reciproce quadrato diſtantiæ DC ab ipſo puncto D, & ad ſenſum dupla ejus, quam in curva figuræ 1 requireret diſtantia DC.

Demonſtratio poſtremi theorematis.

211. Id quidem facile demonſtratur. Si enim AB reſpectu DC ſit perquam exigua, angulus ACB erit perquam exiguus, & a recta CD ad ſenſum bifariam ſectus: diſtantiæ AC, CB erunt ad ſe invicem ad ſenſum in ratione æqualitatis, adeoque & vires CL, CK ambæ attractivæ debebunt ad ſenſum æquales eſſe inter ſe, & proinde LCKF ad ſenſum rhombus, diametro CF ad ſenſum ſecante angulum LCK bifariam, quæ rhombi proprietas eſt, & ipſa CF congruente cum CO, ac (ob angulum FCK inſenſibilem, & CKF ad ſenſum æqualem duobus rectis) æquali ad ſenſum binis CK, KF, ſive CK, CL, ſimul ſumptis; quæ ſingulæ cum ſint quam proxime in ratione reciproca duplicata diſtantiarum CB, CA; erunt & eædem, & earum ſumma ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiæ CD.

Diſcrimen ingens virium, quas maſsula exercet in maſſulam proximam, conformitas ſumma in remotarum viribus, quæ ſunt directe ut maſſæ, & reciproce, ut quadrata diſtantiarum.

212. Porro id quidem commune eſt etiam maſſulis conſtantibus quocunque punctorum numero. Mutata illarum combinatione, vis compoſita a viribus ſingulorum agens in punctum diſtans a maſſula ipſa per intervallum perquam exiguum, nimirum ejuſmodi, in quo curva figuræ 1 circa axem contorquetur, debet mutare plurimum tam intenſitatem ſuam, quam directionem, & fieri utique poteſt, quod infra etiam in aliquo ſimpliciore caſu trium punctorum videbimus, ut in alia combinatione punctorum maſſulæ pro eadem diſtantia a medio repulſiones prævaleant, in alia attractiones, in alia oriatur vis in latus ad perpendiculum, ac in eadem conſtitutione maſſulæ pro diverſis directionibus admodum diverſæ ſint vires pro eadem etiam diſtantia a medio. At in magnis illis diſtantiis, in quibus ſingulorum punctorum vires jam attractivæ ſunt omnes, & directiones, ob molem maſſulæ tam exiguam reſpectu ingentis diſtantiæ, ad ſenſum conſpirant, vis com-

poſita ex omnibus dirigetur neceſſario ad punctum aliquod intra maſſulam ſitum, adeoque ad ſenſum ejus directio erit eadem, ac directio rectæ tendentis ad mediam maſſulam, & æquabitur vis ipſa ad ſenſum ſummæ virium omnium punctorum conſtituentium ipſam maſſulam, adeoque erit attractiva ſemper, & ad ſenſum proportionalis in diverſis etiam maſſulis numero punctorum directe, & quadrato diſtantiæ a medio maſſulæ ipſius reciproce; ſive generaliter erit in ratione compoſita ex directa ſimplici maſſarum, & reciproca duplicata diſtantiarum. Multo autem majus erit diſcrimen in exiguis illis diſtantiis, ſi non unicum punctum a maſſula illa ſolicitetur, ſed maſſula alia, cujus vis componatur e ſingulis viribus ſingulorum ſuorum punctorum, quod tamen in maſſula etiam reſpectu maſſulæ admodum remotæ evaneſcet, ſingulis ejus punctis vires habentibus ad ſenſum æquales, & agentes in eadem ad ſenſum directione; unde fiet, ut vis motrix ejus maſſulæ ſolicitatæ, orta ab actionibus illius alterius remotæ maſſulæ, ſit ad ſenſum proportionalis numero punctorum, quæ habet ipſa, numero eorum, quæ habet altera, & quadrato diſtantiæ, quæcunque ſit diverſa diſpoſitio punctorum in utralibet, quicunque numerus.

Inde neceſſaria omnium corporum uniformitas in gravitate, difformitas in aliis innumeris proprietatibus.

213. Mirum ſane, quantum in applicatione ad Phyſicam hæc animadverſio habitura ſit uſum; nam inde conſtabit, cur omnia corporum genera gravitatem acceleratricem habeant proportionalem maſſæ, in quam tendunt, & quadrato diſtantiæ, adeoque in ſuperficie Terræ aurum, & pluma cum æquali celeritate deſcendant ſecluſa reſiſtentia, vim autem totam, quam etiam pondus appellamus, proportionalem præterea maſſæ ſuæ, adeoque in ordine ad gravitatem nullum ſit diſcrimen, quæcunque differentia habeatur inter corpora, quæ gravitant, & in quæ gravitant, ſed ad ſolam demum maſſam, & diſtantiam res omnis deveniat; at in iis proprietatibus, quæ pendent a minimis diſtantiis, in quibus nimirum fiunt reflexiones lucis, & refractiones cum ſeparatione colorum pro viſu, vellicationes fibrarum palati pro guſtu, incurſus odoriferarum particularum pro odoratu, tremor communicatus particulis aeris proximis, & propagatus uſque ad tympanum auriculare pro auditu, aſperitas, ac aliæ ſenſibiles ejuſmodi qualitates pro tactu, tot cohæſionum tam diverſa genera, ſecretiones, nutritioneſque, fermentationes, conflagrationes, diſploſiones, diſſolutiones, præcipitationes, ac alii effectus Chemici omnes, & mille alia ejuſmodi, quæ diverſa corpora a ſe invicem diſcernunt, in iis, inquam, tantum ſit diſcrimen, & vires tam variæ, ac tam varii motus, qui tam varia phænomena, & omnes ſpecificas tot corporum differentias inducunt, conſenſu Theoriæ hujus cum omni Natura ſane admirabili. Sed hęc, quæ huc uſque dicta ſunt ad maſſas pertinent, & ad applicationem ad Phyſicam: interea peculiaria quędam perſequar ex innumeris iis, quę pertinent

tinent ad diverſas leges binorum punctorum agentium in tertium.

214. Si libeat conſiderare illas leges, quæ oriuntur in recta perpendiculari ad A B ducta per D, vel in ipſa A B hinc, & inde producta, inprimis facile eſt videre illud, directionem vis compoſitæ utrobique fore eandem cum ipſa recta ſine ulla vi in latus, & ſine ulla declinatione a recta, quæ tendit ad ipſum D, vel ab ipſo. Pro recta A B res conſtat per ſe ſe; nam vires illæ, quæ ad bina ea puncta pertinent, vel habebunt directionem eandem, vel oppoſitas, jacente ipſo tertio puncto in directum cum utroque e prioribus: unde fit, ut vis compoſita æquetur ſummæ, vel differentiæ virium ſingularum componentium, quæ in eadem recta remaneat. Pro recta perpendiculari facile admodum demonſtratur. Si enim in fig. 23 recta D C fuerit perpendicularis ad A B ſectam biſariam in D, erunt A C, B C æquales inter ſe. Quare vires, quibus C agitatur ab A, & B, æquales erunt, & proinde vel ambæ attractivæ, ut C L, C K, vel ambæ repulſivæ, ut C N, C M. Quare vis compoſita C F, vel C H, erit diameter rhombi, adeoque ſecabit biſariam angulum L C K, vel N C M; quos angulos cum biſariam ſecet etiam recta D C, ob æqualitatem triangulorum D C A, D C B, patet, ipſas C F, C H debere cum eadem congruere. Quamobrem in hiſce caſibus evaneſcit vis illa perpendicularis F O, quæ in præcedentibus binis figuris habebatur, ac in iis per unicam æquationem res omnis abſolvitur (p), quarum ea, quæ ad poſteriorem caſum pertinet, admodum facile invenitur.

Vis in duo puncta puncti poſiti in recta jungente ipſa, vel in recta ſecante hanc biſariam, & ad angulos rectos directa ſecundum eandem rectam.

Fig. 23.

215. Legem pro recta perpendiculari rectæ jungenti duo puncta, & æque diſtanti ab utroque exhibet fig. 24, quæ vitandæ confuſionis cauſa exhibetur, ubi ſub numero 24 habetur littera B, ſed quod ad ejus conſtructionem pertinet, habetur ſeparatim, ubi ſub num. 24 habetur littera A; ex quibus binis figuris fit unica; ſi puncta X Y E A E' cenſeantur utrobique eadem. In ea X, Y ſunt duo materiæ puncta, & ipſam X Y recta C C' ſecat biſariam in A. Curva, quæ vires compoſitas ibi exhibet per ordinatas, conſtructa eſt ex fig. 1, quod fieri poteſt, inveniendo vires ſingulas ſingulorum punctorum, tum vim compoſitam ex iis more conſueto juxta

Conſtructio curvæ exhibentis legem caſus poſterioris.

Fig. 24.

 genera-

(p) *Ducta enim* L K *in Fig.* 23. *ipſam* F C *ſecabit alicubi in* I *biſariam, & ad angulos rectos ex rhombi natura. Dicatur* $CD = x$, $CF = y$, $DB = a$, *& erit* $CB = \sqrt{aa + xx}$, *&* $CD = x$. $CB = \sqrt{aa+xx} :: CI = \frac{1}{2}y$. $CK = \frac{y}{2x}\sqrt{aa+xx}$, *quo valore poſito in æquatione curvæ figuræ* 1 *pro valore ordinatæ, &* $\sqrt{aa+xx}$ *pro valore abſciſſæ, habebitur immediate æquatio nova per* x, y, *& conſtantes, quæ ejuſmodi curvam determinabit.*

generalem conſtructionem numeri 205; ſed etiam ſic facilius idem præſtatur: centro Y intervallo cujuſvis abſciſſæ A *d* figuræ 1 inveniatur in figura 24 ſub litera A in recta CC' punctum *d*, ſumaturque *de* verſus Y æqualis ordinatæ *db* figuræ 1, ductoque *ea* perpendiculo in CA, erigatur eidem CA itidem perpendicularis *db* dupla *da* verſus plagam electam ad arbitrium pro attractionibus, vel verſus oppoſitam, prout illa ordinata in fig. 1 attractionem, vel repulſionem expreſſerit, & erit punctum *b* ad curvam exprimentem legem virium, qua punctum ubicunque collocatum in recta C'C ſolicitatur a binis X, Y.

Conſtructionis demonſtratio. 216. Demonſtratio facilis eſt: ſi enim ducatur *d*X, & in ea ſumatur *dc* æqualis *de*, ac compleatur rhombus *debc*; patet, fore ejus verticem *b* in recta *d*A ſecante angulum X*d*Y bifariam, cujus diameter *db* exprimet vim compoſitam a binis *de*, *dc*, quæ bifariam ſecaretur a diametro altera *ec*, & ad angulos rectos, adeoque in ipſo illo puncto *a*; & *db*, dupla *da*, æquabitur *db* exprimenti vim, quæ reſpectu A erit attractiva, vel repulſiva, prout illa *db* figuræ 1 fuerit itidem attractiva, vel repulſiva.

Plures ejus curvæ proprietates. 217. Porro ex ipſa conſtructione patet, ſi centro Y, intervallis AE, AG, AI figuræ 1 inveniantur in recta CAC' hujus figuræ poſitæ ſub littera B puncta E, G, I &c, ea fore limites reſpectu novæ curvæ; & eodem pacto reperiri poſſe limites E'G'I' &c ex parte oppoſita A; in iis enim punctis evaneſcente *de* figuræ ejuſdem poſitæ ſub A, evadit nulla *da*, & *db*. Notandum tamen, ibi in figura poſita ſub B mutari plagam attractivam in repulſivam, & vice verſa; nam in toto tractu CA vis attractiva ad A habet directionem CC', & in tractu AC' vis itidem attractiva ad A habet directionem oppoſitam C'C. Deinde facile patebit, vim in A fore nullam, ubi nimirum oppoſitæ vires ſe deſtruent, adeoque ibi debere curvam axem ſecare; ac licet diſtantiæ AX, AY fuerint perquam exiguæ, ut idcirco repulſiones ſingulorum punctorum evadant maximæ; tamen prope A vires erunt perquam exiguæ ob inclinationes duarum virium ad XY ingentes, & contrarias; & ſi ipſæ AY, AX fuerint non majores, quam ſit AE figuræ 1; poſtremus arcus EDA erit repulſivus: ſecus ſi fuerint majores, quam AE, & non majores, quam AG, atque ita porro; cum vires in exigua diſtantia ab A debeant eſſe ejus directionis, quam in fig. 1 requirunt abſciſſæ paullo majores, quam ſit hæc YA. Poſtrema crura T*p*V, T'*p*'V', patet, fore attractiva; & ſi in figura 1 fuerint aſymptotica, fore aſymptotica etiam hic; ſed in A nullum erit aſymptoticum crus.

Fig. 1. 24.

Conſtructio curvæ exhibentis legem caſus prioris. 218. At curva, quæ exhibet in fig. 25 legem virium pro recta CC' tranſeunte per duo puncta X, Y, eſt admodum diverſa a priore. Ea facile conſtruitur: ſatis eſt pro quovis ejus puncto *d* aſſumere in fig. 1 duas abſciſſas æquales, alteram Y*d* hujus figuræ, alteram X*d* ejuſdem, & ſumere hic *db* æqualem ſum-

Fig. 1. 25.

Digitized by Google

ſummæ, vel differentiæ binarum ordinatarum pertinentium ad eas abſciſſas, prout fuerint ejuſdem directionis, vel contrariæ, & eam ducere ex parte attractiva, vel repulſiva, prout ambæ ordinatæ figuræ 1, vel earum major, attractiva fuerit, vel repulſiva. Habebitur autem aſymptotus *b* Y *c*, & ultra ipſam crus aſymptoticum D E, citra ipſam autem crus itidem aſymptoticum *dg* attractivum reſpectu A, cui attractivum, ſed directionis mutatæ reſpectu C C', ut in fig. ſuperiore diximus, ad partes oppoſitas A debet eſſe aliud *g'd'*, habens aſymptotum *c' b'* tranſeuntem per X; ac utrumque crus debet continuari uſque ad A, ubi curva ſecabit axem. Hoc poſtremum patet ex eo, quod vires oppoſitæ in A debeant elidi; illud autem prius ex eo, quod ſi *a* ſit prope Y, & ad ipſum in infinitum accedat, repulſio ab Y creſcat in infinitum, vi, quæ provenit ab X, manente finita; adeoque tam ſumma, quam differentia debet eſſe vis repulſiva reſpectu Y, & proinde attractiva reſpectu A, quæ imminutis in infinitum diſtantiis ab Y augebitur in infinitum. Quare ordinata *ag* in acceſſu ad *b* Y *c* creſcet in infinitum; unde conſequitur, arcum *gd* fore aſymptoticum reſpectu Y *c*; & eadem erit ratio pro *a' g'*, & arcu *g' d'* reſpectu *b'* X *c'*.

219. Poterit autem etiam arcus curvæ interceptus aſymptotis *b* Y *c*, *b'* X *c'*, ſive cruribus *dg*, *d'g'* ſecare alicubi axem, ut exhibet figura 26; quin immo & in locis pluribus, ſi nimirum A Y ſit ſatis major, quam A E figuræ 1, ut ab Y habeatur alicubi citra A attractio, & ab X repulſio, vel ab X repulſio major, quam repulſio ab Y. Ceterum ſola inſpectione poſtremarum duarum figurarum patebit, quantum diſcrimen inducat in legem virium, vel curvam, ſola diſtantia punctorum X, Y. Utraque enim figura derivata eſt a figura 1, & in fig. 25 aſſumpta eſt X Y æqualis A E figuræ 1, in fig. 26 æqualis A I, ejuſdem quæ variatio uſque adeo mutavit figuræ genitæ ductum; & aſſumptis aliis, atque aliis diſtantiis punctorum X, Y, aliæ, atque aliæ curvæ novæ provenirent, quæ inter ſe collatæ, & cum illis, quæ habentur in recta C A C' perpendiculari ad X A Y, uti eſt in fig. 24; ac multo magis cum iis, quæ pertinentes ad alias rectas mente concipi poſſunt, ſatis confirmant id, quod ſupra innui de tanta multitudine, & varietate legum provenientium a ſola etiam duorum punctorum agentium in tertium diſpoſitione diverſa; ut & illud itidem patet ex ſola etiam harum trium curvarum delineatione, quanta ſit ubique conformitas in arcu illo attractivo T *p* V, ubique conjuncta cum tanto diſcrimine in arcu ſe circa axem contorquente.

Ejus curvæ proprietates: diſcrimina pro mutata diſtantia punctorum: collatio cum curva caſus alterius.

Fig. 26.

220. Verum ex tanto diſcriminum numero unum ſeligam maxime notatu dignum, & maximo nobis uſui futurum inferius. Sit in fig. 27 C'A C axis idem, ac in fig. 1, & quinque arcus conſequenter accepti alicubi G H I, I K L, L M N, N O P, P Q R ſint æquales prorſus inter ſe, ac ſimiles. Ponantur autem bina puncta B', B hinc, & inde ab A in fig. 28

Tria genera hujus caſus notatu digniſſima.

Fig. 27.

Fig. 28. 29. 30.

ad

ad intervallum æquale dimidiæ amplitudini unius e quinque iis arcubus, uti uni GI, vel IL; in fig. 29 ad intervallum æquale integræ ipſi amplitudini; in fig. 30 ad intervallum æquale duplæ; ſint autem puncta L, N in omnibus hiſce figuris eadem, & quæratur, quæ futura ſit vis in quovis puncto *g* intervalli LN in hiſce tribus poſitionibus punctorum B'B.

Determinatio vis compoſitæ in iiſdem.

221. Si in Fig. 27 capiantur hinc, & inde ab ipſo *g* intervalla æqualia intervallis AB', AB reliquarum trium figurarum ita, ut *ge*, *gi* reſpondeant figuræ 28; *gc*, *gm* figuræ 29; *ga*, *go* figuræ 30; patet, intervallum *ei* fore æquale amplitudini LN, adeoque L*e*, N*i* æquales fore dempto communi L*i*, ſed puncta *e*, *i* debere cadere ſub arcus proximos directionum contrariarum; ob arcuum vero æqualitatem fore æqualem vim *ef* vi contrariæ *il*, adeoque in fig. 28 vim ab utraque compoſitam, reſpondentem puncto *g*, fore nullam. At quoniam *gc*, *gm* integræ amplitudini æquantur; cadent puncta *c*, *m* ſub arcus IKL, NOP, conformes etiam directione inter ſe, ſed directionis contrariæ reſpectu arcus LMN, eruntque æquales *m*N, *c*I ipſi *g*L, adeoque attractiones *mn*, *cd*, & repulſioni *gb* æquales, & inter ſe; ac idcirco in figura 29 habebitur vis attractiva *gb* compoſita ex iis binis dupla repulſivæ figuræ 27. Demum cum *ga*, *go* ſint æquales duplæ amplitudini, cadent puncta *a*, *o* ſub arcus GHI, PQR conformis directionis inter ſe, & cum arcu LMN, eruntque pariter binæ repulſiones *ab*, *op* æquales repulſioni *gb*, & inter ſe. Quare vis ex iis compoſita pro fig. 30 erit repulſio *gb* dupla repulſionis *gb* figuræ 27, & æqualis attractioni figuræ 29.

In alia diſpoſitione vim in tractu continuo fore nullam, in alia attractionem, in alia repulſionem, manente diſtantia: uſus in Phyſica ſummus.

222. Inde igitur jam patet, loci geometrici exprimentis vim compoſitam, qua bina puncta B', B agunt in tertium, partem, quæ reſpondet intervallo eidem LN, fore in prima e tribus eorum poſitionibus propoſitis ipſum axem LN, in ſecunda arcum attractivum LMN, in tertia repulſivum, utroque recedente ab axe ubique duplo plus, quam in fig. 27; ac pro quovis ſitu puncti *g* in toto intervallo LN in primo e tribus caſibus fore prorſus nullam, in ſecundo fore attractionem, in tertio repulſionem æqualem ei, quam bina puncta B', B exercerent in tertium punctum ſitum in *g*, ſi collocarentur ſimul in A, licet in omnibus hiſce caſibus diſtantia puncti ejuſdem *g* a medio ſyſtematis eorundem duorum punctorum, ſive a centro particulæ conſtantis iis duobus punctis ſit omnino eadem. Poſſunt autem in omnibus hiſce caſibus puncta B', B eſſe ſimul in arctiſſimis limitibus cohæſionis inter ſe, adeoque particulam quandam conſtantis poſitionis conſtituere. Æqualitas ejuſmodi accurata inter arcus, & amplitudines, ac limitum diſtantias in figura 1 non dabitur uſpiam; cum nullus arcus curvæ derivatæ utique continuæ, deductæ nimirum certa lege a curva continua, poſſit congruere accurate cum recta; at poterunt ea omnia ad æqualitatem accedere, quantum

libue-

Digitized by Google

libuerit: poterunt hæc ipſa diſcrimina haberi ad ſenſum per tractus continuos aliis modis multo adhuc pluribus, immo etiam pluribus in immenſum, ubi non duo tantummodo puncta, ſed immenſus eorum numerus conſtituat maſſulas, quæ in ſe agant, & ut in hoc ſimpliciſſimo exemplo deprompto e ſolo trium punctorum ſyſtemate, multo magis in ſyſtematis magis compoſitis, & plures idcirco variationes admittentibus, in eadem centrorum diſtantia, pro ſola varia poſitione punctorum componentium maſſulas ipſas vel a ſe mutuo repelli, vel ſe mutuo attrahere, vel nihil ad ſenſum agere in ſe invicem. Quod ſi ita res habet, nihil jam mirum accidet, quod quædam ſubſtantiæ inter ſe commixtæ ingentem acquirant inteſtinarum partium motum per effervescentiam, & fermentationem, quæ deinde ceſſet, particulis poſt novam commixtionem reſpective quieſcentibus; quod ex eodem cibo alia per ſecretionem repellantur, alia in ſuccum nutritium convertantur, ex quo ad eandem præterfluente diſtantiam alia aliis partibus ſolidis adhæreant, & per alias valvulas transmittantur, aliis libere progredientibus. Sed adhuc multa ſuperſunt notatu digniſſima, quæ pertinent ad ipſum etiam adeo ſimplex trium punctorum ſyſtema.

Alius caſus vis nullius trium punctorum poſitorum in directum ex diſtantiis limitum: tres alii in quorum binis vis nulla ex eliſione contrariarum.

223. Jaceant in figura 31 tria puncta ADB in directum: ea poterunt reſpective quieſcere, ſi omnibus mutuis viribus careant, quod fieret, ſi tres diſtantiæ AD, DB, AB omnes eſſent diſtantiæ limitum; ſed poteſt haberi etiam quies reſpectiva per eliſionem contrariarum virium. Porro virium mutuarum caſus diverſi tres eſſe poterunt: vel enim punctum medium D ab utroque extremorum A, B attrahitur, vel ab utroque repellitur, vel ab altero attrahitur, ab altero repellitur. In hoc poſtremo caſu, patet, non haberi quietem reſpectivam; cum debeat punctum medium moveri verſus extremum attrahens recedendo ſimul ab altero extremo repellente. In reliquis binis caſibus poterit utique res haberi: nam vires attractivæ, vel repulſivæ, quas habet medium punctum, poſſunt eſſe æquales; tum autem extrema puncta debebunt itidem attrahi a medio in primo caſu, repelli in ſecundo; quæ ſi ſe invicem e contrario æque repellant in caſu primo, attrahant in ſecundo; poterunt mutuæ vires elidi omnes.

Fig. 31.

In eorum altero niſus ad recuperandam poſitionem, in altero ad magis ab ea recedendum, ſi incipiant inde removeri.

224. Adhuc autem ingens eſt diſcrimen inter hoſce binos caſus. Si nimirum puncta illa a directione rectæ lineæ quidquam removeantur, ut nimirum medium punctum D diſtet jam non nihil a recta AB, delatum in C, in ſecundo caſu adhuc magis ſponte recedet inde, & in primo accedet iterum; vel ſi vi aliqua externa urgeatur, conabitur recuperare poſitionem priorem, & ipſi urgenti vi reſiſtet. Nam binæ repulſiones CM, CN adhuc habebuntur in ſecundo caſu in ipſo primo receſſu a D (licet eæ mutatis jam ſatis diſtantiis BD, AD in BC, AC, evadere poſſint attractiones) & vim componont

ponent directam per CH contrariam directioni tendenti ad rectam AB. At in primo caſu habebuntur attractiones CL, CK, quæ component vim CF directam verſus AB, quo caſu attractio AP cum repulſione AR, & attractio BV cum repulſione BS component vires AQ, BT, quibus puncta A, B ibunt obviam puncto C redeunti ad rectam tranſituram per illud punctum E, quod eſt in triente rectæ DC, & de quo ſupra mentionem fecimus num. 205.

Theoria generalior indicata: trium punctorum jacentium in directum: vis maxima ad conſervandam diſtantiam.

225. Hæc Theoria generaliter etiam non rectilineæ tantum, ſed & cuivis poſitioni trium maſſarum applicari poteſt, ac applicabitur infra, ubi etiam generale ſimpliciſſimum, ac fecundiſſimum theorema eruetur pro comparatione virium inter ſe; ſed hic interea evolvemus nonnulla, quæ pertinent ad ſimpliciorem hunc caſum trium punctorum. Inprimis fieri utique poteſt, ut ejuſmodi tria puncta poſitionem ad ſenſum rectilineam retineant cum prioribus diſtantiis, utcunque magna fuerit vis, quæ illa dimovere tentet, vel utcunque magna velocitas impreſſa fuerit ad ea e ſuo reſpectivo ſtatu deturbanda. Nam vires ejuſmodi eſſe poſſunt, ut tam in eadem directione ipſius rectæ, quam in directione ad eam perpendiculari, adeoque in quavis obliqua etiam, quæ in eas duas reſolvi cogitatione poteſt, validiſſimus exurgat conatus ad redeundum ad priorem locum, ubi inde diſceſſerint puncta. Contra vim impreſſam in directione ejuſdem rectæ ſatis eſt, ſi pro puncto medio attractio plurimum creſcat, aucta diſtantia ab utrolibet extremo, & plurimum decreſcat, eadem imminuta; ac pro utrovis puncto extremo ſatis eſt, ſi repulſio decreſcat plurimum aucta diſtantia ab extremo, & attractio plurimum creſcat, aucta diſtantia a medio, quod ſecundum utique fiet, cum, ut dictum eſt, debeat attractio medii in ipſum creſcere, aucta diſtantia. Si hæc ita ſe habuerint, ac vice verſa; differentia virium vi extrinſecæ reſiſtet, ſive ea tentet contrahere, ſive diſtrahere puncta, & ſi aliquod ex iis velocitatem in ea directione acquiſiverit utcunque magnam, poterit differentia virium eſſe tanta, ut extinguat ejuſmodi reſpectivam velocitatem tempuſculo, quantum libuerit, parvo, & poſt percurſum ſpatiolum, quantum libuerit, exiguum.

Quid ubi vis externa urgeat in latus: idea virgæ rigidæ, & virgæ flexilis.

226. Quod ſi vis urgeat perpendiculariter, ut ex. gr. punctum medium D moveatur per rectam DC perpendicularem ad AB; tum vires CK, CL poſſunt utique eſſe ita validæ, ut vis compoſita CF ſit poſt receſſum, quantum libuerit, exiguum ſatis magna ad ejuſmodi vim elidendam, vel ad extinguendam velocitatem impreſſam. In caſu vis, quæ conſtanter urgeat, & punctum D verſus C, & puncta A, B ad partes oppoſitas, habebitur inflexio; ac in caſu vis, quæ agat in eadem directione rectæ jungentis puncta, habebitur contractio, ſeu diſtractio; ſed vires reſiſtentes ipſis poterunt eſſe ita validæ, ut & inflexio, & contractio, vel diſtractio, ſint prorſus inſenſibiles;

ac

ac ſi actione externa velocitas imprimatur punctis ejuſmodi, quæ flexionem, vel contractionem, aut diſtractionem inducat, tum ipſa puncta permittantur ſibi libera; habebitur oſcillatio quædam, angulo jam in alteram plagam obverſo, jam in alteram oppoſitam, ac longitudine ejus veluti virgæ conſtantis iis tribus punctis jam aucta, jam imminuta, fieri poterit; ut oſcillatio ipſa ſenſum omnem effugiat, quod quidem exhibebit nobis ideam virgæ, quam vocamus rigidam, & ſolidam, contractionis nimirum, & dilatationis incapacem, quas proprietates nulla virga in Natura habet accurate tales, ſed tantummodo ad ſenſum. Quod ſi vires ſint aliquanto debiliores, tum vero & inflexio ex vi externa mediocri, & oſcillatio, ac tremor erunt majores, & jam hinc ex ſimpliciſſimo trium punctorum ſyſtemate habebitur ſpecies quædam ſatis idonea ad ſiſtendum animo diſcrimen, quod in Natura obverſatur quotidie oculis, inter virgas rigidas, ac eas, quæ ſunt flexiles, & ex elaſticitate trementes.

Syſtemate inflexo per vires parallelas vis puncti medii contraria extremis, & æqualis eorum ſummæ.

227. Ibidem ſi binæ vires, ut AQ, BT fuerint perpendiculares ad AB, vel etiam utcunque parallelæ inter ſe, tertia quoque erit parallela illis, & æqualis earum ſummæ, ſed directionis contrariæ. Ducta enim CD parallela iis, tum ad illam KI parallela BA, erit ob CK, VB æquales, triangulum CIK æquale ſimili BTV, ſive TBS, adeoque CI æqualis BT, IK æqualis BS, ſive AR, vel QP. Quare ſi ſumpta IF æquali AQ ducatur KF; erit triangulum FIK æquale AQP, ac proinde FK æqualis, & parallela AP, ſive LC, & CLFK parallelogrammum, ac CF, diameter ipſius, exprimet vim puncti C utique parallelam viribus AQ, BT, & æqualem earum ſummæ, ſed directionis contrariæ. Quoniam vero eſt SB ad BT, ut BD ad DC; ac AQ ad AR, ut DC ad DA; erit ex æqualitate perturbata AQ ad BT, ut BD ad DA, nimirum vires in A, & B in ratione reciproca diſtantiarum AD, DB a recta CD ducta per C ſecundum directionem virium.

Poſtremum theorema generale, ubi etiam tria puncta non jaceant in directum.

228. Ea, quæ hoc poſtremo numero demonſtravimus, æque pertinent ad actiones mutuas trium punctorum habentium poſitionem mutuam quamcunque, etiam ſi a rectilinea recedat quantumlibet; nam demonſtratio generalis eſt: ſed ad maſſas utcunque inæquales, & in ſe agentes viribus etiam divergentibus, multo generalius traduci poſſunt, ac traducentur inferius, & ad æquilibrii leges, & vectem, & centra oſcillationis ac percuſſionis nos deducent. Sed interea pergemus alia nonnulla perſequi pertinentia itidem ad puncta tria, quæ in directum non jaceant.

Æquilibrium trium punctorum non in directum jacentium impoſſibile ſine vi externa, niſi

229. Si tria puncta non jaceant in directum, tum vero ſine externis viribus non poterunt eſſe in æquilibrio; niſi omnes tres diſtantiæ, quæ latera trianguli conſtituunt, ſint diſtantiæ limitum figuræ 1. Cum enim vires illæ mutuæ non habeant

ſint in diſtantiis limitum: cum iis qui niſus ad retinendam formam ſyſtematis.

directiones oppoſitas; ſive unica vis ab altero e reliquis binis punctis agat in tertium punctum, ſive ambæ; haberi debebit in illo tertio puncto motus, vel in recta, quæ jungit ipſum cum puncto agente, vel in diagonali parallelogrammi, cujus latera binas illas exprimant vires. Quamobrem ſi aſſumantur in figura 1 tres diſtantiæ limitum ejuſmodi, ut nulla ex iis ſit major reliquis binis ſimul ſumptis, & ex ipſis conſtituatur triangulum, ac in ſingulis angulorum cuſpidibus ſingula materiæ puncta collocentur; habebitur ſyſtema trium punctorum quieſcens, cujus punctis ſingulis ſi imprimantur velocitates æquales, & parallelæ; habebitur ſyſtema progrediens quidem, ſed reſpective quieſcens; adeoque iſtud etiam ſyſtema habebit ibi ſuum quemdam limitem, ſed horum quoque limitum duo genera erunt: ii, qui orientur ab omnibus tribus limitibus cohæſionis, erunt ejuſmodi, ut mutata poſitione, conentur ipſam recuperare, cum debeant conari recuperare diſtantias: ii vero, in quibus etiam una e tribus diſtantiis fuerit diſtantia limitis non cohæſionis, erunt ejuſmodi, ut mutata poſitione: ab ipſa etiam ſponte magis diſcedat ſyſtema punctorum eorundem. Sed conſideremus jam caſus quoſdam peculiares, & elegantes, & utiles, qui huc pertinent.

Elegans theoria puncti ſiti in perimetro ellipſis binis aliis occupantibus foco: ſuis nulla in verticibus axium.

230. Sint in fig. 32 tria puncta A E B ita collocata, ut tres diſtantiæ A B, A E, B E ſint diſtantiæ limitum cohæſionis, & poſtremæ duæ ſint æquales. Focis A, B concipiatur ellipſis tranſiens per E, cujus axis transverſus ſit F O, conjugatus E H, centrum D: ſit in fig. 1 A N æqualis ſemiaxi tranſverſo hujus D O, ſive B E, vel A E, ac ſit D B hic minor, quam in fig. 1 amplitudo proximorum arcuum L N, N P, & ſint in eadem fig. 1 arcus ipſi N M, N O ſimiles, & æquales ita, ut ordinatæ uy, zt, æque diſtantes ab N, ſint inter

Fig. 1. 32.

ſe æquales. Inprimis ſi punctum materiæ ſit hic in E; nullam ibi habebit vim, cum A E, B E ſint æquales diſtantiæ A N limitis N figuræ 1; ac eadem eſt ratio pro puncto collocato in H. Quod ſi fuerit in O, itidem erit in æquilibrio. Si enim aſſumantur in fig. 1 A z, A u æquales hiſce B O, A O; erunt N z, N u illius æquales D B, D A hujus, adeoque & inter ſe. Quare & vires illius zt, uy erunt æquales inter ſe, quæ cum pariter oppoſitæ directionis ſint, ſe mutuo elident; ac eadem ratio eſt pro collocatione in F. Attrahetur hic utique A, & repelletur B ab O; ſed ſi limes, qui reſpondet diſtantiæ A B, ſit ſatis validus; ipſa puncta nihil ad ſenſum diſcedent a focis ellipſeos, in quibus fuerant collocata, vel ſi debeant diſcedere ob limitem minus validum, conſiderari poterunt per externam vim ibidem immota, ut contemplari liceat ſolam relationem tertii puncti ad illa duo.

In reliquis puncti perimetri vis directa per ipſam perime-

231. Manet igitur immotum, ac ſine vi, punctum collocatum tam in verticibus axis conjugati ejus ellipſeos, quam in verticibus axis tranſverſi; & ſi ponatur in quovis puncto C peri-

perimetri ejus ellipſeos, tum ob AC, CB ſimul æquales in ellipſi axi tranſverſo, ſive duplo ſemiaxi DO; erit AC tanto longior, quam ipſa DO, quanto BC brevior; adeoque ſi jam in fig. 1 ſint Au, Az æquales hiſce AC, BC; habebuntur ibi utique uy, zt itidem æquales inter ſe. Quare hic attractio CL æquabitur repulſioni CM, & LIMC erit rhombus, in quo inclinatio IC ſecabit bifariam angulum LCM; ac proinde ſi ea utrinque producatur in P, & Q; angulus ACP, qui eſt idem, ac LCI, erit æqualis angulo BCQ, qui eſt ad verticem oppoſitus angulo ICM. Quæ cum in ellipſi ſit notiſſima proprietas tangentis relatæ ad focos; erit ipſa PQ tangens. Quamobrem dirigetur vis puncti C in latus ſecundum tangentem, ſive ſecundum directionem arcus elliptici, atque id, ubicunque fuerit punctum in perimetro ipſa, verſus verticem propiorem axis conjugati, & ſibi relictum ibit per ipſam perimetrum verſus eum verticem, niſi quatenus ob vim centrifugam motum non nihil adhuc magis incurvabit.

trum verſus vertices axis conjugati.

Analogia verticum binorum axium cum limitibus curvæ virium.

232. Quamobrem hic jam licebit contemplari in hac curva perimetro viciſſitudinem limitum prorſus analogorum limitibus cohæſionis, & non cohæſionis, qui habentur in axe rectilineo curvæ primigeniæ figuræ 1. Erunt limites quidam in E, in F, in H, in O, in quibus nimirum vis erit nulla, cum in omnibus punctis C intermediis ſit aliqua. Sed in E, & H erunt ejuſmodi, ut ſi utravis ex parte punctum dimoveatur, per ipſam perimetrum, debeat redire verſus ipſos ejuſmodi limites, ſicut ibi accidit in limitibus cohæſionis; at in F, & O erit ejuſmodi, ut in utramvis partem, quantum libuerit, parum inde punctum dimotum fuerit, ſponte debeat inde magis uſque recedere, prorſus ut ibi accidit in limitibus non cohæſionis.

Quando limites contrario modo poſiti: caſus elegantiſſimi alternationis plurium limitum in perimetro ellipſeos.

233. Contrarium accideret, ſi DO æquaretur diſtantiæ limitis non cohæſionis: tum enim diſtantia BC minor haberet attractionem CK, diſtantia major AC repulſionem CN, & vis compoſita per diagonalem CG rhombi CNGK haberet itidem directionem tangentis ellipſeos; & in verticibus quidem axis utriuſque haberetur limes quidam, ſed punctum in perimetro collocatum tenderet verſus vertices axis tranſverſi, non verſus vertices axis conjugati, & hi referrent limites cohæſionis, illi e contrario limites non cohæſionis. Sed adhuc major analogia in perimetro harum ellipſium habebitur cum axe curvæ primigeniæ figuræ 1; ſi fuerit DO æqualis diſtantiæ limitis cohæſionis AN illius, & DB in hac major, quam in fig. 1 amplitudo NL, NP; multo vero magis, ſi ipſa hujus DB ſuperet plures ejuſmodi amplitudines, ac arcuum æqualitas maneat hinc, & inde. per totum ejuſmodi ſpatium. Ubi enim AC hujus figuræ fiet æqualis abſciſſæ AP illius, etiam BC hujus fiet pariter æqualis AL illius. Quare in ejuſmodi loco habebitur limes, & ante ejuſmodi locum verſus A diſtantia

 lon-

longior AC habebit repulſionem, & BC brevior attractionem, ac rhombus erit KGNC, & vis dirigetur verſus O. Quod ſi alicubi ante in loco adhuc propiore O diſtantiæ AC, BC æquarentur abſciſſis AR, AI figuræ 1; ibi iterum eſſet limes; ſed ante eum locum rediret iterum repulſio pro minore diſtantia, attractio pro majore, & iterum rhombi diameter jaceret verſus verticem axis conjugati E. Generaliter autem ubi ſemiaxis transverſus æquatur diſtantiæ cujuſpiam limitis cohæſionis, & diſtantia punctorum a centro ellipſeos, ſive ejus eccentricitas eſt major, quam intervallum dicti limitis a pluribus ſibi proximis hinc, & inde, ac maneat æqualitas arcuum, habebuntur in ſingulis quadrantibus perimetri ellipſeos tot limites, quot limites tranſibit eccentricitas hinc translata in axem figuræ 1, a limite illo nominato, qui terminet in fig. 1 ſemiaxem tranſverſum hujus ellipſeos; ac præterea habebuntur limites in verticibus amborum ellipſeos axium; eritque incipiendo ab utrovis vertice axis conjugati in gyrum per ipſam perimetrum is limes primus cohæſionis, tum illi proximus eſſet non cohæſionis, deinde alter cohæſionis, & ita porro, donec redeatur ad primum, ex quo incœptus fuerit gyrus, vi in tranſitu per quemvis ex ejuſmodi limitibus mutante directionem in oppoſitam. Quod ſi ſemiaxis hujus ellipſeos æquetur diſtantiæ limitis non cohæſionis figuræ 1; res eodem ordine pergit cum hoc ſolo diſcrimine, quod primus limes, qui habetur in vertice ſemiaxis conjugati ſit limes non cohæſionis, tum eundo in gyrum ipſi proximus ſit cohæſionis limes, deinde iterum non cohæſionis, & ita porro.

Perimetri plurium ellipſium æquivalentes limitibus.

234. Verum eſt adhuc alia quædam analogia cum iis limitibus; ſi conſiderentur plures ellipſes iiſdem illis focis, quarum ſemiaxes ordine ſuo æquentur diſtantiis, in altera cujuſpiam e limitibus cohæſionis figuræ 1, in altera limitis non cohæſionis ipſi proximi, & ita porro alternatim, communis autem illa eccentricitas ſit adhuc etiam minor quavis amplitudine arcuum interceptorum limitibus illis figuræ 1, ut nimirum ſingulæ ellipſium perimetri habeant quaternos tantummodo limites in quatuor verticibus axium. Ipſæ ejuſmodi perimetri totæ erunt quidam veluti limites relate ad acceſſum, & receſſum a centro. Punctum collocatum in quavis perimetro habebit determinationem ad motum ſecundum directionem perimetri ejuſdem; at collocatum inter binas perimetros diriget ſemper vim ſuam ita, ut tendat verſus perimetrum definitam per limitem cohæſionis figuræ 1, & recedat a perimetro definita per limitem non cohæſionis; ac proinde punctum a perimetro primi generis dimotum conabitur ad illam redire; & dimotum a perimetro ſecundi generis, ſponte illam adhuc magis fugiet, ac recedet.

Demonſtratio;

236. Sint enim in fig. 33. ellipſium FEOH, F'E'O'H', F''E''O''H'' ſemiaxes DO, DO', DO'' æquales primus diſtan-

ſtantiæ A L limitis non cohæſionis figuræ 1; ſecundus diſtantiæ A N limitis cohæſionis; tertius diſtantiæ A P limitis iterum non cohæſionis, & primo quidem collocetur C aliquanto ultra perimetrum mediam F'E'O'H': erunt A C, B C majores, quam ſi eſſent in perimetro, adeoque in fig. 1 factis A *u*, A *z* majoribus, quam eſſent prius, decreſcet repulſio *zt*, creſcet attractio *uy*; ac proinde hic in parallelogrammo L C M I erit attractio C L major, quam repulſio C M, & idcirco accedet directio diagonalis C I magis ad C L, quam ad C M, & inflectetur introrſum verſus perimetrum mediam. Contra vero ſi C' ſit intra perimetrum mediam, factis B C', A C' minoribus, quam ſi eſſent in perimetro media; creſcet repulſio C'M', & decreſcet attractio C'L', adeoque directio C'I' accedet magis ad priorem C'M', quam ad poſteriorem C'L', & vis dirigetur extrorſum verſus eandem mediam perimetrum. Contrarium autem accideret ob rationem omnino ſimilem in vicinia primæ, vel tertiæ perimetri: atque inde patet, quod fuerat propoſitum. Fig. 1. 33.

236. Quoniam arcus hinc, & inde a quovis limite non ſunt prorſus æquales; quanquam, ut ſupra obſervavimus num. 184, exigui arcus ordinatas ad ſenſum æquales hinc, & inde habere debeant; curva, per cujus tangentem perpetuo dirigatur vis, licet in exigua eccentricitate debeat eſſe ad ſenſum ellipſis, tamen nec in iis erit ellipſis accurate, nec in eccentricitatibus majoribus ad ellipſes multum accedet. Erunt tamen ſemper aliquæ curvæ, quæ determinent continuam directionem virium, & curvæ etiam, quæ trajectoriam deſcribendam definiant, habita quoque ratione vis centrifugæ: atque hic quidem uberrima ſeges ſuccreſcit problematum Geometriæ, & Analyſi exercendæ aptiſſimorum; ſed omnem ego quidem ejuſmodi perquiſitionem omittam, cujus nimirum ad Theoriæ applicationem uſus mihi idoneus occurrit nullus; & quæ huc uſque vidimus, abunde ſunt ad oſtendendam elegantem ſane analogiam alternationis in directione virium agentium in latus, cum viribus primigeniis ſimplicibus, ac harum limitum cum illarum limitibus, & ad ingerendam animo ſemper magis caſuum, & combinationum diverſarum ubertatem tantam in ſolo etiam trium punctorum ſyſtemate ſimpliciſſimo; unde conjectare liceat, quid futurum ſit, ubi immenſus quidam punctorum numerus coaleſcat in maſſulas conſtituentes omnem hanc uſque adeo inter ſe diverſorum corporum multitudinem ſane immenſam.

Alias curvas ellipſibus ſubſtituendas: ampla problematum ſeges, ſed minus utilis: immenſa combinationum varietas.

237. At præterea eſt & alius inſignis, ac magis determinatus fructus, quem ex ejuſmodi contemplationibus capere poſſumus, uſui futurus etiam in applicatione Theoriæ ad Phyſicam. Si nimirum duo puncta A, & B ſint in diſtantia limitis cohæſionis ſatis validi, & punctum tertium collocatum in vertice axis conjugati in E diſtantiam a reliquis habeat, quam habet limes itidem cohæſionis ſatis validus; poterit ſane vis,

Converſio totius ſyſtematis illæſi: impulſu per perimetrum ellipſeos oſcillatio: idea liquationis, & conglaciationis.

vis, qua ipſum retinetur in eo vertice, eſſe admodum ingens pro utcunque exigua dimotione ab eo loco, ut ſine ingenti externa vi inde magis dimoveri non poſſit. Tum quidem ſi quis impediat motum puncti B, & circa ipſum circumducat punctum A, ut in fig. 34 abeat in A'; abibit utique & E verſus E', ut ſervetur forma trianguli A E B, quam neceſſario requirit conſervatio diſtantiarum, ſive laterum inducta a limitum validitate, & in qua ſola poterit reſpective quieſcere ſyſtema, ac habebitur idea quædam ſoliditatis cujus & ſupra injecta eſt mentio. At ſi ſtantibus in fig. 32 punctis A, B per quaſpiam vires externas, quæ eorum motum impediant, vis aliqua exerceatur in E ad ipſum a ſua poſitione deturbandum; donec ea fuerit mediocris, dimovebit illud non nihil; tum, illa ceſſante, ipſum ſe reſtituet, & oſcillabit hinc, & inde ab illo vertice per perimetrum curvæ cujuſdam proximæ arcui elliptico. Quo major fuerit vis externa dimovens, eo major oſcillatio fiet; ſed ſi non fuerit tanta, ut punctum a vertice axis conjugati recedens deveniat ad verticem axis tranſverſi; ſemper retro curſus reflectetur, & deſcribetur minus, quam ſemiellipſis. Verum ſi vis externa coegerit percurrere totum quadrantem, & tranſilire ultra verticem axis tranſverſi; tum vero gyrabit punctum circumquaque per totam perimetrum motu continuo, quem a vertice axis conjugati ad verticem tranſverſi retardabit, tum ab hoc ad verticem conjugati accelerabit, & ita porro, nec ſiſtetur periodicus converſionis motus, niſi exteriorum punctorum impedimentis occurrentibus, quæ ſenſim celeritatem imminuant, & poſt ipſos ejuſmodi motus periodicos per totum ambitum reducant meras oſcillationes, quas contrahant, & priſtinam debitam poſitionem reſtituant, in qua una haberi poteſt quies reſpectiva. An non ejuſmodi aliquid accidit, ubi ſolida corpora, quorum partes certam poſitionem ſervant ad ſe invicem, ingenti agitatione accepta ab igneis particulis liqueſcunt, tum iterum refrigeſcentes, agitatione ſenſim ceſſante per vires, quibus igneæ particulæ emittuntur, & evolant, poſitionem priorem recuperant, ac tenaciſſime iterum ſervant, & tuentur? Sed hæc de trium punctorum ſyſtemate hucuſque dicta ſint ſatis.

Syſtema punctorum quatuor, in eodem plano cum diſtantiis limitum, ſuæ formæ tenax.

238. Quatuor, & multo magis plurium, punctorum ſyſtemata multo plures nobis variationes objicerent; ſi rite ad examen vocarentur; ſed de iis id unum innuam. Ea quidem in plano eodem poſſunt poſitionem mutuam tueri tenaciſſime; ſi ſingulorum diſtantiæ a reliquis æquentur diſtantiis limitum ſatis validorum figuræ 1: neque enim in eodem plano poſitionem reſpectivam mutare poſſunt, aut aliquod ex iis exire e plano ducto per reliqua tria, niſi mutet diſtantiam ab aliquo e reliquis, cum datis trium punctorum diſtantiis mutuis detur triangulum, quod conſtituere debent, tum datis diſtantiis quarti a duobus detur itidem ejus poſitio reſpectu eorum in eodem plano, & detur diſtantia ab eorum tertio, quæ, ſi id punctum exeat e

priore

priore plano, ſed retineat ab iis duobus diſtantiam priorem, mutari utique debet, ut facili negotio demonſtrari poteſt.

Alia ratio ſyſtematis punctorum quatuor in eodem plano cum idea virgæ rigidæ, & flexilis: ſyſtema eorundem formæ pyramidalis: ordines varii particularum pyramidalium.

239. Quin immo in ipſa ellipſi conſiderari poſſunt puncta quatuor, duo in focis, & alia duo hinc, & inde a vertice axis conjugati in ea diſtantia a ſe invicem, ut vi mutua repulſiva ſibi invicem elidant vim, qua juxta præcedentem Theoriam urgentur in ipſum verticem; quo quidem pacto rectangulum quoddam terminabunt, ut exhibet fig. 35, in punctis A, B, C, D. Atque inde ſi ſupra angulos quadratæ baſis aſſurgant ſeries ejuſmodi punctorum exhibentium ſeries continuas rectangulorum, habebitur quædam adhuc magis præciſa idea virgæ ſolidæ, in qua ſi baſis ima inclinetur; ſtatim omnia ſuperiora puncta movebuntur in latus, ut rectangulorum illorum poſitionem retineant, & celeritas converſionis erit major, vel minor, prout major fuerit, vel minor vis illa in latus, quæ ubi fuerit aliquanto languidior, multo ſerius progredietur vertex, quam fundum, & inflectetur virga, quæ inflexio in omni virgarum genere apparet adhuc multo magis manifeſta, ſi celeritas converſionis fuerit ingens. Sed extra idem planum poſſunt quatuor puncta collocari ita, ut poſitionem ſuam validiſſime tueantur, etiam ope unicæ diſtantiæ limitis unici ſatis validi. Poteſt enim fieri pyramis regularis, cujus latera ſingula triangularia habeant ejuſmodi diſtantiam. Tum ea pyramis conſtituet particulam quandam ſuæ figuræ tenaciſſimam, quæ in puncta, vel pyramides ejuſmodi aliquanto remotiores ita poterit agere, ut ejus puncta reſpectivum ſitum nihil ad ſenſum mutent. Ex quatuor ejuſmodi particulis in aliam majorem pyramidem diſpoſitis fieri poterit particula ſecundi ordinis aliquanto minus figuræ tenax ob majorem diſtantiam particularum primi eam componentium, qua fit, ut vires in eaſdem ab externis punctis impreſſæ multo magis inæquales inter ſe ſint, quam fuerint in punctis conſtituentibus particulas ordinis primi; ac eodem pacto ex his ſecundi ordinis particulis fieri poſſunt particulæ ordinis tertii adhuc minus tenaces figuræ ſuæ, atque ita porro, donec ad eas deventum ſit multo majores, ſed adhuc multo magis mobiles, atque variabiles, ex quibus pendent chemicæ operationes, & ex quibus hæc ipſa craſſiora corpora componuntur, ubi id ipſum accideret, quod Newtonus in poſtrema Opticæ quæſtione propoſuit de particulis ſuis primigeniis, & elementaribus, alias diverſorum ordinum particulas efformantibus. Sed de particularibus hiſce ſyſtematis determinati punctorum numeri jam ſatis, ac ad maſſas potius generaliter conſiderandas faciemus gradum.

Fig. 35.

Tranſitus ad maſſas: quid centrum gravitatis: theoremata hic de eo demonſtranda.

240. In maſſis primum nobis ſe offerunt conſiderandæ elegantiſſimæ ſane, ac & fœcundiſſimæ, & utiliſſimæ proprietates centri gravitatis, quæ quidem e noſtra Theoria ſponte propemodum fluunt, aut ſaltem ejus ope evidentiſſime demonſtrantur. Porro centrum gravitatis a gravium æquilibrio nomen accepit ſuum, a quo etiam ejus conſideratio ortum duxit; ſed id quidem a gravitate

Digitized by Google

tate non pendet, ſed ad maſſam potius pertinet. Quamobrem ejus definitionem proferam ab ipſa gravitate nihil omnino pendentem, quanquam & nomen retinebo, & innuam, unde originem duxerit; tum demonſtrabo accuratiſſime, in quavis maſſa haberi aliquod gravitatis centrum, idque unicum, quod quidem paſſim omittere ſolent, & perperam; deinde ad ejus proprietatem præcipuam exponendam gradum faciam, demonſtrando celeberrimum theorema a Newtono propoſitum, centrum gravitatis commune maſſarum, ſive mihi punctorum quotcunque, & utcunque diſpoſitorum, quorum ſingula moveantur ſola inertiæ vi motibus quibuſcunque, qui in ſingulis punctis uniformes ſint, in diverſis utcunque diverſi, vel quieſcere, vel moveri uniformiter in directum: tum vero mutuas actiones quaſcunque inter puncta quælibet, vel omnia ſimul, nihil omnino turbare centri communis gravitatis ſtatum quieſcendi, vel movendi uniformiter in directum, unde nobis & actionis, ac reactionis æqualitas in maſſis quibuſque, & principia colliſiones corporum definientia, & alia plurima ſponte provenient. Sed aggrediamur rem ipſam.

Definitio centri gravitatis non pendens ab idea gravitatis: ejus congruentia cum idea communi.

241. Centrum igitur commune gravitatis punctorum quotcunque, & utcunque diſpoſitorum, appellabo id punctum, per quod ſi ducatur planum quodcunque; ſumma diſtantiarum perpendicularium ab eo plano punctorum omnium jacentium ex altera ejuſdem parte, æquetur ſummæ diſtantiarum ex altera. Id quidem extenditur ad quaſcunque, & quotcunque maſſas; nam eorum ſingulæ punctis utique conſtant, & omnes ſimul ſunt quædam punctorum diverſorum congeries. Nomen traxit ab æquilibrio gravium, & natura vectis, de quibus agemus infra: ex iis habetur illud, ſingula pondera ita connexa per virgas inflexiles, ut moveri non poſſint, niſi motu circa aliquem horizontalem axem, exerere ad converſionem vim proportionalem ſibi, & diſtantiæ perpendiculari a plano verticali ducto per axem ipſum; unde fit, ut ubi ejuſmodi vires, vel, ut ea vocant, momenta virium hinc, & inde æqualia fuerint, habeatur æquilibrium. Porro ipſa pondera in noſtris gravibus, in quibus gravitatem concipimus, ac etiam ad ſenſum experimur, proportionalem in ſingulis quantitati materiæ, & agentem directionibus inter ſe parallelis, proportionalia ſunt maſſis, adeoque punctorum eas conſtituentium numero; quam ob rem idem eſt, ea pondera in diſtantias ducere, ac aſſumere ſummam omnium diſtantiarum omnium punctorum ab eodem plano. Quod ſi igitur reſpectu aggregati cujuſcunque punctorum materiæ quotcunque, & quomodocunque diſpoſitorum ſit aliquod punctum ſpatii ejuſmodi, ut, ducto per ipſum quovis plano, ſumma diſtantiarum ab illo punctorum jacentium ex parte altera æquetur ſummæ diſtantiarum jacentium ex altera; concipiantur autem ſingula ea puncta animata viribus æqualibus, & parallelis, cujuſmodi ſunt vires, quas in noſtris gravibus concipimus; illud utique conſequitur,

ſuſpen-

ſuſpenſo utcunque ex ejuſmodi puncto, quale definivimus gravitatis centrum, omni eo ſyſtemate, cujus ſyſtematis puncta viribus quibuſcunque, vel conceptis virgis inflexilibus, & gravitate carentibus, poſitionem mutuam, & reſpectivum ſtatum, ac diſtantias omnino ſervent, id ſyſtema fore in æquilibrio; atque illud ipſum requiri, ut in æquilibrio ſit. Si enim vel unicum planum ductum per id punctum ſit ejuſmodi, ut ſummæ illæ diſtantiarum non ſint æquales hinc, & inde; converſo ſyſtemate omni ita, ut illud punctum evadat verticale, jam non eſſent æquales inter ſe ſummæ momentorum hinc, & inde, & altera pars alteri præponderaret. Verum hæc quidem, uti ſupra monui, fuit occaſio quædam nominis imponendi; at ipſum punctum ea lege determinatum longe ulterius extenditur, quam ad ſolas maſſas animatas viribus æqualibus, & parallelis, cujuſmodi concipiuntur a nobis in noſtris gravibus, licet ne in ipſis quidem accurate ſint tales. Quamobrem aſſumpta ſuperiore definitione, quæ a gravitatis, & æquilibrii natura non pendet, progrediar ad deducenda inde corollaria quædam, quæ nos ad ejus proprietates demonſtrandas deducant.

Corollarium generale pertinens ad ſummas diſtantiarum omnium punctorum maſſæ a plano tranſeunte per centrum gravitatis æquales utrinque.

242. Primo quidem ſi aliquod fuerit ejuſmodi planum, ut binæ ſummæ diſtantiarum perpendicularium punctorum omnium hinc, & inde acceptorum æquentur inter ſe; æquabuntur & ſummæ diſtantiarum acceptarum ſecundum quancunque aliam directionem datam, & communem pro omnibus. Erit enim quævis diſtantia perpendicularis ad quanvis in dato angulo inclinatam ſemper in eadem ratione, ut patet. Quare & ſummæ illarum ad harum ſummas erunt in eadem ratione, ac æqualitas ſummarum alterius binarii utriuslibet ſecum trahet æqualitatem alterius. Quare in ſequentibus, ubi diſtantias nominavero, niſi exprimam perpendiculares, intelligam generaliter diſtantias acceptas in quavis directione data.

Bina theoremata pertinentia ad planum parallelum plano diſtantiarum æqualium cum eorum demonſtrationibus.

243. Quod ſi aſſumatur planum aliud quodcunque parallelum plano habenti æquales hinc, & inde diſtantiarum ſummas; ſumma diſtantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera ſuperabit ſummam jacentium ex altera, exceſſu æquali diſtantiæ planorum acceptæ ſecundum directionem eandem ductæ in numerum punctorum: & vice verſa ſi duo plana parallela ſint, ac is exceſſus alterius ſummæ ſupra ſummam alterius in altero ex iis æquetur eorum diſtantiæ ductæ in numerum punctorum; planum alterum habebit oppoſitarum diſtantiarum ſummas æquales. Id quidem facile concipitur; ſi concipiatur, planum diſtantiarum æqualium moveri verſus illud alterum planum motu parallelo ſecundum eam directionem, ſecundum quam ſumuntur diſtantiæ. In eo motu diſtantiæ ſingulæ ex altera parte creſcunt, ex altera decreſcunt continuo tantum, quantum promovetur planum, & ſi aliqua diſtantia evaneſcit interea; jam eadem deinde incipit tantundem ex parte contraria creſcere. Quare patet exceſſum omnium citeriorum

P diſtan-

diſtantiarum ſupra omnes ulteriores æquari progreſſui plani toties ſumpto, quot puncta habentur, & in regreſſu deſtruitur e contrario, quidquid in ejuſmodi progreſſu eſt factum, atque idcirco ad æqualitatem reditur. Verum ut demonſtratio quam-accuratiſſima evadat, exprimat in fig. 36 recta AB planum diſtantiarum æqualium, & CD planum ipſi parallelum, ac omnia puncta diſtribui poterunt in claſſes tres, in quorum prima ſint omnia puncta jacentia citra utrumque planum, ut punctum E; in ſecunda omnia puncta jacentia inter utrumque, ut F, in tertia omnia puncta adhuc jacentia ultra utrumque, ut G. Rectæ autem per ipſa ductæ in directione data quacunque, occurrant rectæ AB in M, H, K, & rectæ CD in N, I, L; ac ſit quædam recta directionis ejuſdem ipſis AB, CD occurrens in O, P. Patet, ipſam OP fore æqualem ipſis MN, HI, KL. Dicatur jam ſumma omnium punctorum E primæ claſſis E, & diſtantiarum omnium EM ſumma e; punctorum F ſecundæ claſſis F, & diſtantiarum f; punctorum G tertiæ claſſis ſumma G, & diſtantiarum earundem g; diſtantia vero OP dicatur O. Patet, ſummam omnium MN fore $E \times O$; ſummam omnium HI fore $F \times O$; ſummam omnium KL fore $G \times O$; erit autem quævis $EN = EM + MN$; quævis $FI = HI - FH$; quævis $GL = KG - KL$. Quare ſumma omnium EN erit $e + E \times O$; ſumma omnium FI $= F \times O - f$, & ſumma omnium $GL = g - G \times O$; adeoque ſumma omnium diſtantiarum punctorum jacentium citra planum CD, primæ nimirum, ac ſecundæ claſſis, erit $e + E \times O + F \times O - f$, & ſumma omnium jacentium ultra, nimirum claſſis tertiæ, erit $g - G \times O$. Quare exceſſus prioris ſummæ ſupra ſecundam erit $e + E \times O + F \times O - f - g + G \times O$; adeoque ſi prius fuerit $e = f + g$; deleto $e - f - g$, totus exceſſus erit $E \times O + F \times O + G \times O$, ſive $(E + F + G) \times O$, ſumma omnium punctorum ducta in diſtantiam planorum; & vice verſa ſi is exceſſus reſpectu ſecundi plani BC fuerit æqualis huic ſummæ ductæ in diſtantiam O, oportebit, $e - f - g$ æquetur nihilo, adeoque ſit $e = f + g$, nimirum reſpectu primi plani AB ſummas diſtantiarum hinc, & inde æquales eſſe.

Fig. 36.

Complementum demonſtrationis, ut extendatur ad omnes caſus.

244. Si aliqua puncta ſint in altero ex iis planis, ea ſuperioribus formulis contineri poſſunt, concepta *zero* ſingulorum diſtantia a plano, in quo jacent; ſed & ii caſus involvi facile poſſent, concipiendo alias binas punctorum claſſes; quorum priora ſint in priore plano AB, poſteriora in poſteriore CB, quæ quidem nihil rem turbant: nam prioris claſſis diſtantiæ a priore plano erunt omnes ſimul *zero*, & a poſteriore æquabuntur diſtantiæ O ductæ in eorum numerum, quæ ſumma accedit priori ſummæ punctorum jacentium citra; poſterioris autem claſſis diſtantiæ a priore erant prius ſimul æquales ſummæ ipſorum ductæ itidem in O, & deinde fiunt nihil; adeoque ſum-

ſummæ diſtantiarum punctorum jacentium ultra, demitur horum poſteriorum punctorum ſumma itidem ducta in O, & proinde exceſſui ſummæ citeriorum ſupra ſummam ulteriorum accedit ſumma omnium punctorum harum duarum claſſium ducta in eandem O.

245. Quod ſi planum parallelum plano diſtantiarum æqualium jaceat ultra omnia puncta; jam habebitur hoc theorema: *Summa omnium diſtantiarum punctorum omnium ab eo plano æquabitur diſtantiæ planorum ductæ in omnium punctorum ſummam, & ſi fuerint duo plana parallela ejuſmodi, ut alterum jaceat ultra omnia puncta, & ſumma omnium diſtantiarum ab ipſo æquetur diſtantiæ planorum ductæ in omnium punctorum numerum; alterum illud planum erit planum diſtantiarum æqualium.* Id ſane patet ex eo, quod jam ſecunda ſumma pertinens ad puncta ulteriora, quæ nulla ſunt, evaneſcat, & exceſſus totus ſit ſola prior ſumma. Quin immo idem theorema habebit locum pro quovis plano habente etiam ulteriora puncta, ſi citeriorum diſtantiæ habeantur pro poſitivis, & ulteriorum pro negativis; cum nimirum ſumma conſtans poſitivis, & negativis ſit ipſe exceſſus poſitivorum ſupra negativa; quo quidem pacto licebit conſiderare planum diſtantiarum æqualium, ut planum, in quo ſumma omnium diſtantiarum ſit nulla, negativis nimirum diſtantiis elidentibus poſitivas.

Theoremata pro plano poſito ultra omnia puncta: eorum extenſio ad quævis plana.

246. Hinc autem facile jam patet, *dato cuivis plano haberi aliquod planum parallelum, quod ſit planum diſtantiarum æqualium; quin immo data poſitione punctorum, & plano illo ipſo, facile id alterum definitur.* Satis eſt ducere a ſingulis punctis datis rectas in data directione ad planum datum, quæ dabuntur: tum a ſumma omnium, quæ jacent ex parte altera, demere ſummam omnium, ſi quæ ſunt, jacentium ex oppoſita, ac reſiduum dividere per numerum punctorum. Ad eam diſtantiam ducto plano priori parallelo, id erit planum quæſitum diſtantiarum æqualium. Patet autem admodum facile & illud ex eadem demonſtratione, & ex ſolutione ſuperioris problematis, dato cuivis plano non niſi unicum eſſe poſſe planum diſtantiarum æqualium, quod quidem per ſe ſatis patet.

Cuivis plano inveniri poſſe parallelum planum diſtantiarum æqualium.

247. Hiſce accuratiſſime demonſtratis, atque explicatis, progrediar ad demonſtrandum, haberi aliquod gravitatis centrum in quavis punctorum congerie, utcunque diſperſorum, & in quotcunque maſſas ubicunque ſitas coaleſcentium. Id fiet ope ſequentis theorematis: *ſi per quoddam punctum tranſeant tria plana diſtantiarum æqualium ſe non in eadem communi aliqua recta ſecantia; omnia alia plana tranſeuntia per illud idem punctum erunt itidem diſtantiarum æqualium plana.* Sit enim in fig. 37. ejuſmodi punctum C, per quod tranſeant tria plana GABH, XABY, ECDF, quæ omnia ſint plana diſtantiarum æqualium, ac ſit quodvis aliud planum KICL tranſ-

Theorema præcipuum ſi tria plana diſtantiarum æqualium habeant unicum punctum commune; reliqua omnia per id tranſeuntia erunt ejuſmodi.

Fig. 37.

Digitized by Google

ſiens itidem per C, ac ſecans primum ex iis recta C I quacunque; oportet oſtendere, hoc quoque fore planum diſtantiarum æqualium, ſi illa priora ejuſmodi ſint. Concipiatur quodcunque punctum P; & per ipſum P concipiantur tria plana parallela planis D C E F, A B Y X, G A B H, quorum ſibi priora duo mutuo occurrant in recta P M, poſtrema duo in recta P V, primum cum tertio in recta P O; ac primum occurrat plano G A B H in M N, ſecundum vero eidem in M S, plano D C E F in Q R, ac plano C I K L in S V, ducaturque S T parallela rectis Q R, M P, quas, utpote parallelorum planorum interſectiones, patet fore itidem parallelas inter ſe, uti & M N, P O, D C inter ſe, ac M S, P T V, B A inter ſe.

Demonſtratio ejuſdem.

248. Jam vero ſumma omnium diſtantiarum a plano K I C L ſecundum datam directionem B A erit ſumma omnium P V, quæ reſolvitur in tres ſummas, omnium P R, omnium R T, omnium T V, ſive eæ, ut figura exhibet, in unam colligendæ ſint, ſive, quod in aliis plani novi inclinationibus poſſet accidere, una ex iis demenda a reliquis binis, ut habeatur omnium P V ſumma. Porro quævis P R eſt diſtantia a plano D C E F ſecundum eandem eam directionem; quævis R T eſt æqualis Q S ſibi reſpondenti, quæ ob datas directiones laterum trianguli S C Q eſt ad C Q, æqualem M N, ſive P O, diſtantiæ a plano X A B Y ſecundum datam directionem D C, in ratione data; & quævis V T eſt itidem in ratione data ad T S æqualem P M, diſtantiæ a plano G A B H ſecundum datam directionem E C; ac idcirco etiam nulla ex ipſis P R, R T, T V poterit evaneſcere, vel directione mutata abire e poſitiva in negativam, aut vice verſa, mutato ſitu puncti P, niſi ſua ſibi reſpondens ipſius puncti P diſtantia ex iis P R, P O, P M evaneſcat ſimul, aut directionem mutet. Quamobrem & ſumma omnium poſitivarum vel P R, vel R T, vel T V ad ſummam omnium poſitivarum vel P R, vel P O, vel P M, & ſumma omnium negativarum prioris directionis ad ſummam omnium negativarum poſterioris ſibi reſpondentis, erit itidem in ratione data: ac proinde ſi omnes poſitivæ directionum P R, P O, P M a ſuis negativis deſtruuntur in illis tribus æqualium diſtantiarum planis, etiam omnes poſitivæ P R, R T, T V a ſuis negativis deſtruentur, adeoque & omnes P V poſitivæ a ſuis negativis. Quamobrem planum L C I K erit planum diſtantiarum æqualium. Q. E. D.

249. Demonſtrato hoc theoremate jam ſponte illud conſequitur, *in quavis punctorum congerie, adeoque maſſarum utcunque diſperſarum ſumma, haberi ſemper aliquod gravitatis centrum, atque id eſſe unicum, quod quidem data omnium punctorum poſitione facile determinabitur.* Nam aſſumpto puncto quovis ad arbitrium ubicunque, ut puncto P, poterunt duci per ipſum tria plana quæcunque, ut O P M, R P M, R P O. Tum ſingulis poterunt per num. 246 inveniri plana parallela,

quæ

quæ ſint plana diſtantiarum æqualium, quorum priora duo ſi ſint DCEF, XABY, ſe ſecabunt in aliqua recta CE parallela illorum interſectioni MP; tertium autem GABH ipſam CE debebit alicubi ſecare in C; cum planum RPO ſecet PM in P: nam ex hac ſectione conſtat, hanc rectam non eſſe parallelam huic plano, adeoque nec illa illi erit, ſed in ipſum alicubi incurret. Tranſibunt igitur per punctum C tria plana diſtantiarum æqualium, adeoque per num. 247 & aliud quodvis planum tranſiens per punctum idem C erit planum æqualium diſtantiarum pro quavis directione, & idcirco etiam pro diſtantiis perpendicularibus; ac ipſum punctum C juxta definitionem num. 241, erit commune gravitatis centrum omnium maſſarum, ſive omnis congeriei punctorum, quod quidem eſſe unicum, facile deducitur ex definitione, & hac ipſa demonſtratione; nam ſi duo eſſent, poſſent utique per ipſa duci duo plana parallela directionis cujuſvis, & eorum utrumque eſſet planum diſtantiarum æqualium, quod eſt contra id, quod num. 246 demonſtravimus.

Neceſſitas demonſtrandi haberi ſemper centrum gravitatis.

250. Demonſtrandum neceſſario fuit, haberi aliquod gravitatis centrum, atque id eſſe unicum; & perperam id quidem a Mechanicis paſſim omittitur: ſi enim id non ubique adeſſet, & non eſſet unicum, in paralogiſmum incurrerent quamplurimæ Mechanicorum ipſorum demonſtrationes, qui ubi in plano duas invenerunt rectas, & in ſolidis tria plana determinantia æquilibrium, in ipſa interſectione conſtituunt gravitatis centrum, & ſupponunt omnes alias rectas, vel omnia alia plana, quæ per id punctum ducantur, eandem æquilibrii proprietatem habere, quod utique fuerat non ſupponendum, ſed demonſtrandum. Et quidem facile eſt ſimilis paralogiſmi exemplum præbere in alio quodam, quod magnitudinis centrum appellare liceret, per quod nimirum figura ſectione quavis ſecaretur in duas partes æquales inter ſe, ſicut per centrum gravitatis ſecta, ſecatur in binas partes æquilibratas in hypotheſi gravitatis conſtantis, & certam directionem habentis plano ſecanti parallelam.

Centrum enim magnitudinis non ſemper haberi.

Fig. 38.

251. Erraret ſane, qui ita definiret centrum magnitudinis, tum determinaret id ipſum in datis figuris eadem illa methodo, quæ pro centro gravitatis adhibetur. Is ex. gr. pro triangulo ABG in fig. 38 ſic ratiocinationem inſtitueret. Secetur AG bifariam in D, ducaturque BD, quæ utique ipſum triangulum ſecabit in duas partes æquales. Deinde, ſecta AB itidem bifariam in E, ducatur GE, quam itidem conſtat, debere ſecare triangulum in partes æquales duas. In earum igitur concurſu C habebitur centrum magnitudinis. Hoc invento ſi progrederetur ulterius, & haberet pro æqualibus partes, quæ alia ſectione quacunque facta per C obtinentur; erraret peſſime. Nam ducta ED, jam conſtat, fore ipſam ED parallelam BG, & ejus dimidiam; adeoque ſimilia fore triangula ECD,

ECD, BCG, & CD dimidiam CB. Quare ſi per C ducatur FH parallela AG; triangulum FBH, erit ad ABG, ut quadratum BC ad quadratum BD, ſeu ut 4 ad 9, adeoque ſegmentum FBH ad reſiduum FAGH eſt ut 4 ad 5, & non in ratione ęqualitatis.

Ubi hæc primo demonſtrata.

252. Nimirum quęcunque punctorum, & maſſarum congeries, adeoque & figura quævis, in qua concipiatur punctorum numerus auctus in infinitum, donec figura ipſa evadat continua, habet ſuum gravitatis centrum; centrum magnitudinis infinitæ earum non habent; & illud primum, quod hic accuratiſſime demonſtravi, demonſtraveram jam olim methodo aliquanto contractiore in diſſertatione *De Centro Gravitatis*; hujus vero ſecundi exemplum hic patet, ac in diſſertatione *De Centro Magnitudinis*, priori illi addita in ſecunda ejuſdem impreſſione, determinavi generaliter, in quibus figuris centrum magnitudinis habeatur, in quibus deſit; ſed ea ad rem præſentem non pertinent.

Inde ubi ſit centrum commune maſſarum duarum.

Fig. 39.

253. Ex hac generali determinatione centri gravitatis facile colligitur illud, centrum commune binarum maſſarum jacere in directum cum centris gravitatis ſingularum, & horum diſtantias ab eodem eſſe reciproce, ut ipſas maſſas. Sint enim binæ maſſæ, quarum centra gravitatis ſint in fig. 39 in A, & B. Si per rectam AB ducatur planum quodvis, id debet eſſe planum diſtantiarum æqualium reſpectu utriuslibet. Quare etiam reſpectu ſummæ omnium punctorum ad utrumque ſimul pertinentium diſtantiæ omnes hinc, & inde acceptæ æquantur inter ſe; ac proinde id etiam reſpectu ſummæ debet eſſe planum diſtantiarum æqualium, & centrum commune debet eſſe in quovis ex ejuſmodi planis, adeoque in interſectione duorum quorumcunque ex iis, nimirum in ipſa recta AB. Sit id in C, & ſi jam concipiatur per C planum quodvis ſecans ipſam AB; erit ſumma omnium diſtantiarum ab eo plano ſecundum directionem AB punctorum pertinentium ad maſſam A, ſi a poſitivis demantur negativæ, æqualis per num. 243 numero punctorum maſſæ A ducto in AC, & ſumma pertinentium ad B numero punctorum in B ducto in BC; quæ producta æquari debent inter ſe, cum omnium diſtantiarum ſummæ poſitivæ a negativis elidi debeant reſpectu centri gravitatis C. Erit igitur AC ad CB, ut numerus punctorum in B ad numerum in A, nimirum in ratione maſſarum reciproca.

Inde & communis methodus pro quotcunque maſſis.

254. Hinc autem facile deducitur *communis methodus inveniendi centrum gravitatis commune plurium maſſarum. Conjunguntur prius centra duarum, & eorum diſtantia dividitur in ratione reciproca ipſarum. Tum harum commune centrum ſic inventum conjungitur cum centro tertiæ, & dividitur diſtantia in ratione reciproca ſummæ maſſarum priorum ad maſſam tertiam, & ita porro*. Quin immo *poſſunt ſeorſum inveniri centra gravitatis binarum quarumvis, ternarum, denarum quocunque ordine*,

ordine, tum binaria conjungi cum ternariis, denariis, aliiſque, ordine itidem quocunque, & ſemper eadem methodo devenitur ad centrum commune gravitatis maſſæ totius. Id patet, quia quotcunque maſſæ conſiderari poſſunt pro maſſa unica, cum agatur de numero punctorum maſſæ tantummodo, & de ſumma diſtantiarum punctorum omnium: ſummę maſſarum conſtituunt maſſam, & ſummæ diſtantiarum ſummam per ſolam conjunctionem ipſarum. Quoniam autem ex generali demonſtratione ſuperius facta devenitur ſemper ad centrum gravitatis, atque id centrum eſt unicum; quocunque ordine res peragatur, ad illud utique unicum devenitur.

255. Inde vero illud conſequitur, quod eſt itidem commune, *ſi plurium maſſarum centra gravitatis ſint in eadem aliqua recta, fore etiam in eadem centrum gravitatis ſummæ omnium;* quod viam ſternit ad inveſtiganda gravitatis centra etiam in pluribus figuris continuis. Sic in fig. 38 centrum commune gravitatis totius trianguli eſt in illo puncto, quod a recta ducta a vertice anguli cujuſvis ad mediam baſim oppoſitam relinquit trientem verſus baſim ipſam. Nam omnium rectarum baſi parallelarum, quæ omnes a recta B D ſecantur bifariam, ut F H, centra gravitatis ſunt in eadem recta, adeoque & areæ ab iis contextæ centrum gravitatis eſt tam in recta B D, quam in recta G E ob eandem rationem, nempe in illo puncto C. Eadem methodus applicatur aliis Figuris ſolidis, ut pyramidibus; at id, ut & reliqua omnia pertinentia ad inventionem centri gravitatis in diverſis curvis lineis, ſuperficiebus, ſolidis, hinc profluentia, ſed meæ Theoriæ communia jam cum vulgaribus elementis, hic omittam, & ſolum illud iterum innuam, ea rite procedere, ubi jam ſemel demonſtratum fuerit, haberi in maſſis omnibus aliquod gravitatis centrum, & eſſe unicum, ex quo nimirum hic & illud fluit, areas F A G H, F B H licet inæquales, habere tamen æquales ſummas diſtantiarum omnium ſuorum punctorum ab eadem recta F H.

Inde & theorema, ope cujus inveſtigatur id in figuris continuis.

F. 38.

256. In communi methodo alio modo ſe res habet. Poſteaquam inventum eſt in fig. 40 centrum gravitatis commune maſſis A, & B, juncta pro tertia maſſa D C, & ſecta in F in ratione maſſarum D, & A + B reciproca, habetur F pro centro communi omnium trium. Si prius inventum eſſet centrum commune E maſſarum D, B, & juncta A E, ea ſecta fuiſſet in F in ratione reciproca maſſarum A, & B + D; haberetur itidem illud ſectionis punctum pro centro gravitatis. Niſi generaliter demonſtratum fuiſſet, haberi ſemper aliquod, & eſſe unicum gravitatis centrum; oporteret hic iterum demonſtrare, id novum ſectionis punctum fore idem, ac illud prius; ſed per ſingulos caſus ire, res infinita eſſet, cum diverſæ rationes conjungendi maſſas eodem redeant, quo diverſi ordines litterarum conjungendarum in voces, de quarum multitudine immenſa in exiguo etiam terminorum numero mentionem fecimus num. 114.

Difficultas demonſtrationis in communi methodo.

Fig. 40.

257. At-

Similis difficultas in ſumma, & multiplicatione plurium numerorum, & in vi compoſita ex pluribus: methodus componendi ſimul omnes.

257. Atque hic illud quidem accidit, quod in numerorum ſumma, & multiplicatione experimur, ut nimirum quocunque ordine accipiantur numeri, vel ſinguli, ut addantur numero jam invento, vel ipſum multiplicent, vel plurium aggregata ſeorſum addita, vel multiplicata; ſemper ad eundem demum deveniatur numerum poſt omnes, qui dati fuerant, adhibitos ſemel ſingulos; ac in ſumma patet facile deveniri eodem, & in multiplicatione poteſt res itidem demonſtrari etiam generaliter, ſed ea huc non pertinent. Pertinet autem huc magis aliud ejuſmodi exemplum petitum a compoſitione virium, in qua itidem ſi multæ vires componantur communi methodo componendo inter ſe duas per diagonalem parallelogrammi, cujus latera eas exprimant, tum hanc diagonalem cum tertia, & ita porro; quocunque ordine res procedat, ſemper ad eandem demum poſt omnes adhibitas devenitur. Hujuſmodi compoſitione plurimarum virium generali jam indigebimus, & ad abſolutam demonſtrationem requiritur generalis expreſſio compoſitionis virium quotcunque, qua uti ſoleo. Compono nimirum generaliter motus, qui ſunt virium effectus, & ex effectu compoſito metior vim, ut e ſpatiolo, quod dato tempuſculo vi aliqua percurreretur, ſolet ipſa vis ſimplex quælibet æſtimari. Aſſumo illud, quod & rationi eſt conſentaneum, & experimentis conſtat, & facile etiam demonſtratur conſentire cum communi methodo componendi vires, ac motus per parallelogramma, nimirum punctum ſolicitatum ſimul initio cujuſvis tempuſculi actione conjuncta virium quarumcunque, quarum directio, & magnitudo toto tempuſculo perſeveret eadem, fore in fine ejus tempuſculi in eo loci puncto, in quo eſſet, ſi ſingulæ eadem intenſitate, & directione egiſſent aliæ poſt alias totidem tempuſculis, quot ſunt ipſæ vires, ceſſante omni nova ſolicitatione, & omni velocitate jam producta a vi qualibet poſt ſuum tempuſculum: tum rectam, quæ conjungit primum illud punctum cum hoc poſtremo, aſſumo pro menſura vis ex omnibus compoſitæ, quæ cum eadem perſeveret per totum tempuſculum; punctum mobile utique per unicam illam eandem rectam abiret. Quod ſi & velocitatem aliquam habuerit initio illius tempuſculi jam acquiſitam ante; aſſumo itidem, fore in eo puncto loci, in quo eſſet, ſi altero tempuſculo percurreret ſpatiolum, ad quod determinatur ab illa velocitate, altero ſpatiolum, ad quod determinatur a vi, ſive aliis totidem tempuſculis percurreret ſpatiola, ad quorum ſingula determinatur a viribus ſingulis.

Conſenſus ejus methodi cum communi per parallelogramma.

Fig. 41.

258. Huc recidere methodum componendi per parallelogramma facile conſtat; ſi enim in fig. 41 componendi ſint plures motus, vel vires expreſſæ a rectis PA, PB, PC &c, & incipiendo a binis quibuſque PA, PB, eæ componantur per parallelogrammum PAMB, tum vis compoſita PM cum tertia PC per parallelogrammum PMNC, & ita porro;

patet,

patet, ad idem loci punctum N per hæc parallelogramma definitum debere devenire punctum mobile, quod prius percurrat PA, tum AM parallelam, & æqualem PB; tum MN parallelam, & æqualem PC, atque ita porro additis quotcunque aliis motibus, vel viribus, quæ per nova parallela, & æqualia parallelogrammorum latera debeant componi.

Demonſtratio generalis methodi.

259. Deveniretur quidem ad idem punctum N, ſi alio etiam ordine componerentur ii motus, vel vires, ut compoſitis viribus PA, PC per parallelogrammum PAOC, tum vi PO cum vi PB per novum parallelogrammum, quod itidem haberet cuſpidem in N; ſed eo deveniretur alia via PAON. Hoc autem ipſum, quod tam multis viis, quam multas diverſæ plurium compoſitiones motuum, ac virium exhibere poſſunt, eodem ſemper deveniri debeat, ſic generaliter demonſtro. Si aſſumatur ultra omnia puncta, ad quæ per ejuſmodi compoſitiones deveniri poteſt, planum quodcunque; ubi punctum mobile percurrit lineolam pertinentem ad quencunque determinatum motum, habet eundem perpendicularem acceſſum ad id planum, vel receſſum ab eo, quocunque tempuſculo id fiat, ſive aliquo e prioribus, ſive aliquo e poſtremis, vel mediis. Nam ea lineola ex quocunque puncto diſcedat, ad quod deventum jam ſit, habet ſemper eandem & longitudinem, & directionem, cum eidem e componentibus parallela eſſe debeat, & æqualis. Quare ſumma ejuſmodi acceſſuum, ac ſumma receſſuum erit eadem in fine omnium tempuſculorum, quocunque ordine diſponantur lineolæ hæ parallelæ, & æquales lineolis componentibus, adeoque etiam id, quod prodit demendo receſſuum ſummam a ſumma acceſſuum, vel vice verſa, erit idem, & diſtantia puncti poſtremi, ad quod deventum eſt ab illo eodem plano, erit eadem. Inde autem ſponte jam fluit id, quod demonſtrandum erat, nimirum punctum illud eſſe idem ſemper. Si enim ad duo puncta duabus diverſis viis deveniretur, aſſumpto plano perpendiculari ad rectam, quæ illa duo puncta jungeret, diſtantia perpendicularis ab ipſo non eſſet utique eadem pro utroque, cum altera diſtantia deberet alterius eſſe pars.

Theorema de ſtatu centri gravitatis manente etiam ubi agant utcunque vires mutuæ, ac ejus demonſtrationis initium.

260. Porro ſimilis admodum eſt etiam methodus, qua utor ad demonſtrandum præclariſſimum Newtoni theorema, in quod coaleſcunt ſimul duo, quæ ſuperius innui, & huc reducuntur. *Si quotcunque materiæ puncta utcunque diſpoſita, & in quotcunque utcunque disjunctas maſſas coaleſcentia habeant velocitates quaſcunque cum directionibus quibuſcunque, & præterea urgeantur viribus mutuis quibuſcunque, quæ in binis quibuſque punctis æqualiter agant in plagas oppoſitas; centrum commune gravitatis omnium vel quieſcet, vel movebitur uniformiter in directum eodem motu, quem haberet, ſi nulla adeſſet mutua punctorum actio in ſe invicem.* Hoc autem theorema ſic generaliter, & admodum facile, ac luculenter demonſtratur.

Digitized by Google

Concipiamus vires ſingulas per quodvis determinatum tempuſculum ſervare directiones ſuas, & magnitudines: in fine ejus tempuſculi punctum materiæ quodvis erit in eo loci puncto, in quo eſſet, ſi ſingularum virium effectus, vel effectus velocitatis ipſius illi tempuſculo debitus, haberentur cum eadem ſua directione, & magnitudine alii poſt alios totidem tempuſculis, quot vires agunt. Aſſumantur jam totidem tempuſcula, quot ſunt punctorum binaria diverſa in ea omni congerie, & præterea unum, ac primo tempuſculo habeant omnia puncta motus debitos velocitatibus illis ſuis, quas habent initio ipſius, ſingula ſingulos; tum aſſignato quovis e ſequentibus tempuſculis cuivis binario, habeat binarium quodvis tempuſculo ſibi reſpondente motum debitum vi mutuæ, quæ agit inter bina ejus puncta, ceteris omnibus quieſcentibus. In fine poſtremi tempuſculi omnia puncta materiæ erunt in hac hypotheſi in iis punctis loci, in quibus revera eſſe debent in fine unici primi tempuſculi ex actione conjuncta virium omnium cum ſingulis ſingulorum velocitatibus.

Progreſſus ejuſdem demonſtrationis. 261. Concipiatur jam ultra omnia ejuſmodi puncta planum quodcunque. Primo ex illis tot aſſumptis tempuſculis alia puncta accedent, alia recedent ab eo plano, & ſumma omnium acceſſuum punctorum omnium demptis omnibus receſſibus, ſi qua ſupereſt, vel vice verſa ſumma receſſuum demptis acceſſibus, diviſa per numerum omnium punctorum, æquabitur acceſſui perpendiculari ad idem planum, vel receſſui centri gravitatis communis; cum ſumma diſtantiarum perpendicularium tam initio tempuſculi, quam in fine, diviſa per eundem numerum exhibeat ipſius communis centri gravitatis diſtantiam juxta num. 246. Sequentibus autem tempuſculis manebit utique eadem diſtantia centri gravitatis communis ab eodem plano nunquam mutata: quia ob æquales & contrarios punctorum motus, alterius acceſſus ab alterius receſſu æquali eliditur. Quamobrem in fine omnium tempuſculorum ejus diſtantia erit eadem, & acceſſus ad planum erit idem, qui eſſet, ſi ſolæ adfuiſſent ejuſmodi velocitates, quæ habebantur initio; adeoque etiam cum omnes vires ſimul agunt, in fine illius unici tempuſculi habebitur diſtantia, quæ haberetur, ſi vires illæ mutuæ non egiſſent, & acceſſus æquabitur ſummæ acceſſuum, qui haberentur ex ſolis velocitatibus, demptis receſſibus. Si jam conſideretur ſecundum tempuſculum in quo ſimul agant vires mutuæ, & velocitates; debebunt conſiderari tria genera motuum: primum eorum, qui proveniunt a velocitatibus, quæ habebantur initio primi tempuſculi; ſecundum eorum, qui proveniunt a velocitatibus acquiſitis actione virium durante per primum tempuſculum; tertium eorum, qui proveniunt a novis actionibus virium mutuarum, quæ ob mutatas jam poſitiones concipiantur aliis directionibus agere per totum ſecundum tempuſculum. Porro quoniam hi poſteriorum duorum generum motus

ſunt

Digitized by Google

ſunt in ſingulis punctorum binariis contrarii, & æquales; illi itidem diſtantiam centri gravitatis ab eodem plano, & acceſſum, vel receſſum debitum ſecundo tempuſculo non mutant; ſed ea habentur, ſicuti haberentur, ſi ſemper durarent ſolæ illæ velocitates, quæ habebantur initio primi tempuſculi; & idem redit argumentum pro tempuſculo quocunque: ſingulis advenientibus tempuſculis accedet novum motuum genus durantibus cum ſua directione, & magnitudine velocitatibus omnibus inductis per ſingula præcedentia tempuſcula, ex quibus omnibus, & ex nova actione vis mutuæ, componitur quovis tempuſculo motus puncti cujuſvis: ſed omnia iſta inducunt motus contrarios, & æquales, adeoque ſummam acceſſuum, vel receſſuum ortam ab illis ſolis initialibus velocitatibus non mutant.

262. Quod ſi jam tempuſculorum magnitudo minuatur in infinitum, aucto itidem in infinitum intra quodvis finitum tempus eorundem numero, donec evadat continuum tempus, & continua poſitionum, ac virium mutatio; adhuc centrum gravitatis in fine continui temporis cujuſcunque, adeoque & in fine partium quarumcunque ejuſdem temporis, habebit ab eodem plano diſtantiam perpendicularem, quam haberet ex ſolis velocitatibus habitis initio ejus temporis, ſi nullæ deinde egiſſent mutuæ vires; & acceſſus ad illud planum, vel receſſus ab eo, æquabitur ſummæ omnium acceſſuum pertinentium ad omnia puncta demptis omnibus receſſibus, vel vice verſa. Is vero acceſſus, vel receſſus aſſumptis binis ejus temporis partibus quibuſcunque, erit proportionalis ipſis temporibus. Nam ſingulorum punctorum acceſſus, vel receſſus orti ab illis velocitatibus initialibus perſeverantibus, adeoque ab motu æquabili, ſunt in ratione eadem earundem temporis partium; ac proinde & eorum ſummæ in eadem ratione ſunt. Progreſſus ulterior.

263. Inde vero prona jam eſt theorematis demonſtratio. Ponamus enim, centrum gravitatis quieſcere quodam tempore, tum moveri per aliquod aliud tempus. Debebit utique aliquo momento ejus temporis eſſe in alio loci puncto, diverſo ab eo, in quo erat initio motus. Sumatur pro prima e duabus partibus temporis continui pars ejus temporis, quo punctum quieſcebat, & pro ſecunda tempus ab initio motus uſque ad quodvis momentum, quo centrum illud gravitatis devenit ad aliud aliquod punctum loci. Ducta recta ab initio ad finem hujuſce motus, tum accepto plano aliquo perpendiculari ipſi productæ ultra omnia puncta, centrum gravitatis ad id planum accederet ſecunda continui ejus temporis parte per intervallum æquale illi rectæ, & nihil acceſſiſſet primo tempore, adeoque acceſſus non fuiſſent proportionales illis partibus continui temporis. Quamobrem ipſum commune gravitatis centrum vel ſemper quieſcit, vel movetur ſemper. Si autem movetur, debet moveri in directum. Si enim omnia puncta loci, per quæ tranſit, non jacent in directum, ſumantur tria in dire- Demonſtrationis finis.

Digitized by Google

ctum non jacentia, & ducatur recta per prima duo, quæ per tertium non tranſibit, adeoque per ipſam duci poterit planum, quod non tranſeat per tertium, tum ultra omnem punctorum congeriem planum ipſi parallelum. Ad id ſecundum nihil acceſſiſſet illo tempore, quo a primo loci puncto deveniſſet ad ſecundum, & eo tempore, quo iviſſet a ſecundo ad tertium. acceſſiſſet per intervallum æquale diſtantiæ a priore plano, adeo, que acceſſus iterum proportionales temporibus non fuiſſent. Demum motus erit æquabilis. Si enim ultra omnia puncta concipiatur planum perpendiculare rectæ, per quam movetur ipſum centrum commune gravitatis, jacens ad eam partem, in quam id progreditur, acceſſus ad ipſum planum erit totus integer motus ejuſdem centri; adeoque cum ii acceſſus debeant eſſe proportionales temporibus; erunt ipſis temporibus proportionales motus integri; & idcirco non tantum rectilineus, ſed & uniformis erit motus; unde jam evidentiſſime patet theorema totum.

Corollarium de quantitate motus in eandem plagam conſervata in Mundo.

264. Ex eodem fonte, ex quo profluxit hoc generale theorema, ſponte fluit hoc aliud ut conſectarium: *quantitas motus in Mundo conſervatur ſemper eadem, ſi ea computetur ſecundum directionem quancunque ita, ut motus ſecundum directionem oppoſitam conſideretur ut negativus, ejuſmodi motuum contrariorum ſumma ſubtracta a ſumma directorum.* Si enim conſideretur eidem directioni perpendiculare planum ultra omnia materiæ puncta, quantitas motus in ea directione eſt ſumma omnium acceſſuum, demptis omnibus receſſibus, quæ ſumma tempuſculis æqualibus manet eadem, cum mutuæ vires inducant acceſſus, & receſſus ſe mutuo deſtruentes; nec ejuſmodi conſervationi obſunt liberi motus ab anima noſtra producti, cum nec ipſa vires ullas poſſit exerere, niſi quæ agant in partes oppoſitas æqualiter juxta num. 74.

Æqualitas actionis & reactionis in maſſis inde orta.

265. Porro ex illo Newtoniano theoremate ſtatim jam profluit lex actionis, & reactionis æqualium pro maſſis omnibus. Nimirum ſi duæ maſſæ quæcunque in ſe invicem agant viribus quibuſcunque mutuis, & inter ſingula punctorum binaria æqualibus; binæ illæ maſſæ acquirent ab actionibus mutuis ſummas motuum æquales in partes contrarias, & celeritates acquiſitæ ab earum centris gravitatis in partes oppoſitas, componendæ cum antecedentibus ipſarum celeritatibus, erunt in ratione reciproca maſſarum. Nam centrum commune gravitatis omnium a mutuis actionibus nihil turbabitur per hoc theorema, & ſive ejuſmodi vires agant, ſive non agant, ſed ſolius inertiæ effectus habeantur; ſemper ab eodem communi gravitatis centro diſtabunt ea bina gravitatis centra hinc, & inde in directum ad diſtantias reciproce proportionales maſſis ipſis per num. 253. Quare ſi præter priores motus ex vi inertiæ uniformes, ob actionem mutuam adhuc magis ad hoc commune centrum accedet alterum ex iis, vel ab eo recedet; accedet & alterum,

vel

vel recedet, acceſſibus, vel receſſibus reciproce proportionalibus ipſis maſſis. Nam acceſſus ipſi, vel receſſus, ſunt differentiæ diſtantiarum habitarum cum actione mutuarum virium a diſtantiis habendis ſine iis, adeoque erunt & ipſi in ratione reciproca maſſarum, in qua ſunt totæ diſtantiæ. Quod ſi per centrum commune gravitatis concipiatur planum quodcumque, cui quæpiam data directio non ſit parallela; ſumma acceſſuum, vel receſſuum punctorum omnium maſſæ utriuslibet ad ipſum ſecundum eam directionem demptis oppoſitis, quæ eſt ſumma motuum ſecundum directionem eandem, æquabitur acceſſui, vel receſſui centri gravitatis ejus maſſæ ducto in punctorum numerum; acceſſus vero, vel receſſus alterius centri ad acceſſum, vel receſſum alterius in directione eadem, erit ut ſecundus numerus ad primum; nam acceſſus, & receſſus in quavis directione data ſunt inter ſe, ut acceſſus, vel receſſus in quavis alia itidem data; & acceſſus, ac receſſus in directione, quæ jungit centra maſſarum, ſunt in ratione reciproca ipſarum maſſarum. Quare productum acceſſus, vel receſſus centri primæ maſſæ per numerum punctorum, quæ habentur in ipſa, æquatur producto acceſſus, vel receſſus ſecundæ per numerum punctorum, quæ in ipſa continentur; nimirum ipſæ motuum ſummæ in illa directione computatorum æquales ſunt inter ſe, in quo ipſa actionis, & reactionis æqualitas eſt ſita.

Inde leges colliſionum, diſcrimen virium in corporibus elaſticis, & mollibus.

266 Ex hac actionum, & reactionum æqualitate ſponte profluunt leges colliſionis corporum, quas ex hoc ipſo principio Wrennus olim, Hugenius, & Walliſius invenerunt ſimul, ut in hac ipſa lege Naturæ exponenda Newtonus etiam memorat Principiorum lib. 1. Oſtendam autem, quo pacto generales formulæ inde deducantur tam pro directis colliſionibus corporum mollium, quam pro perfecte, vel pro imperfecte elaſticorum. Corpora mollia dicuntur ea, quæ reſiſtunt mutationi figuræ, ſeu compreſſioni, ſed compreſſa nullam exercent vim ad figuram recuperandam, ut eſt cera, vel ſebum: corpora elaſtica, quæ figuram amiſſam recuperare nituntur; & ſi vis ad recuperandam ſit æqualis vi ad non amittendam; dicuntur perfecte elaſtica, quæ quidem, ut & perfecte mollia, nulla, ut arbitror, ſunt in Natura; ſi autem imperfecte elaſtica ſunt, vis, quæ in amittenda, ad vim, quæ in recuperanda figura exercetur, datam aliquam rationem habet. Addi ſolet & tertium corporum genus, quæ dura dicunt, quæ nimirum figuram prorſus non mutent; ſed ea itidem in Natura nuſquam ſunt juxta communem ſententiam, & multo magis nulla uſquam ſunt in hac mea Theoria. Adhuc qui ipſa velit agnoſcere, is mollia conſideret, quæ minus, ac minus comprimantur, donec compreſſio evadat nulla; & ita, quæ de mollibus dicentur, aptari poterunt duris multo meliore jure, quam alii elaſticorum leges ad ipſa transferant, conſiderando elaſticitatem infinitam ita, ut figura nec mutetur, nec ſe reſtituat;

nam

nam ſi figura non mutetur, adhuc concipi poterit, impenetrabilitatis vi amiſſus motus, ut amitteretur in compreſſione; ſed ad ſupplendam vim, quæ exeritur ab elaſticis in recuperanda figura, non eſt, quod concipi poſſit, ubi figura recuperari non debet. Porro unde corpora mollia ſint, vel elaſtica, hic non quæro; id pertinet ad tertiam partem, quanquam id ipſum innui ſuperius num. 199; ſed leges, quæ in eorum colliſionibus obſervari debent, & ex ſuperiore theoremate fluunt, expono. Ut autem ſimplicior evadat res, conſiderabo globos, atque hos ipſos circumquaque circa centrum, in eadem ſaltem ab ipſo centro diſtantia, homogeneos, qui primo quidem concurrant directe; nam deinde ad obliquas etiam colliſiones faciemus gradum.

Præparatio pro colliſionibus globorum, planorum, circulorum.

267. Porro ubi globus in globum agit, & ambo paribus a centro diſtantiis homogenei ſunt, facile conſtat, vim mutuam, quæ eſt ſumma omnium virium, qua ſingula alterius puncta agunt in ſingula puncta alterius, habituram ſemper directionem, quæ jungit centra; nam in ea recta jacent centra ipſorum globorum, quæ in eo homogeneitatis caſu facile conſtat, eſſe centra itidem gravitatis globorum ipſorum; & in eadem jacet centrum commune gravitatis utriuſque, ad quod viribus illis mutuis, quas alter globus exercet in alterum, debent ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere; unde fit, ut motus, quos acquirunt globorum centra ex actione mutua alterius in alterum, debeant eſſe in directione, quæ jungit centra. Id autem generaliter extendi poteſt etiam ad caſum, in quo concipiatur, maſſam immenſam terminatam ſuperficie plana, ſive quoddam immenſum planum agere in globum finitum, vel in punctum unicum, ac vice verſa: nam alterius globi radio in infinitum aucto ſuperficies in planum definit; & radio alterius in infinitum imminuto, globus abit in punctum. Quin etiam ſi maſſa quævis teres, ſive circa axem quendam rotunda, & in quovis plano perpendiculari axi homogenea, vel etiam circulus ſimplex, agat, vel concipiatur agens in globum, vel punctum in ipſo axe conſtitutum; res eodem redit.

Formulæ pro corpore molli incurrente in molle lentius progrediens in eandem plagam.

268. Præcurrat jam globus mollis cum velocitate minore, quem alius itidem mollis conſequatur cum majore ita, ut centra ferantur in eadem recta, quæ illa conjungit, & hic demum incurrat in illum, quæ dicitur colliſio directa. Is incurſus mihi quidem non fiet per immediatum contactum, ſed antequam ad contactum deveniant, vi mutua repulſiva comprimentur partes poſteriores præcedentis, & anteriores ſequentis, quæ compreſſio fiet ſemper major, donec ad æquales celeritates devenerint; tum enim acceſſus ulterior deſinet, adeoque & ulterior compreſſio; & quoniam corpora ſunt mollia, nullam aliam exercent vim mutuam poſt ejuſmodi compreſſionem, ſed cum æquali illa velocitate pergunt moveri porro. Hæc æqualitas velocitatis, ad quam reducuntur ii duo globi,

bi, una cum æqualitate actionis, & reactionis æqualium, rem totam perficient. Sit enim maſſa, ſive quantitas materiæ, globi præcurrentis $= q$, inſequentis $= Q$; celeritas illius $= c$, hujus $= C$: quantitas motus illius ante colliſionem erit cq, hujus CQ; nam celeritas ducta per numerum punctorum exhibet ſummam motuum punctorum omnium, ſive quantitatem motus; unde etiam fit, ut quantitas motus per maſſam diviſa exhibeat celeritatem. Ob actionem, & reactionem æquales, hæc quantitas erit eadem etiam poſt colliſionem, poſt quam motus totus utriuſque maſſæ, erit $CQ + cq$. Quoniam autem progrediuntur cum æquali celeritate; celeritas illa habebitur; ſi quantitas motus dividatur per totam quantitatem materiæ; quæ idcirco erit $\frac{CQ + cq}{Q + q}$. Nimirum ad habendam velocitatem communem poſt colliſionem, oportebit ducere ſingulas maſſas in ſuas celeritates, & productorum ſummam dividere per ſummam maſſarum.

Ejus extenſio ad omnes caſus: celeritas amiſſa, vel acquiſita.

269. Si alter globus q quieſcat; ſatis erit illius celeritatem c conſiderare $= o$: & ſi moveatur motu contrario motui prioris globi; ſatis erit illi valorem negativum tribuere; ut adeo & hic, & in ſequentibus formula inventa pro illo primo caſu globorum in eandem progredientium plagam, omnes caſus contineat. In eo autem ſi libeat invenire celeritatem amiſſam a globo Q, & celeritatem acquiſitam a globo q, ſatis erit reducere ſingulas formulas $C - \frac{CQ + cq}{Q+q}$, & $\frac{CQ + cq}{Q+q} - c$ ad eundem denominatorem, ac habebitur $\frac{Cq - cq}{Q+q}$, & $\frac{CQ - cQ}{Q+q}$, ex quibus deducitur hujuſmodi theorema: *ut ſumma maſſarum ad maſſam alteram, ita differentia celeritatum ad celeritatem ab altera acquiſitam*, quæ in eo caſu accelerabit motum præcurrentis, & retardabit motum conſequentis.

Tranſitus ad elaſticorum colliſiones.

270. Ex hiſce, quæ pertinent ad corpora mollia, facile eſt progredi ad perfecte elaſtica. In iis poſt compreſſionem maximam, & mutationem figuræ inductam ab ipſa, quæ habetur, ubi ad æquales velocitates eſt ventum, agent adhuc in ſe invicem bini globi, donec devenient ad figuram priorem, & hæc actio duplicabit effectum priorem. Ubi ad ſphæricam figuram deventum fuerit, quod fit receſſu mutuo oppoſitarum ſuperficierum, quæ in compreſſione ad ſe invicem acceſſerant, pergent utique a ſe invicem recedere aliquanto magis eædem ſuperficies, & figura producetur, ſed oppoſita jam vi mutua inter partes ejuſdem globi incipient retrahi, & productio perget fieri, ſed uſque lentius, donec ad maximam quandam productionem de-

ven-

ventum fuerit, quæ deinde incipiet minui, & globus ad ſphæricam figuram accedet iterum, ac iterum comprimetur motu quodam oſcillatorio, ac partium trepidatione hinc, & inde a figura ſphærica, uti ſupra vidimus etiam duo puncta circa diſtantiam limitis cohæſionis oſcillare hinc, & inde; ſed id ad colliſionem, & motus centrorum gravitatis nihil pertinebit, quorum ſtatus a viribus mutuis nihil turbatur; actio autem unius globi in alterum ſtatim ceſſabit poſt regreſſum ad figuram ſphæricam, poſt quem ſuperficies alterius poſtica, & alterius antica in centra jam retractæ, ulteriore centrorum diſceſſu a ſe invicem incipient ita diſtare, ut vires in ſe invicem non exerant, quarum effectus ſentiri poſſit; & hypotheſis perfecte elaſticorum eſt, ut tantus ſit mutuæ actionis effectus in recuperanda, quantus fuit in amittenda figura.

Formulæ pro perfecte elaſticis.

271 Duplicato igitur effectu, globus Q amittet celeritatem $\frac{2Cq - 2cq}{Q+q}$, & globus q acquiret celeritatem $\frac{2CQ - 2cQ}{Q+q}$. Quare illius celeritas poſt colliſionem erit $C - \frac{2CQ - 2cQ}{Q+q}$ ſive $\frac{Cq - Cq + 2cq}{Q+q}$; hujus vero erit $c + \frac{2CQ - 2cQ}{Q+q} = \frac{cQ - cQ + 2Cq}{Q+q}$, & motus fient in eandem plagam, vel globus alter quieſcet, vel fient in plagas oppoſitas; prout determinatis valoribus Q, q, C, c, formulæ valor evaſerit poſitivus, nullus, vel negativus.

Formulæ pro imperfecte elaſticis.

272. Quod ſi elaſticitas fuerit imperfecta, & vis in amittenda ad vim in recuperanda figura fuerit in aliqua ratione data, erit & effectus prioris ad effectum poſterioris itidem in ratione data, nimirum in ratione ſubduplicata prioris. Nam ubi per idem ſpatium agunt vires, & velocitas oritur, vel extinguitur tota, ut hic reſpectiva velocitas extinguitur in compreſſione, oritur in reſtitutione figuræ, quadrata velocitatum ſunt ut areæ, quas deſcribunt ordinatæ viribus proportionales juxta num. 176, & hinc areæ erunt in ratione virium, ſi, viribus conſtantibus, ſint conſtantes & ordinatæ, cum inde fiat, ut ſcalæ celeritatum ab iis deſcriptæ ſint rectangula. Sit igitur rationis conſtantis illarum virium ratio ſubduplicata m ad n, & erit effectus in amittenda figura ad ſummam effectuum in tota colliſione, ut m ad $m+n$, quæ ratio ſi ponatur eſſe 1 ad r, ut ſit $r = \frac{m+n}{m}$, ſatis erit, effectus illos inventos pro globis mollibus, ſive celeritatem ab altero amiſſam, ab altero acquiſitam, non duplicare, ut in perfecte elaſticis, ſed multiplicare per r, ut habeantur velocitates acquiſitæ in partes contrarias, & componendæ cum velocitatibus prio-

Digitized by Google

prioribus. Erit nimirum illa quæ pertinet ad globum $Q = \frac{rCq - rcq}{Q+q}$, & quæ pertinet ad globum q, erit $= \frac{rCQ - rcQ}{Q+q}$, adeoque velocitas illius poſt congreſſum erit $C - \frac{rCq - rcq}{Q+q}$, & hujus $c + \frac{rCQ - rcQ}{Q+q}$; quæ formulæ itidem reducuntur ad eoſdem denominatores; ac tum ex hiſce formulis, tum e ſuperioribus quam plurima elegantiſſima theoremata deducuntur, quæ quidem paſſim inveniuntur in elementaribus libris, & ego ipſe aliquanto uberius perſecutus ſum in Supplementis Stayanis ad lib. 2, §. 2; ſed hic ſatis eſt, fundamenta ipſa, & primarias formulas derivaſſe ex eadem Theoria, & ex proprietatibus centri gravitatis, ac motuum oppoſitorum æqualium, deductis ex Theoria eadem; nec niſi binos, vel ternos evolvam caſus uſui futuros infra, antequam ad obliquam colliſionem, ac reflexionem motuum gradum faciam.

273. Si globus perfecte elaſticus incurrat in globum itidem quieſcentem, erit $c = o$, adeoque velocitas contraria priori pertinens ad incurrentem, quæ erat $\frac{2Cq - 2cq}{Q+q}$, erit $\frac{2Cq}{Q+q}$; velocitas acquiſita a quieſcente, quæ erat $\frac{2CQ - 2cQ}{Q+q}$, erit $\frac{2CQ}{Q+q}$; unde habebitur hoc theorema: *ut ſumma maſſarum ad duplam maſſam quieſcentis, vel incurrentis, ita celeritas incurrentis ad celeritatem amiſſam a ſecundo, vel acquiſitam a primo;* & ſi maſſæ æquales fuerint, fit ea ratio æqualitatis; ac proinde globus incurrens totam ſuam velocitatem amittit, acquirendo nimirum æqualem contrariam, a qua ea elidatur, & globus quieſcens acquirit velocitatem, quam ante habuerat globus incurrens.

Caſus, in quo globus perfecte elaſticus incurrit in alium.

274. Si globus imperfecte elaſticus incurrat in globum quieſcentem immenſum, & qui habeatur pro abſolute infinito, cujus idcirco ſuperficies habetur pro plana, in formula velocitatis acquiſitæ a globo quieſcente $\frac{rCQ - rcQ}{Q+q}$, cum evaneſcat Q reſpectu q abſolute infiniti, & proinde $\frac{Q}{Q+q}$ evadat $= o$, tota formula evaneſcit, adeoque ipſe haberi poteſt pro plano immobili. In formula vero velocitatis, quam in partem oppoſitam acquiret globus incurrens, $\frac{rCq - rcq}{Q+q}$, evadit $c = o$,

Caſus triplex globi incurrentis in planum immobile.

Digitized by Google

& Q evaneſcit itidem reſpectu q. Hinc habetur $\frac{rCq}{q}$, ſive rC, nimirum ob $r = \frac{m+n}{m}$ fit $\left(\frac{m+n}{m}\right) \times C$, cujus prima pars $\frac{m}{m} \times C$, ſive C, eſt illa, quæ amittitur, ſive acquiritur in partem oppoſitam in comprimenda figura, & $\frac{n}{m} \times C$ eſt illa, quæ acquiritur in recuperanda, ubi ſi ſit $n = o$, quod accidit nimirum in perfecte mollibus; habetur ſola pars prima; ſi $m = n$, quod accidit in perfecte elaſticis, eſt $\frac{n}{m} \times C = C$, ſecunda pars æqualis primæ; & in reliquis caſibus eſt, ut m ad n, ita illa pars prima C, ſive præcedens velocitas, quæ per primam partem acquiſitam eliditur, ad partem ſecundam, quæ remanet in plagam oppoſitam. Quamobrem habetur ejuſmodi theorema. *Si incurrat ad perpendiculum in planum immobile globus perfecte mollis, acquirit velocitatem contrariam æqualem ſuæ priori, & quieſcit; ſi perfecte elaſticus, acquirit duplam ſuæ, nimirum æqualem in compreſſione, qua motus omnis ſiſtitur, & æqualem in recuperanda figura, cum qua reſilit; ſi fuerit imperfecte elaſticus in ratione* m *ad* n, *in illa eadem ratione erit velocitas priori ſuæ contraria acquiſita, dum figura mutatur, quæ priorem ipſam velocitatem extinguit, ad velocitatem, quam acquirit, dum figura reſtituitur, & cum qua reſilit.*

Summa quadratorum velocitatis ductorum in maſſas manens in perfecte elaſticis.

275. Eſt & aliud theorema aliquanto operoſius, ſed generale, & elegans, ab Hugenio inventum pro perfectæ elaſticis, quod nimirum ſumma quadratorum velocitatis ductorum in maſſas poſt congreſſum remaneat eadem, quæ fuerat ante ipſum. Nam Velocitates poſt congreſſum ſunt $C - \frac{2q}{Q+q} \times (C-c)$, & $c + \frac{2Q}{Q+q} \times (C-c)$; quadrata ducta in maſſas continent ſingula ternos terminos: primi erunt $QCC + qcc$; ſecundi erunt $(-CC+Cc) \times \frac{4Qq}{Q+q} + (cC-cc) \times \frac{4Qq}{Q+q}$, quorum ſumma evadit $(-CC+2Cc-cc) \times \frac{4Qq}{Q+q}$; poſtremi erunt $\frac{4Qqq}{(Q+q)^2} \times (CC-2Cc+cc)$, & $\frac{4qQQ}{(Q+q)^2} \times CC-2Cc+cc)$, ſive ſimul $\frac{4(Q+q) \times Qq}{(Q+q)^2}$ $\times (CC$

$\times (CC - 2Cc + cc)$, vel $\frac{4Qq}{Q+q} \times (CC - 2Cc + cc)$,
quod deſtruit ſummam ſecundi terminorum binarii, remanente ſola illa $QCC + qcc$, ſumma quadratorum velocitatum præcedentium ducta in maſſas. Sed hæc æqualitas nec habetur in mollibus, nec in imperfecte elaſticis.

276. Veniendo jam ad congreſſus obliquos, deveniant dato tempore bini globi A, C in fig. 42 per rectas quaſcunque AB, CD, quæ illorum velocitates metiantur, in B, & D ad phyſicum contactum, in quo jam ſenſibilem effectum edunt vires mutuæ. Communi methodo colliſionis effectus ſic definitur. Junctis eorum centris per rectam BD, ducantur ad eam productam, qua opus eſt, perpendicula AF, CH, & completis rectangulis AFBE, CHDG reſolvantur ſinguli motus AB, CD in binos; ille quidem in AF, AE, ſive EB, FB, hic vero in CH, CG, ſive GD, HD. Primus utrobique manet illæſus; ſecundus FB, & HD colliſionem facit directam. Inveniantur per legem colliſionis directæ velocitates BI, DK, quæ juxta ejuſmodi leges ſuperius expoſitas habebuntur poſt colliſionem diverſæ pro diverſis corporum ſpeciebus, & componantur cum velocitatibus expoſitis per rectas BL, DQ jacentes in directum cum EB, GD, & illis æquales. His peractis expriment BM, DP celeritates, ac directiones motuum poſt colliſionem. Colliſionis obliquæ communis methodus per virium reſolutionem. Fig. 42.

278. Hoc pacto conſideratur reſolutio motuum, ut vera quædam reſolutio in duos, quorum alter illæſus perſeveret, alter mutationem patiatur, ac in caſu, quem figura exprimit, extinguatur penitus, tum iterum alius producatur. At ſine ulla vera reſolutione res vere accidit hoc pacto. Mutua vis, quæ agit in globos B, D, dat illis toto colliſionis tempore velocitates contrarias BN, DS æquales in caſu, quem figura exprimit, binis illis, quarum altera vulgo concipitur ut eliſa, altera ut renaſcens. Eæ compoſitæ cum BO, DR jacentibus in directum cum AB, CD, & æqualibus iis ipſis, adeoque exprimentibus effectus integros præcedentium velocitatum, exhibent illas ipſas velocitates BM, DP. Facile enim patet, fore LO æqualem AE, ſive FB, adeoque MO æqualem NB, & BNMO fore parallelogrammum; ac eadem demonſtratione eſt itidem parallelogrammum DRPS. Quamobrem nulla ibi eſt vera reſolutio, ſed ſola compoſitio motuum, perſeverante nimirum velocitate priore per vim inertiæ, & ea compoſita cum nova velocitate, quam generant vires, quæ agunt in colliſione. Compoſitio virium reſolutioni ſubſtituta.

278. Idem etiam mihi accidit, ubi oblique globus incurrit in planum, ſive conſideretur motus, qui haberi debet deinde, ſive percuſſionis obliquæ energia reſpectu perpendicularis. Deveniat in fig. 43 globus A cum directione obliqua AB ad planum CD Compoſitio reſolutioni ſubſtituta etiam ubi globus incurrit in pla-

num immobile.

Fig. 43.

CD conſideratum ut immobile, quod contingat phyſice in N, & concipiatur planum GI parallelum priori ductum per centrum B, ad quod appellet ipſum centrum, & a quo reſiliet, ſi reſilit. Ducta AF perpendiculari ad GI, & completo parallelogrammo AFBE, in communi methodo reſolvitur velocitas AB in duas AF, AE: ſive FB, EB, primam dicunt manere illæſam, ſecundam deſtrui a reſiſtentia plani: tum perſeverare illam ſolam per BI æqualem ipſi FB; ſi corpus incurrens ſit perfecte molle, vel componi cum alia in perfecte elaſticis BE æquali priori EB, in imperfecte elaſticis B*e*, quæ ad priorem EB habeat rationem datam, & percurrere in primo caſu BI, in ſecundo BM, in tertio B*m*. At in mea Theoria globus a viribus in illa minima diſtantia agentibus, quæ ibi ſunt repulſivæ, acquirit ſecundum directionem NE perpendicularem plano repellenti CD in primo caſu velocitatem BE, æqualem illi, quam acquireret, ſi cum velocitate EB perpendiculariter advenifſet per EB, in ſecundo BL ejus duplam, in tertio BP, quæ ad ipſam habeat illam rationem datam *r* ad 1, ſive $m + n$ ad *m*, & habet deinde velocitatem compoſitam ex velocitate priore manente, ac expreſſa per BO æqualem AB, & poſitam ipſi in directum, ac ex altera BE, BL, BP, ex quibus conſtat, componi illas ipſas BI, BM, B*m*, quas prius; cum ob IO æqualem AF, ſive EB, & IM, I*m* æquales BE, B*e*, ſive EL, EP, totæ etiam BE, BP, BL totis OI, OM, O*m* ſint æquales, & parallelæ.

Ubique in hac Theoria compoſitionem reſolutioni ſubſtitui, eaſque ſibi invicem æquivalere.

279. Res mihi per compoſitionem virium ubique eodem redit, quo in communi methodo per earum reſolutionem. Reſolutionem ſolent vulgo admittere in motibus, quos vocant impeditos, ubi vel planum ſubjectum, vel ripa ad latus procurſum impediens, ut in fluviorum alveis, vel filum, aut virga ſuſtentans, ut in pendulorum oſcillationibus, impedit motum ſecundum eam directionem, qua agunt velocitates jam conceptæ, vel vires; ut & virium reſolutionem agnoſcunt, ubi binæ, vel plures etiam vires unius cujuſdam vis alia directione agentis effectum impediunt, ut ubi grave a binis obliquis planis ſuſtinetur, quorum utrumque premit directione ipſi plano perpendiculari, vel ubi a pluribus filis elaſticis oblique ſitis ſuſtinetur. In omnibus iſtis caſibus illi velocitatem, vel vim agnoſcunt vere reſolutam in duas, quarum utrique ſimul illa unica velocitas, vel vis æquivaleat, ex illis veluti partibus conſtituta, quarum ſi altera impediatur, debeat altera perſeverare, vel ſi impediatur utraque, ſuum utraque effectum edat ſeorſum. At quoniam id impedimentum in mea Theoria nunquam habebitur ab immediato contactu plani rigidi ſubjecti, nec a virga vere rigida, & inflexili ſuſtentante, ſed ſemper a viribus mutuis repulſivis in primo caſu, attractivis in ſecundo; ſemper habebitur nova velocitas, vel vis æqualis, & contraria illi, quam communis methodus eliſam dicit, quæ cum

tota

tota velocitate, vel vi obliqua compoſita eundem motum, vel idem æquilibrium reſtituet, ac idem omnino erit, in effectuum computatione conſiderare partes illas binas, & alteram, vel utramque impeditam, ac conſiderare priorem totam, aut velocitatem, aut vim, compoſitam cum iis novis contrariis, & æqualibus illi parti, vel illis partibus, quæ dicebantur elidi. In id autem, quod vel inferne, vel ſuperne motum maſſæ cujuſpiam impedit, vel vim, non aget pars illa prioris velocitatis, vel illius vis, quæ concipitur reſoluta, ſed velocitas orta a vi mutua, & contraria velocitati illi novæ genitæ in eadem maſſa, a vi mutua, vel ipſa vis mutua, quæ ſemper debet agere in partes contrarias, & cui occaſionem præbet illa determinata diſtantia major, vel minor, quam ſit, quæ limites, & æquilibrium conſtitueret.

280. Id quidem abunde apparet in ipſo ſuperiore exemplo. Ibi in fig. 43 globus (quem concipiamus mollem) advenit oblique per A B, & oblique impeditur a plano ejus progreſſus. Non eſt velocitas perpendicularis A F, vel E B, quæ extinguitur, durante A E, vel F B, uti diximus; nec illa urſit planum C D. Velocitas A B occaſionem dedit globo accedendi ad planum C D uſque ad eam exiguam diſtantiam, in qua vires variæ agerent; donec ex omnium actionibus conjunctis impediretur ulterior acceſſus ad ipſum planum, ſive perpendicularis diſtantiæ ulterior diminutio. Illæ vires agent ſimul in directione perpendiculari ad ipſum planum juxta num. 266: debebunt autem, ut impediant ejuſmodi ulteriorem acceſſum, producere in ipſo globo velocitatem, quæ compoſita cum tota B O perſeverante in eadem directione A B, exhibeat velocitatem per B I parallelam C D. Quoniam vero triangula rectangula A F B, B I O æqualia erunt neceſſario ob A B, B O æquales; erit B E I O parallelogrammum, adeoque velocitas perpendicularis, quæ cum priore velocitate B O debeat componere velocitatem per rectam parallelam plano, debebit neceſſario eſſe contraria, & æqualis illi ipſi E B perpendiculari eidem plano, in quam reſolvunt vulgo velocitatem A B. Interea vero vis, quæ ſemper agit in partes contrarias æqualiter, urſerit planum tantundem, & omnes in eo produxerit effectus illos, qui vulgo tribuuntur globo advenienti cum velocitate ejuſmodi, ut perpendicularis ejus pars ſit E B.

Exemplum rei in ipſo globo molli incurrente in planum immobile.

281. Idem accidet etiam in reliquis omnibus caſibus ſuperius memoratis. Deſcendat globus gravis per planum inclinatum C D (fig. 44) oblique, quod in communi ſententia contin-get hunc in modum. Reſolvunt gravitatem B O in duas, alteram B R perpendicularem plano C D, qua urgetur ipſum planum, quod eum ſuſtinet; alteram B I, parallelam eidem plano, quæ obliquum deſcenſum accelerat. In mea Theoria gravitas cogit globum ſemper magis accedere ad planum C D; donec diſtantia ab eodem evadat ejuſmodi; ut vires mutuæ repul-

Aliud globi deſcendentis per planum inclinatum.

Fig. 44.

repulſivæ agant, & illa quidem, quæ agit in B, ſit ejuſmodi, ut compoſita cum BO exhibeat BI parallelam plano ipſi, adeoque non inducentem ulteriorem acceſſum, ſit autem perpendicularis plano ipſi. Porro ejuſmodi eſt BE, jacens in directum cum RB, & ipſi æqualis, cum nimirum debeat eſſe parallela, & æqualis OI. Vis autem æqualis ipſi, & contraria, adeoque expreſſa per BR, urgebit planum.

Aliud in pendulo.

282. Quod ſi grave ſuſpenſum in fig. 45 filo, vel virga BC debeat oblique deſcendere per arcum circuli BD; tum vero in communi methodo gravitatem BO itidem reſolvunt in duas BR, BI, quarum prima filum, vel virgam tendat, & elidatur, ſecunda acceleret deſcenſum obliquum, qui fieret ex velocitate concepta per rectam BA perpendicularem BC, ac præterea etiam tenſionem fili agnoſcunt ortam a vi centrifuga, quæ exprimitur per DA perpendicularem tangenti. At in mea Theoria res hoc pacto procedit. Globus ex B abit ad D per vires tres compoſitas ſimul cum velocitate præcedente; prima e viribus eſt vis gravitatis BO; ſecunda attractio verſus C orta a tenſione fili, vel virgæ, expreſſa per BE parallelam, & æqualem OI, adeoque RB, quæ ſolæ componerent vim BI; tertia eſt attractio in C expreſſa per BH æqualem AD orta itidem a tenſione fili reſpondente vi centrifugæ, & incurvante motum. Adeſt præterea velocitas præcedens, quam exprimit BK æqualis IA, ut ſit BI æqualis KA. His viribus cum ea velocitate ſimul agentibus erit globus in D in fine ejus tempuſculi, cui ejuſmodi effectus illarum virium reſpondent. Nam ibi debet eſſe, ubi eſſet, ſi aliæ ex illis cauſis agerent poſt alias: gravitate agente veniret per BO, vi BE abiret per OI, velocitate BK abiret per IA ipſi æqualem, vi BH abiret per AD. Quamobrem res tota itidem peragitur ſola compoſitione virium, & motuum.

Fig. 45.

Alia ratio componendi vires in eodem caſu.

283. Porro ſi ſumatur EG æqualis BH; tum tota attractio orta a tenſione fili erit BG, quæ prius conſiderata eſt tanquam e binis partibus in directum agentibus compoſita, ac res eodem redit; nam ſi prius componantur BH, & BE in BG (quo caſu tota BG ut unica vis haberetur), tum BO, ac demum BK, ad idem punctum D rediretur juxta generalem demonſtrationem, quam dedi num. 259. Jam vero vi expreſſa per totam BG attraheretur ad centrum ſuſpenſionis C ab integra tenſione fili, ubi pars EG, vel BH ad partem BE habet proportionem pendentem a celeritate BK, ab angulo RBO, ac a radio CB; ſed iſta meæ Theoriæ cum omnium uſitatis Mechanicæ elementis communia ſunt, poſteaquam compoſitionis hujus cum illa reſolutione æquivalentia eſt demonſtrata.

Aliud exemplum in globo ſuſtentato a binis planis. Difficultas com-

284. Quæ de motu diximus facto vi oblique, ſed non penitus impedita, eadem in æquilibrio habent locum, ubi omnis impeditur motus. Innitatur globus gravis B in fig. 46 binis planis AC, CD, quæ accurate, vel in mea Theoria phy-

phyſice ſolum, contingat in H, & F, & gravitatem referat recta verticalis BO, ac ex puncto O ad rectas BH, BF ducantur rectæ OR, OI parallelæ ipſis BF, BH, & producta ſurſum BK tantundem, ducantur ex K ipſis BF, BH parallelæ KE, KL uſque ad eaſdem BH, BF; ac patet, fore rectas BE, BL æquales, & contrarias BR, BI. In communi methodo reſolutionis virium concipitur gravitas BO reſoluta in binas BR, BI, quarum prima urgeat planum AC, ſecunda DC: & quoniam ſi angulus HCF fuerit ſatis acutus; erit itidem ſatis acutus angulus R, qui ipſi æqualis eſſe debet, cum uterque ſit complementum HBF ad duos rectos, alter ob parallelogrammum, alter ob angulos BHC, BFC rectos; fieri poteſt, ut ſingula latera BR, RO, ſive BI, ſint, quantum libuerit, longiora quam BO; vires ſingulæ, quæ urgent illa plana, poſſunt eſſe, quantum libuerit, majores, quam ſola gravitas: mirantur multi, fieri poſſe, ut gravitas per ſolam ejuſmodi applicationem tantum quodammodo ſupra ſe aſſurgat, & effectum tanto majorem edat.

munis methodi in eodem.

Fig. 46.

285. Difficultas ejuſmodi in communi etiam ſententia evitari facile poteſt exemplo vectis, de quo agemus infra, in quo ſola applicatio vis in multo majore diſtantia collocatæ multo majorem effectum edit. Verum in mea Theoria ne ullus quidem difficultati eſt locus. Non reſolvitur revera gravitas in duas vires BR, BI, quarum ſingulæ plana urgeant, ſed gravitas inducit ejuſmodi acceſſum ad ea plana, in quo vires repulſivæ perpendiculares ipſis planis agentes in globum componant vim BK æqualem, & contrariam gravitati BO, quam ſuſtineat, & ulteriorem acceſſum impediat. Ad id præſtandum requiruntur illæ vires BE, BL æquales, & contrariæ hiſce BR, BI, quæ rem conficiunt. Sed quoniam vires ſunt mutuæ, habebuntur repulſiones agentes in ipſa plana contrariæ, & æquales illis ipſis BE, BL, adeoque agent vires expreſſæ per illas ipſas BR, BI, in quas communis methodus gravitatem reſolvit.

Solutio in ipſa methodo communi: in hac Theoria nullum ipſi difficultati eſſe locum.

286. Quod ſi globus gravis P in fig. 47 e filo BP pendeat, ac ſuſtineatur ab obliquis filis AB, DB, exprimat autem BH gravitatem, & ſit BK ipſi contraria, & æqualis, ac ſint HI, KL parallelæ DB, & HR, KE parallelæ filo AB; communis methodus reſolvit gravitatem BH in duas BR, BI, quæ a filis ſuſtineantur, & illa tendant; ſed ego compono vim BK gravitati contrariam, & æqualem e viribus BE, BL, quas exerunt attractivas puncta fili, quæ ob pondus P delatum deorſum ſua gravitate ita diſtrahuntur a ſe invicem, donec habeantur vires attractivæ componentes ejuſmodi vim contrariam, & æqualem gravitati.

Aliud in globo ſuſpenſo filis obliquis.

Fig. 47.

287. Quamobrem per omnia caſuum diverſorum genera pervagati jam vidimus, nullam eſſe uſpiam in mea Theoria veram aut virium, aut motuum reſolutionem, ſed omnia prorſus phænomena pendere a ſola compoſitione virium, & motuum, adeoque

Concluſio generalis pro hac theoria, quæ omnia præſtat per ſolam compoſitionem.

que naturam eodem ubique modo ſimpliciſſimo agere, componendo tantummodo vires, & motus plures, ſive edendo ſimul eum effectum, quem ederent illæ omnes cauſæ; ſi aliæ poſt alias effectus ederent ſuos æquales, & eandem habentes directionem cum iis, quos ſingulæ, ſi ſolæ eſſent, producerent. Et quidem id generale eſſe Theoriæ meæ, patet vel ex eo, quod nulli poſſunt eſſe motus ex parte impediti, ubi nullus eſt immediatus contactus, ſed in libero vacuo ſpatio punctum quodvis liberrime movetur parendo ſimul velocitati, quam habet jam acquiſitam, & viribus omnibus, quæ ab aliis omnibus pendent materiæ punctis.

Reſolutio tantum mente concepta ſæpe utilis ad contrahendas ſolutiones.

288. Quanquam autem habeatur revera ſola compoſitio virium; licebit adhuc vires imaginatione noſtra reſolvere in plures, quod ſæpe demonſtrationes theorematum, & ſolutionem problematum contrahet mirum in modum, ac expeditiores reddet, & elegantiores; nam licebit pro unica vi aſſumere vires illas, ex quibus ea componeretur. Quoniam enim idem omnino effectus oriri debet, ſive adſit unica vis componens, ſive reapſe habeantur ſimul plures illæ vires componentes; manifeſtum eſt, ſubſtitutione harum pro illa nihil turbari concluſiones, quæ inde deducuntur: & ſi poſt reſolutionem ejuſmodi inveniatur vis contraria, & æqualis alicui e viribus, in quas vis illa data reſolvitur; illa haberi poteſt pro nulla, conſideratis ſolis reliquis, ſi in plures reſoluta fuit, vel ſola altera reliqua, ſi reſoluta fuit in duas. Nam componendo vim, quæ reſolvitur, cum illa contraria uni ex iis, in quas reſolvitur, eadem vis provenire debet omnino, quæ oritur componendo ſimul reliquas, quæ fuerant in reſolutione ſociæ illius eliſæ, vel retinendo unicam illam alteram reliquam, ſi reſolutio facta eſt in duas tantummodo; atque id ipſum conſtat pro reſolutione in duas ipſis ſuperioribus exemplis, & pro quacunque reſolutione in vires quotcunque facile demonſtratur.

Methodus generalis reſolvendi vim in alias quotcunque.

289. Porro quod pertinet ad reſolutionem in plures vires, vel motus, facile eſt ex iis, quæ dicta ſunt num. 257. definire legem, quæ ipſam reſolutionem rite dirigat, ut habeantur vires, quæ datam aliquam componant. Sit in fig. 48. vis quæcunque, vel motus AP, & incipiendo ab A ducantur quotcunque, & cujuſcunque longitudinis rectæ AB, BC, CD, DE, EF, FG, GP, continuo inter ſe connexæ ita, ut incipiant ex A, ac deſinant in P; & ſi ipſis BC, CD &c. ducantur parallelæ, & æquales A*c*, A*d* &c; vires omnes AB, A*c*, A*d*, A*e*, A*f*, A*g*, A*p* component vim AP; unde patet illud: ad componendam vim quamcumqua poſſe aſſumi vires quotcunque, & quaſcunque, quibus aſſumptis determinari poterit una alia præterea, quæ compoſitionem perficiat; nam poterunt duci rectæ AB, BC, CD &c. parallelæ, & æquales datis quibuſcunque, & ubi poſtremo deventum fuerit ad aliquod punctum G, ſatis erit addere vim expreſſam per GP.

Fig. 48.

290. Eo

Digitized by Google

290. Eo autem generali caſu continetur particularis caſus reſolutionis in vires tantummodo duas, quæ poteſt fieri per duo quævis latera trianguli cujuſcunque, ut in fig. 49, ſi datur vis A P, & fiat quodcunque triangulum A B P; vis reſolvi poteſt in duas A B, B P, & data illarum altera, datur & altera, quod quidem conſtat etiam ex ipſa compoſitione, ſeu reſolutione per parallelogrammum A B P C, quod ſemper compleri poteſt, & in quo A C eſt parallela, & æqualis B P, ac binæ vires A B, A C componunt vim A P: atque idem dicendum de motibus.

Evolutio reſolutionis in duas tantum.

Fig. 49.

291. Ejuſmodi reſolutio illud etiam palam faciet; cur vis compoſita a viribus non in directum jacentibus, ſit minor ipſis componentibus, quæ nimirum ſunt ex parte ſibi invicem contrariæ, & eliſis mutuo contrariis, & æqualibus, remanet in vi compoſita ſumma virium conſpirantium, vel differentia oppoſitarum pertinentium ad componentes. Si enim in fig. 50, 51, 52 vis A P componatur ex viribus A B, A C, quæ ſint latera parallelogrammi A B P C, & ducantur in A P perpendicula B E, C F, cadentibus E, & F inter A, & P in fig. 50, in A, & P in fig. 51, extra in fig. 52; ſatis patet, fore in prima, & poſtrema æqualia triangula A E B, P F C, adeoque vires E B, F C contrarias, & æquales elidi; vim vero A P in primo caſu eſſe ſummam binarum virium conſpirantium A E, A F, æquari unicæ A F in ſecundo, & fore differentiam in tertio oppoſitarum A E, A F.

Cur vis compoſita ſit minor componentibus ſimul ſumptis.

Fig. 50. 51. 52.

292. In reſolutione quidem vis creſcit quodammodo; quia mente adjungimus alias oppoſitas, & æquales, quæ adjunctæ cum ſe invicem elidant, rem non turbant. Sic in fig. 52 reſolvendo A P in binas A B, A C, adjicimus ipſi A P binas A E, P F contrarias, & præterea in directione perpendiculari binas E B, F C itidem contrarias, & æquales. Cum reſolutio non ſit realis, ſed imaginaria tantummodo ad faciliorem problematum ſolutionem; nihil inde difficultatis afferri poteſt contra communem methodum concipiendi vires, quas huc uſque conſideravimus, & quæ momento temporis exercent ſolum niſum, ſive preſſionem; unde etiam ſit, ut dicantur vires mortuæ, & idcirco ſolum continuo durantes tempore ſine contraria aliqua vi, quæ illas elidat, velocitatem inducunt, ut cauſæ velocitatis ipſius inductæ: nec inde argumentum ullum deſumi poterit pro admittendis illis, quas Leibnitius invexit primus, & vires vivas appellavit, quas hinc potiſſimum neceſſario ſaltem concipiendas eſſe arbitrantur nonnulli, ne nimirum in reſolutione virium habeatur effectus non æqualis ſuæ cauſæ. Effectus quidem non æqualis, ſed proportionalis eſſe debet, non cauſæ, ſed actioni cauſæ, ubi ejuſmodi actio contraria aliqua actione non impeditur vel tota, vel ex parte, quod accidit, uti vidimus, in obliqua compoſitione: ac utcunque & aliæ reſponſiones ſint in communi etiam ſententia pro caſu reſolutionis;

Cur ea creſcere videatur in reſolutione nihil inde poſſe deduci pro viribus vivis.

Digitized by Google

in mea Theoria, cum ipſa reſolutio realis nulla ſit, nulla itidem eſt, uti monui, difficultas.

Satis patere ex hac Theoria, Vires Vivas in Natura nullas eſſe.

293. Et quidem tam ex iis, quæ huc uſque demonſtrata ſunt, quam ex iis, quæ conſequentur, ſatis apparebit, nullum uſquam eſſe ejuſmodi virium vivarum indicium, nullam neceſſitatem; cum omnia Naturæ phænomena pendeant a motibus, & æquilibrio, adeoque a viribus mortuis, & velocitatibus inductis per earum actiones, quam ipſam ob cauſam in illa diſſertatione *De Viribus Vivis*, quæ hujus ipſius Theoriæ occaſionem mihi præbuit ante annos 13, affirmavi, *Vires Vivas in Natura nullas eſſe*, & multa, quæ ad eas probandas proferri ſolebant, ſatis luculenter expoſui per ſolas velocitates a viribus non vivis inductas.

Impactus obliquus globi elaſtici in quatuor globos, qui pro iis afferri ſolet.

Fig 53.

294. Unum hic proferam, quod pertinet ad colliſionem globorum elaſticorum obliquam, quæ compoſitionem reſolutioni ſubſtitutam illuſtrat. Sint in fig. 53 triangula ADB, BHG, GML rectangula in D, H, M ita, ut latera BD, GH, LM ſint æqualia ſingula dimidiæ baſi AB, ac ſint BG, GL, LQ parallelæ AD, BH, GM. Globus A cum velocitate AB = 2 incurrat in B in globum C ſibi æqualem jacentem in DB producta: ex colliſione obliqua dabit illi velocitatem CE = 1, æqualem ſuæ BD, quam amittet, & progredietur per BG cum velocitate = AD = $\sqrt{3}$. Ibi eodem pacto ſi inveniat globum I, dabit ipſi velocitatem IK = 1, amiſſa ſua GH, & progredietur per GL cum $\sqrt{2}$; tum ibi dabit globo O velocitatem OP = 1, amiſſa ſua LM, & abibit cum LQ = 1, quam globo R, directe in eum incurrens, communicabit. Quare, ajunt, illa vi, quam habebat cum velocitate = 2, communicabit quatuor globis ſibi æqualibus vires, quæ junguntur cum velocitatibus ſingulis = 1; ubi ſi vires fuerint itidem ſingulæ = 1, erit ſumma virium = 4, quæ cum fuerit ſimul cum velocitate = 2, vires ſunt, non ut ſimplices velocitates in maſſis æqualibus, ſed ut quadrata velocitatum.

Ejus explicatio in hac Theoria ſine viribus vivis per ſolam compoſitionem.

295. At in mea Theoria id argumentum nullam ſane vim habet. Globus A non transfert in globum C partem DB ſuæ velocitatis AB reſolutæ in duas DB, TB, & cum ea partem ſuæ vis. Agit in globos vis nova mutua in partes oppoſitas, quæ alteri imprimit velocitatem CE, alteri BD. Velocitas prior globi A expreſſa per BF poſitam in directum cum AB, & ipſi æqualem, componitur cum hac nova accepta BD, & oritur velocitas BG minor ipſa BF ob obliquitatem compoſitionis. Eodem pacto nova vis mutua agit in globos in G, & I, in L, & O, in Q, & R, & velocitates novas primi globi GL, LQ, *zero*, componunt velocitates GH, & GN; LM, & LS; LQ, & QL, ſine ulla aut vera reſolutione, aut translatione vis vivæ, Natura in omni omnino caſu, & in omni corporum genere agente prorſus eodem modo.

Quid notan-

295. Sed quod attinet ad colliſiones corporum, & motus re-

reflexos, unde digreſſi eramus; inprimis illud monendum duco: cum nulli mihi ſint continui globi, nulla plana continua; pleraque ex illis, quæ dicta ſunt, habebunt locum tantummodo ad ſenſum, & proxime tantummodo, non accurate; nam intervalla, quæ habentur inter puncta, inducent inæqualitates ſane multas. Sic etiam in fig. 43. ubi globus delatus ad B incurrit in CD, mutatio viæ directionis non fiet in unico puncto B, ſed per continuam curvaturam; ac ubi globus reflectetur, ipſa reflexio non fiet in unico puncto B, ſed per curvam quandam. Recta AB, per quam globus adveniet, non erit accurate recta, ſed proxime; nam vires ad diſtantias omnes conſtanti lege ſe extendunt, ſed in majoribus diſtantiis ſunt inſenſibiles; niſi maſſa, in quam tenditur, ſit enormis, ut eſt totius Terræ maſſa, in quam ſenſibili vi tendunt gravia. At ubi globus advenerit ſatis prope planum CD; incipiet incurvari etiam via centri, quæ quidem, jam attracto, jam repulſo globo, ſerpet etiam, donec alicubi repulſio ſatis prævaleat ad omnem ejus perpendicularem velocitatem extinguendam (utar enim impoſterum etiam ego vocabulis communibus a virium reſolutione petitis, uti & ſuperius aliquando uſus fueram, & nunc quidem potiore jure, poſteaquam demonſtravi æquipollentiam veræ compoſitionis virium cum imaginaria reſolutione), & retro etiam motum reflectat.

dum idcirco, quod nulli ſunt globi continui, aut plana continua, aut mathematicus contactus.

Fig. 43.

297. Et quidem ſi vires in acceſſu ad planum, ac in receſſu a plano fuerint prorſus æquales inter ſe; dimidia curva ab initio ſenſibilis curvaturæ uſque ad minimam diſtantiam a plano erit prorſus æqualis, & ſimilis reliquæ dimidiæ curvæ, quæ habebitur inde uſque ad finem curvaturæ ſenſibilis, ac angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis. Id in caſu, quem exprimit fig. 43, curva ob inſenſibilem ejus tractum conſiderata pro unico puncto, pro perfecte elaſticis patet ex eo, quod in triangulis rectangulis AFB, MIB latera æqualia circa angulos rectos ſecum trahant æqualitatem angulorum ABF, MBI, quorum alter dicitur angulus incidentiæ, & alter reflexionis, ubi in imperfecte elaſticis non habetur ejuſmodi æqualitas, ſed tantummodo conſtans ratio inter tangentem anguli incidentiæ, & tangentem anguli reflexionis, quæ nimirum ad radios æquales BF, BI ſunt FA, & I*m*, & ſunt juxta denominationem, quam ſupra adhibuimus num. 272, & retinuimus huc uſque, ut *m* ad *n*.

Lex reflexionis perfectæ, & imperfectæ elaſticorum.

298. Curvaturam in reflexione exhibet figura 54, ubi via puncti mobilis repulſi a plano CO eſt ABQDM, quæ circa B, ubi vires incipiunt eſſe ſenſibiles, incipit ad ſenſum incurvari, & definit in eadem diſtantia circa D. Ea quidem, ſi habeatur ſemper repulſio, incurvatur perpetuo in eandem plagam, ut figura exhibet; ſi vero & attractio repulſionibus interferatur, ſerpit, uti monui; ſed ſi paribus a plano diſtantiis vires æquales ſunt; ſatis patet, & accuratiſſime demonſtrari

Eadem facta vi agente in aliqua diſtantia, conſiderata curvatura ſemitæ.

Fig. 54.

 etiam

Digitized by Google

etiam poſſet, ubi ſemel deventum ſit alicubi, ut in Q, ad directionem parallelam plano, debere deinceps deſcribi arcum QD prorſus æqualem, & ſimilem arcui QB, & ita ſimiliter poſitum reſpectu plani CO, ut ejus inclinationes ad ipſum planum in diſtantiis æqualibus ab eo, & a Q hinc, & inde ſint prorſus æquales; quam ob cauſam tangentes BN, DP, quæ ſunt quaſi continuationes rectarum AB, MD, angulos faciunt ANC, MPO æquales, qui deinde habentur pro angulis incidentiæ, & reflexionis.

Quid, ſi planum ſit aſperum: applicatio ad reflexionem lucis.

299. Si planum ſit aſperum, ut Figura exhibet, & ut ſemper contingit in Natura; æqualitas illa virium utique non habetur. At ſi ſcabrities ſit ſatis exigua reſpectu ejus diſtantiæ, ad quam vires ſenſibiles protenduntur; inæqualitas ejuſmodi erit perquam exigua, & anguli incidentiæ, & reflexionis æquales erunt ad ſenſum. Si enim eo intervallo concipiatur ſphæra VRTS habens centrum in puncto mobili, cujus ſegmentum RTS jaceat ultra planum; agent omnia puncta conſtituta intra illud ſegmentum, adeoque monticuli prominentes ſatis exigui reſpectu totius ejus maſſæ, ſatis exiguam inæqualitatem poterunt inducere; & proinde ſenſibilem æqualitatem angulorum incidentiæ, & reflexionis non turbabunt, ſicut & noſtri terreſtres montes in globo oblique projecto, & ita ponderante, ut a reſiſtentia aeris non multum patiatur, ſenſibiliter non turbant parabolicum motum ipſius, in quo bina crura ad idem horizontale planum eandem ad ſenſum inclinationem habent. Secus accideret, ſi illi monticuli ingentes eſſent etiam reſpectu ejuſdem ſphæræ. Atque hæc quidem, qui diligentius perpenderit, videbit ſane, & lucem a vitro ſatis lævigato reſilire debere cum angulo reflexionis æquali ad ſenſum angulo incidentiæ; licet & ibi pulviſculus, quo poliuntur vitra, relinquat ſulcos, & monticulos, ſed perquam exiguos etiam reſpectu diſtantiæ, ad quam extenditur ſenſibilis actio vitri in lucem; ſed reſpectu ſuperficierum, quæ ad ſenſum ſcabræ ſunt, debere ipſam lucem irregulariter diſpergi quaqua verſus.

Quid in impactu obliquo globi mollis in planum: velocitas amiſſa, quæ manet illæſa in curvatura continua.

Fig. 43.

300. Pariter ubi globus non elaſticus deveniat per AB in eadem illa fig. 43, & deinde debeat ſine reflexione excurrere per BQ, non deſcribet utique rectam lineam accurate, ſed ſerpet, & ſaltitabit non nihil: erit tamen recta ad ſenſum: velocitas vero mutabitur ita; ut ſit velocitas prior AB ad poſteriorem BI, ut radius ad coſinum inclinationis OBI rectæ BO ad planum CD, ac ipſa velocitas prior ad velocitatum differentiam, ſive ad partem velocitatis amiſſam, quam exprimit IQ determinata ab arcu OQ habente centrum in B, erit ut radius ad ſinum verſum ipſius inclinationis. Quoniam autem imminuto in infinitum angulo, ſinus verſus decreſcit in infinitum etiam reſpectu ipſius arcus, adeoque ſumma omnium ſinuum verſorum pertinentium ad omnes inflexiones infiniteſimas tempore finito factas adhuc in infinitum decreſcit; ubi inflexio evadat con-

Digitized by Google

continua, uti fit in curvis continuis, ea ſumma evaneſcit, & nulla fit velocitatis amiſſio ex inflexione continua orta, ſed vis perpetua, quæ tantummodo ad habendam curvaturam requiritur perpendicularis ipſi curvæ, nihil turbat velocitatem, quam parit vis tangentialis, ſi qua eſt, quæ motum perpetuo acceleret, vel retardet; ac in curvilineis motibus quibuſcunque, qui habeantur per quaſcunque directiones virium, ſemper reſolvi poteſt vis illa, quæ agit, in duas, alteram perpendicularem curvæ, alteram ſecundum directionem tangentis, & motus in curva per hanc tangentialem vim augebitur, vel retardabitur eodem modo, quo ſi eædem vires agerent, & motus haberetur in eadem recta linea conſtanter. Sed hæc jam meæ Theoriæ communia ſunt cum Theoria vulgari.

Theoremata pro vi accelerante deſcenſum, vel retardante aſcenſum in planis inclinatis, & pendulis.

301. Communis eſt itidem in fig. 44, & 45 ratio gravitatis abſolutæ BO ad vim BI, quæ obliquum deſcenſum accelerat, vel aſcenſum retardat, quæ eſt, ut radius ad ſinum anguli BOI, vel OBR, ſive coſinum OBI. Angulus OBI eſt is in fig. 44, quem continet directio BI, quæ eſt eadem, ac directio plani CD, cum linea verticali BO, adeoque angulus OBR eſt æqualis inclinationi plani ad horizontem, & angulus idem OBR in fig. 45 eſt is, quem continet cum verticali BO recta CB jungens punctum oſcillans cum puncto ſuſpenſionis. Quare habentur hæc theoremata: *Vis accelerans deſcenſum, vel retardans aſcenſum in planis inclinatis, vel ubi oſcillatio fit in arcu circulari, eſt ad gravitatem abſolutam, ibi quidem ut ſinus inclinationis ipſius plani, hic vero ut ſinus anguli, quem cum verticali linea continet recta jungens punctum oſcillans cum puncto ſuſpenſionis, ad radium*. E quorum theorematum priore fluunt omnia, quæ Galilæus tradidit de deſcenſu per plana inclinata; ac e poſteriore omnia, quæ pertinent ad oſcillationes in circulo; quin immo etiam ad oſcillationes factas in curvis quibuſcunque pondere per filum ſuſpenſo, & curvis evolutis applicato; ac eodem utemur infra in definiendo centro oſcillationis.

Fig. 44. 45.

Applicatio Theoriæ ad refractionem: tres caſus velocitatis normalis extinctæ, imminutæ, auctæ.

302. Hiſce perſpectis, applicanda eſt etiam Theoria ad motuum refractionem, ubi continentur elementa mechanica pro refractione luminis, & occurrit elegantiſſimum theorema a Newtono inventum huc pertinens. Sint in fig. 55 binæ ſuperficies AB, CD parallelæ inter ſe, & punctum mobile quodpiam extra illa plana nullam ſentiat vim, inter ipſa vero urgeatur viribus quibuſcunque, quæ tamen & ſemper habeant directionem perpendicularem ad ipſa plana, & in æqualibus diſtantiis ab altero ex iis æquales ſint ubique; ac mobile deferatur ad alterum ex iis, ut AB, directione quacunque GE. Ante appulſum feretur motu rectilineo, & æquabili, cum nulla urgeatur vi: ejus velocitatem exprimat EH, quæ erecta ER, perpendiculari ad AB, reſolvi poterit in duas, alteram perpendicularem ES, alteram parallelam HS. Poſt ingreſſum inter illa duo

Fig. 55.

plana

plana incurvabitur motus illis viribus, ſed ita, ut velocitas parallela ab iis nihil turbetur, velocitas autem perpendicularis vel minuatur, vel augeatur; prout vires tendent verſus planum citerius A B, vel verſus ulterius C D. Jam vero tres caſus haberi hinc poſſunt; vel enim iis viribus tota velocitas perpendicularis E S extinguitur, antequam deveniatur ad planum ulterius C D; vel perſtat uſque ad appulſum ad ipſum C D, ſed imminuta, vi contraria prævalente viribus eadem directione agentibus; vel perſtat potius aucta.

Primo reflexionem induci.

303. In primo caſu, ubi primum velocitas perpendicularis extincta fuerit alicubi in X, punctum mobile reflectet curſum retro per X I, & iiſdem viribus agentibus in regreſſu, quæ egerant in progreſſu, acquiret velocitatem perpendicularem I L æqualem amiſſæ E S, quæ compoſita cum parallela L M, æquali priori H S, exhibebit obliquam I M in recta nova I K, quam deſcribet poſt egreſſum, & erunt æquales anguli H I L, M E S, adeoque & anguli K I B, G E A; quod congruit cum iis, quæ in fig. 54. ſunt exhibita, & pertinent ad reflexionem.

Secundo refractionem cum acceſſu ad ſuperficiem refringentem, tertio itidem refractionem, ſed cum receſſu.

304. In ſecundo caſu prodibit ultra ſuperficiem ulteriorem C D, ſed ob velocitatem perpendicularem O P minorem priore E S, parallelam vero P N æqualem priori H S, erit angulus O N P minor, quam E H S, adeoque inclinatio V O D ad ſuperficiem in egreſſu minor inclinatione G E A in ingreſſu. Contra vero in tertio caſu ob *op* majorem E S, angulus *uo* D erit major. In utroque autem hoc caſu differentia quadratorum velocitatis E S, & O P vel *op*, erit conſtans, per num. 177 in adn. *m*, quæcunque fuerit inclinatio G E in ingreſſu, a qua inclinatione pendet velocitas perpendicularis S E.

Ratio conſtans ſinus anguli incidentiæ, ad ſinum anguli refracti.

305. Inde autem facile demonſtratur, fore ſinum anguli incidentiæ H E S, ad ſinum anguli refracti P O N (& quidquid dicitur de iis, quæ deſignantur litteris P O N, erunt communia iis, quæ exprimuntur litteris *pon*) in ratione conſtanti, quæcunque fuerit inclinatio rectæ incidentis G E. Sumatur enim H E conſtans, quæ exprimat velocitatem ante incidentiam: exprimet H S velocitatem parallelam, quæ erit æqualis rectæ P N exprimenti velocitatem parallelam poſt refractionem; ac E S, O P exprimént velocitates perpendiculares ante, & poſt, quarum quadrata habebunt differentiam conſtantem. Sed ob H S, P N ſemper æquales, differentia quadratorum H E, O N æquatur differentiæ quadratorum E S, O P. Igitur etiam differentia quadratorum H E, O N erit conſtans; cumque ob H E conſtantem debeat eſſe conſtans ejus quadratum; erit conſtans etiam quadratum O N, adeoque conſtans etiam ipſa O N, & proinde conſtans erit & ratio H E ad O N; quæ quidem ratio eſt eadem, ac ſinus anguli N O P ad ſinum H E S: cum enim ſit in quovis triangulo rectangulo radius ad latus utrumvis, ut baſis ad ſinum anguli oppoſiti; in diverſis triangulis rectangulis ſunt ſinus, ut latera oppoſita diviſa per ba-

Digitized by Google

baſes, ſive directe ut latera, & reciproce ut baſes, & ubi latera ſunt æqualia, ut hic HS, PN, erunt reciproce ut baſes.

306. Quamobrem in refractionibus, quæ hoc modo fiant motu libero per intervallum inter duo plana parallela, in quo vires paribus diſtantiis ab altero eorum pares ſint, ratio ſinus anguli incidentiæ, ſive anguli, quem facit via ante incurſum cum recta perpendiculari plano, ad ſinum anguli refracti, quem facit via poſt egreſſum itidem cum verticali, eſt conſtans, quæcunque fuerit inclinatio in ingreſſu. Præterea vero habetur & illud, fore celeritates abſolutas ante, & poſt in ratione reciproca eorum ſinuum. Sunt enim ejuſmodi velocitates ut HE, ON, quæ ſunt reciproce ut illi ſinus.

Ratio ſinuum conſtans, & ratio velocitatum reciproca rationis ſinuum.

307. Hæc quidem ad luminis refractiones explicandas viam ſternunt, ac in Tertia Parte videbimus, quo pacto hypotheſis hujuſce theorematis applicetur particulis luminis. Sed interea conſiderabo vires mutuas, quibus in ſe invicem agant tres maſſæ, ubi habebuntur generalius ea, quæ pertinent etiam ad actiones trium punctorum, & quæ a num. 225, & 228 huc reſervavimus. Porro ſi integræ vires alterius in alteram diriguntur ad ipſa centra gravitatis, referam hic ad ſe invicem vires ex integris compoſitas; ſed etiam ubi vires aliam directionem habeant quancunque; ſi ſingulæ reſolvantur in duas, alteram, quæ ſe dirigat a centro ad centrum; alteram, quæ ſit ipſi perpendicularis, vel in quocunque dato angulo obliqua; omnia in prioribus habebunt itidem locum.

Tranſitus ad Theorema, quod huic operi occaſionem dedit.

308. Agant in ſe invicem in fig. 56 tres maſſæ, quarum centra gravitatis ſint A, B, C, viribus mutuis ad ipſa centra directis, & conſiderentur inprimis directiones virium. Vis puncti C ex utraque CV, C*d* attractiva erit C*e*; ex utraque repulſiva CY, C*a*, erit CZ, & utriuſque directio ſaltem ad partes oppoſitas producta ingreditur triangulum, & ſecat illa angulum internum ACB, hæc ipſi ad verticem oppoſitum *a*CY. Vi CV attractiva in B, ac CY repulſiva ab A, habetur CX; & vi C*d* attractiva in A, ac C*a* repulſiva a B, habetur C*b*, quarum utraque abit extra triangulum, & ſecat angulos ipſius externos. Primæ C*e*, cum debeant reſpondere attractiones BP, AG, reſpondent cum attractionibus mutuis BN, AE, vires BO, AF, vel cum repulſionibus BR, AI, vires BQ, AH, ac tam priores binæ, quam poſteriores, jacent ad eandem partem lateris AB, & vel ambæ ingrediuntur triangulum tendentes verſus ipſum, vel ambæ extra ipſum etiam productæ abeunt, & tendunt ad partes oppoſitas directionis C*e* reſpectu AB. Secundæ CZ debent reſpondere repulſiones BT, AL, quæ cum repulſionibus BR, AI, conſtituunt BS, AK, cum attractionibus BN, AE conſtituunt BM, AD, ac tam priores binæ, quam poſteriores jacent ad eandem plagam reſpectu AB, & ambarum dire-

Conſideratio directionis virium, quibus tres maſſæ in ſe mutuo agunt.

Fig. 56.

directiones vel productæ ex parte poſteriore ingre liuntur triangulum, ſed tendunt ad partes ipſi contrarias, ut CZ, vel extra triangulum utrinque abeunt ad partes oppoſitas directioni CZ reſpectu AB. Quod ſi habeatur CX, quam exponunt CV, CY, tum illi reſpondent BP, & AL, ac ſi prima conjungitur cum BN, jam habetur BO ingrediens triangulum; ſi BR, tum habetur quidem BQ, cadens etiam ipſa extra triangulum, ut cadit ipſa CX; ſed ſecunda AL jungetur cum AI, & habebitur AK, quæ producta ad partes A ingredietur triangulum. Eodem autem argumento cum vi C*b* vel conjungitur AF ingrediens triangulum, vel BS, quæ producta ad B triangulum itidem ingreditur. Quamobrem ſemper aliqua ingreditur, & tum de reliquis binis redeunt, quæ dicta ſunt in caſu virium C*e*, CZ.

Theorema pertinens ad directiones virium.

309. Habetur igitur hoc theorema. *Quando tres maſſæ in ſe invicem agunt viribus directis ad centra gravitatis, vis compoſita ſaltem unius habet directionem, quæ ſaltem producta ad partes oppoſitas ſecat angulum internum trianguli, & ipſum ingreditur: reliquæ autem duæ vel ſimul ingrediuntur, vel ſimul evitant, & ſemper diriguntur ad eandem plagam reſpectu lateris jungentis earum duarum maſſarum centra; ac in primo caſu vel omnes tres tendunt ad interiora trianguli jacendo in angulis internis, vel omnes tres ad exteriora in partes triangulo oppoſitas jacendo in angulis ad verticem oppoſitis; in ſecundo vero caſu reſpectu lateris jungentis eas binas maſſas tendunt in plagas oppoſitas ei, in quam tendit vis illa prioris maſſæ.*

Theorema elegantius ad eas pertinens cum ejus demonſtratione.

310. Sed eſt adhuc elegantius theorema, quod ad directionem pertinet, nimirum: *Omnium trium compoſitarum virium directiones utrinque productæ tranſeunt per idem punctum: & ſi id jaceat intra triangulum; vel omnes ſimul tendunt ad ipſum, vel omnes ſimul ad partes ipſi contrarias: ſi vero jaceat extra triangulum; binæ, quarum directiones non ingrediuntur triangulum, tendunt ad ipſum, ac tertia, cujus directio triangulum ingreditur, tendit ad partes ipſi contrarias; vel illæ binæ ad partes ipſi contrarias, & tertia ad ipſum.*

Prima pars, quod omnes tranſeant per idem punctum, ſic demonſtratur. In figura quavis a 57 ad 62, quæ omnes caſus
Fig. 57. 58. . . 62. exhibent, vis pertinens ad C ſit ea, quæ triangulum ingreditur, ac reliquæ binæ HA, QB concurrant in D: oportet demonſtrare, vim etiam, quæ pertinet ad C, dirigi ad D. Sint CV, C*d* vires componentes, ac ducta CD, ducatur VT parallela CA, occurrens CD in T; & ſi oſtenſum fuerit, ipſam fore æqualem C*d*; res erit perfecta: ducta enim *d*T remanebit CVT*d* parallelogrammum, per cujus diagonalem CT dirigetur vis compoſita ex CV, C*d*. Ejuſmodi autem æqualitas demonſtrabitur conſiderando rationem CV ad C*d* compoſitam ex quinque intermediis, CV ad BP, BP ad PQ, PQ, ſive BR ad AI, AI, ſive HG ad AG, AG ad C*d*.

C*d*. Prima vocando A, B, C maſſas, quarum ea puncta ſunt centra gravitatum, eſt ex actione, & reactione æqualibus ratio maſſæ B ad C: ſecunda *ſin* PQB, ſive ABD ad *ſin* PBQ, ſive CBD: tertia A ad B: quarta *ſin* HAG, ſive CAD ad *ſin* GHA, ſive BAD: quinta C ad A. Tres rationes, in quibus habentur maſſæ, componunt rationem B×A×C ad C×B×A, quæ eſt 1 ad 1, & remanet ratio *ſin* ABD× *ſin* CAD ad *ſin* CBD× *ſin* BAD. Pro *ſin* ABD, & *ſin* BAD, ponantur AD, & BD ipſis proportionales; ac pro *ſinu* CAD, & *ſin* CBD ponantur $\frac{\mathit{ſin}\ ACD\times CD}{AD}$, & $\frac{\mathit{ſin}\ BCD\times CD}{BD}$, ipſis æquales ex Trigonometria, & habebitur ratio *ſin* ACD× CD ad *ſin* BCD×CD, ſive *ſin* ACD, vel CTV, qui ipſi æquatur ob VT, CA parallelas, ad *ſin* BCD, ſive VCT, nimirum ratio ejuſdem illius CV ad VT. Quare VT æquatur C*d*, CVT*d* eſt parallelogrammum, & vis pertinens ad C, habet directionem itidem tranſeuntem per D.

Secunda pars patet ex iis, quæ demonſtrata ſunt de directione duarum virium, ubi tertia triangulum ingreditur, & ſex caſus, qui haberi poſſunt, exhibentur totidem figuris. In fig. 57, & 58 cadit D extra triangulum ultra baſim AB, in 59, & 60 intra triangulum, in 61, & 62 extra triangulum citra verticem ad partes baſi oppoſitas, ac in ſingulorum binariorum priore vis CT tendit verſus baſim, in poſteriore ad partes ipſi oppoſitas. In iis omnibus demonſtratio eſt communis juxta leges transformationis locorum geometricorum, quas diligenter expoſui, & fuſius perſecutus ſum in diſſertatione adjecta meis *Sectionum Conicarum Elementis*, Elementorum tomo 3.

311. Quoniam evadentibus binis HA, QB parallelis, punctum D abit in infinitum, & tertia CT evadit parallela reliquis binis etiam ipſa juxta eaſdem leges; patet illud: *Si binæ ex ejuſmodi directionibus fuerint parallelæ inter ſe; erit iiſdem parallela & tertia: ac illa, quæ jacet inter directiones virium tranſeuntes per reliquas binas, quæ idcirco in eo caſu appellari poteſt media, habebit directionem oppoſitam directionibus reliquarum conformibus inter ſe.* Corollarium pro caſu directionum parallelarum.

312. Patet autem, datis binis directionibus virium, dari ſemper & tertiam. Si enim illæ ſint parallelæ; erit illis parallela & tertia: ſi autem concurrant in aliquo puncto; tertiam determinabit recta ad idem punctum ducta: ſed oportet, habeant illam conditionem, ut tam binæ, quæ triangulum non ingrediantur, quam quæ ingrediantur, vel ſimul tendant ad illud punctum, vel ſimul ad partes ipſi contrarias. Aliud generale tertiæ directionis datæ datis binis.

313. Hæc quidem pertinent ad directiones: nunc ipſas earum virium magnitudines inter ſe comparabimus, ubi ſtatim occurret elegantiſſimum illud theorema, de quo mentionem feci num. 225: *Vires acceleratrices binarum quarumvis e tribus maſſis in ſe mutuo agentibus ſunt in ratione compoſita ex tribus*, Theorema præcipuum de magnitudine, quod toti Operi occaſionem dedit.

nimirum ex directa ſinuum angulorum, quos continet recta jungens ipſarum centra gravitatis cum rectis ductis ab iiſdem centris ad centrum tertiæ maſſæ; reciproca ſinuum angulorum, quos directiones ipſarum virium continent cum iiſdem rectis illas jungentibus cum tertia; & reciproca maſſarum.

Ejus demonſtratio expeditiſſima.

Nam eſt BQ ad AH aſſumptis terminis mediis BR, AI in ratione compoſita ex rationibus BQ, ad BR, & BR ad AI, & AI ad AH. Prima ratio eſt ſinus QRB, ſive CBA ad ſinum BQR, ſive PBQ, vel CBD: ſecunda maſſæ A ad maſſam B: tertia ſinus IHA, ſive HAG, vel CAD, ad ſinum HIA, ſive CAB: eæ rationes, permutato ſolo ordine antecedentium, & conſequentium, ſunt rationes ſinus CBA ad ſinum CAB, quæ eſt illa prima e rationibus propoſitis directa; ſinus CAD ad ſinum CBD, quæ eſt ſecunda reciproca: & maſſæ A ad maſſam B, quæ eſt tertia itidem reciproca. Eadem autem eſt prorſus demonſtratio; ſi comparetur BQ, vel AH cum CT, ac in hac demonſtratione, ut & alibi ubique, ubi de ſinubus angulorum agitur, angulis quibuſvis ſubſtitui poſſunt, uti ſæpe eſt factum, & fiet imposterum, eorum complementa ad duos rectos, quæ eoſdem habent ſinus.

Corollarium ſimplex pro viribus ipſis.

314. Inde conſequitur, *eſſe ejuſmodi vires reciproce, ut maſſas ductas in ſuas diſtantias a tertia maſſa, & reciproce, ut ſinus, quos earum directiones continent cum iiſdem rectis; adeoque ubi eæ ad ejuſmodi rectas inclinentur in angulis æqualibus, eſſe tantummodo reciproce, ut producta maſſarum per diſtantias a maſſa tertia.* Nam ratio directa ſinuum CBA, CAB eſt eadem, ac diſtantiarum AC, BC, ſive reciproca diſtantiarum BC, AC, qua ſubſtituta pro illa, habentur tres rationes reciprocæ, quas exprimit ipſum theorema hic propoſitum. Porro ubi anguli æquales ſunt, ſinus itidem ſunt æquales, adeoque eorum ſinuum ratio fit 1 ad 1.

Ratio virium motricium.

315. *Vires autem motrices ſunt in ratione compoſita ex binis tantummodo, nimirum directa ſinuum angulorum, quos continent diſtantiæ a tertia maſſa cum diſtantia a ſe invicem; & reciproca ſinuum angulorum, quos continent cum iiſdem diſtantiis directiones virium; vel in ratione compoſita ex reciproca illarum diſtantiarum, & reciproca horum poſteriorum ſinuum: ac ſi inclinationes ad diſtantias ſint æquales, in ſola ratione reciproca diſtantiarum.* Nam vires motrices ſunt ſummæ omnium virium determinantium celeritatem in punctis omnibus ſecundum eam directionem, ſecundum quam movetur centrum gravitatis commune, quę idcirco ſunt præterea directe, ut maſſæ, ſive ut numeri punctorum; adeoque ratio directa, & reciproca maſſarum mutuo eliduntur.

Ratio virium acceleratricium, ubi eæ diriguntur ad aliquod commune punctum.

316. Præterea *vires acceleratrices, ſi alicubi earum directiones concurrunt, ſunt ad ſe invicem in ratione compoſita ex reciproca maſſarum, & reciproca ſinuum angulorum, quibus inclinantur ad directionem tertiæ; & vires motrices in hac poſteriore*

riore tantum. Nam ob latera proportionalia ſinubus angulorum oppoſitorum, erit $AC \times$ *ſin* $CAD = CD \times$ *ſin* CDA; & pariter $CB \times$ *ſin* $CBA = CD \times$ *ſin* CDB. Quare ob CD communem, ſola ratio ſinuum ADC, BDC, quibus directiones AD, BD inclinantur ad CD, æquatur compoſitæ ex rationibus ſinuum CAD, CBD, & diſtantiarum CA, CB, quæ ingrediebantur rationem virium B, & A; ac eodem pacto $AC \times$ *ſin* $ACD = AD \times$ *ſin* ADC, & $AB \times$ *ſin* $ABD = AD \times$ *ſin* ADB, adeoque $AC \times$ *ſin* ACD ad $AB \times$ *ſin* ABD, ut ſinus ADC ad ſinum ADB, quibus directiones CD, BD inclinantur ad AD; & eadem eſt demonſtratio pro ſinubus ADB, EDB aſſumpto communi latere BD.

317. *Si ducatur* MO *parallela* DA, *occurrens* BD, CD *in* M, O, *& compleatur parallelogrammum* DMON; *erunt vires motrices in* C, B, A *ad ſe invicem, ut rectæ* DO, DM, DN, *& vires acceleratrices præterea in ratione maſſarum reciproca*. Eſt enim ex præcedenti vis motrix in C ad vim in B, ut *ſin* BDA ad *ſin* CDA, vel ob AD, OM parallelas, ut *ſin* DMO ad *ſin* DOM, nimirum ut DO ad DM, & ſimili argumento vis in C ad vim in A, ut DO ad DN. Vires autem motrices diviſæ per maſſas evadunt acceleratrices. *Quamobrem ſi tres vires agerent in idem punctum cum directionibus, quas habent eæ vires motrices, & eſſent iis proportionales; binæ componerent vim oppoſitam, & æqualem tertiæ, ac eſſent in æquilibrio*. Id autem etiam directe patet: nam vires BQ, AH componuntur ex quatuor viribus BR, BP, AI, AG, quæ ſi ducantur in maſſas ſuas, ut fiant motrices; evadit prima æqualis, & contraria tertiæ, quam idcirco elidit, ubi deinde AH, BQ componantur ſimul, & in ejuſmodi compoſitione remanent BP, AG, ex quarum oppoſitis, & æqualibus CV, C*d* componitur tertia CT. Alia expreſſio tam virium motricium, quam acceleratricium in eodem caſu.

318. Hinc in hiſce viribus motricibus habebuntur omnia, quæ habentur in compoſitione virium; dummodo capiatur compoſitæ contraria. Si nimirum reſolvantur ſingulæ componentes in duas, alteram ſecundum directionem tertiæ, alteram ipſi perpendicularem, hæ poſteriores elidentur, illæ priores conficient ſummam æqualem tertiæ, ubi ambæ eandem directionem habent, uti ſunt binæ, quæ ſimul ingrediantur, vel ſimul evitent triangulum; nam in iis, quarum altera ingreditur, altera evitat, tertia æquaretur differentiæ; & facile tam hic, quam in ratione compoſita, res traducitur ad reſolutionem in aliam quamcunque directionem datam, præter directionem tertiæ, binis ſemper eliſis, & reliquarum accepta ſumma; ſi rite habeatur ratio poſitivorum, & negativorum. Hic debere haberi ea, quæ habentur in compoſitione, & reſolutione virium.

319. Eſt & illud utile: *tres vires motrices in* C, B, A *ſunt inter ſe, ut* $\frac{AB \times ED}{AD \times BD}$, $\frac{AE}{AD}$, $\frac{BE}{BD}$, *& acceleratrices præterea* Alia expreſſio rationum earundem virium.

in ratione reciproca maſſarum. Nam ex Trigonometria eſt $\frac{AB}{BD} = \frac{\textit{ſin}\,ADB}{\textit{ſin}\,BAD}$, & $\frac{AE}{ED} = \frac{\textit{ſin}\,ADE}{\textit{ſin}\,EAD}$. Quare cum diviſor *ſin* BAD, & *ſin* EAD ſit communis; erit *ſin* ADB ad *ſin* ADE, ut $\frac{AB}{BD}$ ad $\frac{AE}{ED}$, vel, ducendo utrunque terminum in $\frac{ED}{AD}$, ut $\frac{AB \times ED}{AD \times BD}$ ad $\frac{AE}{AD}$. Simili autem argumento eſt itidem *ſin* BDA. *ſin* BDE :: $\frac{AB \times ED}{AD \times BD}$. $\frac{BE}{BD}$; ex quo patent omnia.

Expreſſio ſimplicior pro caſu parallelismi. 320. Si punctum D abeat in infinitum, directionibus virium evadentibus parallelis; ratio rectarum ED, AD, BD, ad ſe invicem evadit ratio æqualitatis. Quare in eo caſu illæ tres vires ſunt ut AB, AE, EB, in quibus prima æquatur ſummæ reliquarum. Concipiantur rectæ parallelæ directioni virium ductæ per omnium trium maſſarum centra gravitatis, quarum maſſarum eam, quæ jacuerit inter reliquarum binarum parallelas, diximus mediam: ac ſi ducantur in quavis alia directione data rectæ ab iis maſſis ad illas parallelas; erunt ejuſmodi diſtantiæ ab iis parallelis, ut ipſæ AB, EB, ad quas erunt ſingulæ in ratione data, ob datas directiones. Quare pro viribus parallelis habetur hujuſmodi theorema: *Vires parallelæ motrices binarum quarumvis ex tribus maſſis ſunt inter ſe reciproce ut diſtantiæ a directione communi tranſeunte per tertiam: vires autem acceleratrices præterea in ratione reciproca maſſarum, & media eſt directionis contrariæ reſpectu reliquarum, ac vis media motrix æquatur reliquarum ſummæ, utralibet vero extrema differentiæ.*

Applicatio rationum ſuperiorum ad centrum æquilibrii. 321. Hoc theorema primo quidem exhibet centrum æquilibrii, viribus utcunque divergentibus, vel convergentibus. Si nimirum ſint tres maſſæ A, B, C (& nomine maſſarum etiam intelligi poſſunt ſingula puncta), quarum binæ, ut A, & B, ſolicitentur viribus motricibus externis; poterunt mutuis viribus illas elidere, ac eſſe in æquilibrio, & eas elident omnino, mutatis, quantum libuerit, parum mutuis diſtantiis; ſi fuerint ante applicationem earum virium externarum in ſatis validis limitibus cohæſionis, ac vis maſſæ C elidatur fulcro oppoſito in directione DC, vel ſuſpenſione contraria: dummodo binæ illæ vires ductæ in maſſas habeant conditiones requiſitas in ſuperioribus, ut nimirum ambæ tendant ad idem punctum, vel ab eodem, aut ſi fuerint parallelæ, ambæ eandem directionem habeant, ubi ſimul ambæ ingrediantur, vel ſimul ambæ evitent triangulum ABC: ubi vero altera ingrediatur triangulum, altera evitet, tendat altera ad punctum concurſus, altera ad partes illi oppoſitas: vel ſi fuerint parallelæ, habeant directiones oppoſi-

oppoſitas: & ſi parallelæ fuerint; ſint inter ſe, ut diſtantiæ a directione virium tranſeunte per C; ſi fuerint convergentes, ſint reciproce, ut ſinus angulorum, quos earum directiones continent cum recta ex C tendente ad earum concurſum, vel ſint in ratione reciproca ſinuum angulorum, quos continent cum rectis A C, B C, & ipſarum rectarum conjunctim.

322. Determinabitur autem admodum facile per ipſa theoremata etiam vis, quam ſuſtinebit fulcrum C, quæ in caſu paralleliſmi æquabitur ſummæ, vel differentiæ reliquarum, prout ibi fuerit media, vel extrema: & in caſibus reliquis omnibus æquabitur ſummæ pariter, vel differentiæ reliquarum ad ſuam directionem reductarum, reliquis binis in reſolutione priorum ſociis ſe per contrariam directionem, & æqualitatem elidentibus. *Determinatio vis, quam fulcrum ſuſtinet.*

323. Habebitur igitur, quidquid pertinet ad æquilibrium virium agentium in eodem plano, & connexarum non per virgas inflexiles carentes omni vi præter cohæſionem, uti eas vulgo concipiunt, ſed hiſce viribus mutuis. Et Theoria quidem habebit locum tum hic, tum in ſequentibus; licet maſſæ A, B, C non agant in ſe invicem immediate, ſed ſint aliæ maſſæ intermediæ, quæ ipſas jungant. Nam ſi inter maſſam B, & C ſint aliæ maſſæ nullis externis viribus agitatæ, & poſitæ in æquilibrio cum hiſce maſſis, & inter ſe, ac prima, quæ venit poſt B, agat in ipſam vi motrice æquali B P, aget & B in ipſam vi æquali: quare debebit illa ad ſervandum æquilibrium urgeri a ſecunda, quæ eſt poſt ipſam, vi æquali in partes contrarias. Hinc æquali contraria aget tertia in ſecundam, ut ſecunda in æquilibrio ſit, & ita porro, donec deveniatur ad C, ubi habebitur vis motrix æqualis motrici, quæ erat in B, & erunt vires B P, C V acceleratrices in ratione reciproca maſſarum B, & C, cum vires illæ motrices æquales ſint producta ex acceleratricibus ductis in maſſas. At ſi circumquaque ſint maſſæ quotcunque cum vacuis quibuſcunque, ac ubicunque interjectis, quæ connectantur cum punctis A, B, C, affectis illis tribus viribus externis, quarum una concipitur provenire a fulcro, una ſolet appellari potentia, & una reſiſtentia, ac vires illæ externæ Q B, H A concipiantur reſolutæ ſingulæ in binas agentes ſecundum eas rectas, quæ illa tria puncta conjungunt; poterit eliſis mutuo reliquis omnibus æquilibrium conſtituentibus deveniri ad vires in punctis binis, ut A, & C, acceleratrices contrarias viribus B P, B R, & reciproce proportionales maſſis ipſarum reſpectu maſſæ B; licet ipſæ proveniant a maſſis quibuſvis etiam non in eadem directione ſitis, & agentibus in latus: nam per ejuſmodi reſolutionem, & ejuſmodi virium conſiderationem, adhuc habetur æquilibrium totius ſyſtematis affecti in illis tribus punctis per illas tres vires, cum aſſumantur in iis tantummodo vires motrices contrariæ, & æquales: unde fit, ut etiam illæ, quæ præterea ad has in illis conſiderandas aſſumuntur, & per quas connectuntur cum reliquis maſſis, ſe mutuo elidant. *Conſideratio maſſarum etiam intermediarum, quæ connectant maſſas viribus externis præditas, & poſitas in æquilibrio.*

324.

Qui motus, ubi non habeatur æquilibrium.

324. Quod ſi vires ejuſmodi non fuerint in ea ratione inter ſe; non poterunt puncta B, & A eſſe in æquilibrio, ſed conſequetur motus ſecundum directionem ejus, quæ prævalet: ac ſi omnis motus puncti C fuerit impeditus, habebitur converſio circa ipſum C.

Extenſio ad æquilibrium quotcunque maſſarum, & inde principium generale pro machinis, & ratio momentorum.

325. Quod ſi non in tribus tantummodo maſſis habeantur vires externæ, ſed in pluribus; licebit conſiderare quamvis aliam maſſam carentem omni externa vi, & eam concipere connexam cum ſingulis reliquarum maſſis, & maſſa C per vires mutuas, ac habebitur itidem Theoria pro æquilibrio omnium, cum poſitione omnium conſtanter ſervata etiam ſine ulla figuræ mutatione, quæ ſenſu percipi poſſit. Quin immo ſi ſingulæ vires illæ externæ reſolvantur in duas, quarum altera urgeat in directione rectæ tranſeuntis per C, ac elidatur vi proveniente a ſolo puncto C, & altera agat perpendiculariter ad ipſam, ut habeatur æquilibrium in ſingulis ternariis; oportebit eſſe ſingulas vires novæ maſſæ aſſumptæ ad vim ejus, cum qua conjungitur, in ratione reciproca diſtantiarum ipſarum maſſarum a C; cum jam ſinus anguli recti ubique ſit idem. Debebunt autem omnes vires, quæ in maſſam aſſumptam agunt directionibus contrariis, ſe mutuo elidere ad habendum æquilibrium. Quare debebit ſumma omnium productorum earum virium, quæ urgent converſionem in unam plagam, per ipſarum diſtantias a centro converſionis, æquari ſummæ productorum earum, quæ urgent in plagam oppoſitam, per diſtantias ipſarum, ut habeatur æquilibrium: cumque arcus circulares in ea converſione deſcripti dato tempuſculo ſint illis diſtantiis proportionales, & proportionales ſint ipſis arcubus velocitates; debebunt ſingularum virium agentium in unam plagam producta per velocitates, quas haberent puncta, quibus applicantur ſecundum ſuam directionem, ſi vincerentur, vel contra, ſi vincerent, ſimul ſumpta æquari ſummæ ejuſmodi productorum agentium in plagam oppoſitam. Atque inde habetur principium pro machinis & ſimplicibus, & compoſitis, ac notio illius, quod appellant momentum virium, deducta ex eadem Theoria.

Applicatio ad omnia vectium genera.

326. Caſus trium tantummodo maſſarum exhibet vectem, cujus brachia ſint utcunque inflexa. Quod ſi tres maſſæ jaceant in directum, efformabunt rectilineum vectem, qui quidem applicatis viribus inflectetur ſemper nonnihil, ut & in ſuperioribus caſibus ſemper non nihil a priore poſitione diſcedet ſyſtema novis viribus externis affectum; ſed is diſceſſus poterit eſſe utcunque exiguus, ut ſupra monui: ſi limites ſint ſatis validi; adeoque poterit adhuc vectis eſſe ad ſenſum rectilineus. Tum vero vires externæ debebunt eſſe unius directionis, & contrariæ directioni vis mediæ, & binæ quævis ex iis erunt ad ſe invicem reciproce, ut diſtantiæ a tertia. Inde autem oriuntur tria genera vectium: ſi fulcrum, vel hypomochlium, ſit in medio in E, vis in altero extremo A, reſiſten-

reſiſtentia in altero B; vis ad reſiſtentiam eſt, ut BE, diſtantia reſiſtentiæ a fulcro, ad AE diſtantiam vis ab eodem: fulcrum autem ſentiet ſummam virium. Et quod de hoc vectis genere dicitur, id omne ad libram pariter pertinet, quæ ad hoc ipſum vectis genus reducitur. Si fulcrum ſit in altero extremo, ut in B, vis in altero, ut in A, & reſiſtentia in medio, ut in E; vis ad reſiſtentiam erit in ratione diſtantiæ EB ad diſtantiam majorem AB, cujus idcirco momentum, ſeu energia, augetur in ratione ſuæ diſtantiæ AB ad EB, ut nimirum poſſit tanto majori reſiſtentiæ æquivalere. Si demum fuerit quidem fulcrum in altero extremo B, & reſiſtentia in A, vis prior in E; tum e contrario erit reſiſtentia ad vim in majore ratione AB ad EB, decreſcente tantundem hujus energia, ſeu momento. In utroque autem caſu fulcrum ſentiet differentiam virium.

327. Quod ſi perticæ utcunque inclinatæ applicetur pondus in aliquo puncto E, & bini humeros ſupponant in A, & B, ſentient ponderis partes inæquales in ratione reciproca diſtantiarum ab ipſo; & ſi e contrario bina pondera ſuſpendantur in A, & B utcunque inæqualia, aſſumpto autem puncto E, cujus diſtantiæ a punctis A, & B ſint in ratione reciproca ipſorum ponderum, adeoque maſſarum, quibus pondera proportionalia ſunt, quod idcirco erit centrum gravitatis; ſuſpenſa per id punctum pertica, vel ſuppoſito fulcro, habebitur æquilibrium, & in E habebitur vis æqualis ſummæ ponderum. Quin immo ſi pertica ſit utcunque inflexa, & pendeant in A, & B pondera; ſuſpendatur autem ipſa pertica per C ita, ut directio verticalis tranſeat per centrum gravitatis; habebitur æquilibrium, & ibi ſentietur vis æqualis ſummæ ponderum, cum ob naturam centri gravitatis debeant eſſe ſingula pondera, ſeu maſſæ ductæ in ſuas perpendiculares diſtantias a linea verticali, quam etiam vocant lineam directionis, hinc, & inde æqualia. Nam vires ponderum ſunt parallelæ, & in iis juxta num. 320 ſatis eſt ad æquilibrium, ſi vires motrices ſint reciproce proportionales diſtantiis a directione virium tranſeunte per tertium punctum: ſentietur autem in ſuſpenſione vis æqualis ſummæ ponderum. Atque inde fluit, quidquid vulgo traditur de æquilibrio ſolidorum, ubi linea directionis tranſit per baſim, ſive fulcrum, vel per punctum ſuſpenſionis, & ſimul illud apparet, cur in iis caſibus haberi poſſit tota maſſa tanquam collecta in ſuo centro gravitatis, & habeatur æquilibrium impedito ejus deſcenſu tantummodo. Gravitas omnium punctorum non applicatur ad centrum gravitatis, nec ibi ipſa agit per ſeſe; ſed ejuſmodi eſſe debent diſtantiæ punctorum totius ſyſtematis, ut inter fulcrum, & punctum ipſi imminens habeatur vis quædam æqualis ſummæ virium omnium parallelarum, & directa ad partes oppoſitas directionibus illarum.

Conſectaria doctrinæ de vectibus, & principium pro ſtatera; cur totum pondus conſideretur, ut collectum in centro gravitatis.

328. At

Theoriam exhibere egregie itidem centrum oſcillationis. Quid ipſum ſit.

328. At non minus feliciter ex eadem Theoria, & ex eodem illo theoremate, fluit determinatio centri oſcillationis. Pendula breviora citius oſcillant, remotiora lentius. Quare ubi connexa ſunt inter ſe plura pondera, aliud propius axi oſcillationis, aliud remotius ab ipſo, oſcillatio neque fiet tam cito, quam requirunt propiora, neque tam lente, quam remotiora, ſed actio mutua debebit accelerare hæc, retardare illa. Erit autem aliquod punctum, quod nec accelerabitur, nec retardabitur, ſed oſcillabit, tanquam ſi eſſet ſolum. Illud dicitur centrum oſcillationis. Determinatio illius ab Hugenio primum eſt facta, ſed precario, & non demonſtrato principio: tum alii alias itidem obliquas inierunt vias, ac præcipuas quaſque methodos huc uſque notas perſecutus ſum in Supplementis Stayanis § 4 lib. 3. En autem ejus determinationem ſimpliciſſimam ope ejuſdem theorematis numeri 313.

Præparatio ad ſolutionem problematis quærentis ipſum centrum.

Fig. 63.

329. Sint plures maſſæ, quarum una A in fig. 63, mutuis viribus ſingulæ connexæ cum P, cujus motus ſit impeditus ſuſpenſione, vel fulcro, & cum maſſa Q jacente in quavis recta PQ, cujus maſſæ Q motus a mutuo nexu nihil turbetur, quæ nimirum ſit in centro oſcillationis. Porro hic cum maſſas pono in punctis ſpatii A, P, Q, intelligo vel puncta ſingula, vel quævis aggregata punctorum, quæ concipiantur, ut compenetrata in iis punctis. Velocitati jam acquiſitæ in deſcenſu nihil obſtabit is nexus, cum ea ſit proportionalis diſtantiæ a puncto ſuſpenſionis P, niſi quatenus per eum nexum retrahentur omnes maſſæ a recta tangente ad arcum circuli, ſuſtinente puncto ipſo ſuſpenſionis juxta num. 282 vim mutuam reſpondentem iis omnibus viribus centrifugis. Reſoluta gravitate in duas partes, quarum altera agat ſecundum rectam, quæ jungit maſſam cum P, altera ſit ipſi perpendicularis, idem punctum P ſuſtinebit etiam priorem illam, poſterior autem determinabit maſſas ad motus AN, QM, perpendiculares ipſis AP, QP, ac proportionales per num. 301 ſinubus angulorum APR, QPR, exiſtente PR verticali. Sed nexus coget deſcribere arcus ſimiles, adeoque proportionales diſtantiis a P. Quare ſi ſit AO ſpatium, quod vi gravitatis obliquæ, ſed ex parte impeditæ a nexu, revera percurrat maſſa A; quoniam Q non turbatur, adeoque percurrit totum ſuum ſpatium QM; erit QM ad AO, ut QP ad AP. Demum actio ex A in Q ad actionem ex Q in A proportionalem ON, erit ex theoremate numeri 314 ut eſt $Q \times QP$ ad $A \times AP$, & omnes ejuſmodi actiones ab omnibus maſſis in Q debebunt evaneſcere, poſitivis, & negativis valoribus ſe mutuo elidentibus. Ex illis tribus proportionibus, & hac æqualitate res omnis ſic facillime expeditur.

330. Dicatur $QM = V$, ſinus $APR = a$, ſinus $QPR = q$.

Erit ex prima proportione $q : a :: QM = V : AN = \frac{a}{q} \times V$.

Ex

Ex ſecunda QP . AP::QM = V . AO = $\frac{AP}{QP} \times V$. Quare ON = $\left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP}\right) \times V$. Sed ex tertia Q×QP . A×AP::

$$ON = \left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP}\right) \times V . \left(\frac{a \times A \times AP}{q} - \frac{A \times AP^2}{QP}\right) \times \frac{V}{Q \times QP}$$

, quæ erit actio in Q ex nexu cum A. Ac eodem pacto ſi eſſet alibi alia maſſa B itidem connexa cum P, & Q, actio in Q inde orta haberetur, poſitis B, b loco A, a; & ita porro in quibuſquis maſſis C, D &c. Omnes autem iſti valores poſiti = o, dividi poſſent per $\frac{V}{Q \times QP}$, utique commune omnibus, & deberent e valoribus concluſis intra parentheſes ii, qui ſunt poſitivi, æquales eſſe negativis. Quare habebitur

$$\frac{a \times A \times AP + b \times B \times BP}{q} = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c}{QP},$$

& inde $QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{a \times A \times AP + b \times B \times BP \&c.}$

331. Sint jam primo omnes maſſæ in eadem recta linea cum puncto ſuſpenſionis P, & cum centro oſcillationis Q; & angulus QPR æquabitur cuivis ex angulis APR, ac ejus ſinus q ſingulis ſinubus a, b &c. Quare pro eo caſu formula evadit $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{A \times AP + B \times BP \&c.}$, quæ eſt ipſa formula Hugeniana pro ponderibus jacentibus in recta tranſeunte per centrum ſuſpenſionis. *Evolutio caſus ponderum jacentium in eadem recta cum puncto ſuſpenſionis.*

332. Quod ſi jaceant extra ejuſmodi rectam in plano POR perpendiculari ad axem rotationis tranſeuntem per P; ſit G centrum commune gravitatis omnium maſſarum, ducanturque perpendicula AA', GG', QQ' ad PR, & erit ut radius = 1 ad a, ita AP ad AA' = $a \times$ AP; & eodem pacto QQ' = $q \times$ QP, GG' = $g \times$ GP. Subſtitutis AA' pro $a \times$ AP, & eodem pacto BB' (quam Figura non exprimit) pro $b \times$ BP &c., evadet $QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{A \times AA' + B \times BB' \&c.}$ Sed ſi ſumma maſſarum dicatur M, eſt per num. 245 ex natura centri gravitatis A × AA' + B × BB' &c. = M × GG' = M × g × GP. Habebitur igitur valor QP radii nihil turbati in ea inclinatione $\frac{q}{g} \times \frac{A \times AP^2 + AB \times BP^2}{M \times GP}$.

V 333.

Initium applicationis ad oſcillationes in latus ponderum jacentium in eodem plano.

333. Is valor erit variabilis pro varia inclinatione ob valores ſinuum q, & g variatos, niſi QP tranſeat per G, quo caſu fit $q = g$; & quidem ubi G accedit in infinitum ad PR, decreſcente g in infinitum, ſi PQ non tranſeat per G, manente finito q, valor $\frac{q}{g}$ excreſcit in infinitum; contra vero appellente QP ad PR, evadit $q = o$, & g remanet aliquid, adeoque $\frac{q}{g}$ evaneſcit. Id vero accidit, quia in appulſu G ad verticalem totum ſyſtema vim acceleratricem in infinitum imminuit, & lentiſſime acceleratur; adeoque ut radius PQ adhuc obliquus ſit ipſi in ea particula oſcillationis infiniteſima iſochronus, nimirum æque parum acceleratus, debet in infinitum produci. Contra vero appellente PQ ad PR ipſius acceleratio minima eſſe debet, dum adhuc acceleratio radii PG obliqui eſt in immenſum major, quam ipſa; adeoque brevitate ſua ipſe radius compenſare debet accelerationis imminutionem.

Finis ejuſdem cum formula generali.

334. Quare ut habeatur pendulum ſimplex conſtantis longitudinis, & in quacunque inclinatione iſochronum compoſito, debet radius PQ ita aſſumi, ut tranſeat per centrum gravitatis G, quo unico caſu fit conſtanter $q = g$, & formula evadit conſtans $QP = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}$ &c, quæ eſt formula generalis pro oſcillationibus in latus maſſarum quotcumque, & quomodocunque collocatarum in eodem plano perpendiculari ad axem rotationis, qui caſus generaliter continet caſum maſſarum jacentium in eadem recta tranſeunte per punctum ſuſpenſionis, quem prius eruimus.

Corollarium pro poſitione centri oſcillationis, & gravitatis ex eadem parte a puncto ſuſpenſionis.

335. Inde autem pro hujuſmodi caſibus plura corollaria deducuntur. Inprimis patet: *gravitatis centrum debere jacere in recta, quæ a centro ſuſpenſionis ducitur per centrum oſcillationis*, uti demonſtratum eſt num. 334. Sed & *debet jacere ad eandem partem cum ipſo centro oſcillationis*. Nam utcumque mutetur ſitus maſſarum per illud planum, manentibus puncto ſuſpenſionis P, & centro gravitatis G, ſignum valoris quadrati cujuſvis AP, BP manebit ſemper idem. Quare formula valoris ſui ſignum mutare non poterit; adeoque ſi in uno aliquo caſu jaceat Q reſpectu P ad eandem plagam, ad quam jacet G; debebit jacere ſemper. Jacet autem ad eandem plagam in caſu, in quo concipiatur, omnes maſſas abire in ipſum centrum gravitatis, quo caſu pendulum evadit ſimplex, & centrum oſcillationis cadit in ipſum centrum gravitatis, in quo ſunt maſſæ. Jacebit igitur ſemper ad eandem partem cum G.

336.

336. Deinde *debet centrum gravitatis jacere inter punctum ſuſpenſionis, & centrum oſcillationis*. Sint enim in fig. 64 puncta A, P, G, Q eadem, ac in fig. 63, ducanturque AG, AQ, & A*a* perpendicularis ad PQ; ſumma autem omnium maſſarum ductarum in ſuas diſtantias a recta quapiam, vel plano, vel in earum quadrata, deſignetur præfixa litera ſ ſoli termino pertinente ad maſſam A, ut contractiores evadant demonſtrationes. Erit ex formula inventa $PQ = \frac{ſ.A \times AP^2}{M \times GP}$ Porro eſt $AG^2 = AP^2 + GP^2 - 2GP \times Pa$, adeoque $AP^2 = AG^2 - GP^2 + 2GP \times Pa$, & $ſ.A \times GP^2$ eſt $M \times GP^2$, ob GP conſtantem; ac $ſ.A \times Pa$ eſt $= M \times GP$, cum P*a* ſit æqualis diſtantiæ maſſæ a plano perpendiculari rectæ QP tranſeunte per P, & eorum productorum ſumma æquetur diſtantiæ centri gravitatis ductæ in ſummam maſſarum; adeoque $ſ.A \times 2GP \times Pa$ erit $= 2M \times GP^2$. Quare $\frac{ſ.A \times AP^2}{M \times GP}$ erit $= \frac{ſ.A \times AG^2 - M \times GP^2 + 2M \times GP^2}{M \times GP} = \frac{ſ.A \times AG^2}{M \times GP}$ $+ GP$. Erit igitur PQ major, quam PG, exceſſu $GQ = \frac{ſ.A \times AG^2}{M \times GP}$.

Centrum gravitatis debere eſſe inter bina reliqua ex iis punctis.

Fig. 64.

337. Ex illo exceſſu facile conſtat, mutato utcunque puncto ſuſpenſionis, rectangulum ſub binis diſtantiis centri gravitatis ab ipſo, & a centro oſcillationis fore conſtans. Cum enim ſit $QG = \frac{ſ.A \times AG^2}{M \times GP}$, erit $GQ \times GP = \frac{ſ.A \times AG^2}{M}$, quod productum eſt conſtans, & habetur hujuſmodi elegans theorema: *ſingulæ maſſæ ducantur in quadrata ſuarum diſtantiarum a centro gravitatis communi, & dividatur omnium ejuſmodi productorum ſumma per ſummam maſſarum, ac habebitur productum ſub binis diſtantiis centri gravitatis a centro ſuſpenſionis, & a centro oſcillationis*.

Valor conſtans producti ex binis diſtantiis centri gravitatis ab iiſdem.

338. Inde autem primo eruitur illud: *manente puncto ſuſpenſionis, & centro gravitatis, debere etiam centrum oſcillationis manere nihil mutatum; utcunque totum ſyſtema, ſervata reſpectiva omnium maſſarum diſtantia, & poſitione ad ſe invicem convertatur intra idem planum circa ipſum gravitatis centrum*; nam illa GP inventa eo pacto pendet tantummodo a diſtantiis, quas ſingulæ maſſæ habent a centro gravitatis.

Manente puncto ſuſpenſionis & centro gravitatis, manere centrum oſcillationis.

339. Sed & illud ſponte conſequitur: *centrum oſcillationis, & centrum ſuſpenſionis reciprocari ita, ut, ſi fiat ſuſpenſio per id punctum, quod fuerat centrum oſcillationis; evadat oſcillationis* cen-

Centrum oſcillationis, & punctum ſuſpenſionis reciprocari.

Digitized by Google

centrum illud, quod fuerat punctum ſuſpenſionis; & alterius diſtantia a centro gravitatis mutata, mutetur & alterius diſtantia in eadem ratione reciproca. Cum enim earum diſtantiarum rectangulum debeat eſſe conſtans; ſi pro ſecunda ponatur valor, quem habuerat prima; debet pro prima obvenire valor, quem habuerat ſecunda, & altera debet æquari quantitati conſtanti diviſæ per alteram.

Altera ex iis diſtantiis evaneſcente, abire alteram in infinitum.

340. Conſequitur etiam illud: *Altera ex iis binis diſtantiis evaneſcente, abibit altera in infinitum, niſi omnes maſſæ in unico puncto ſint ſimul compenetratæ.* Nam ſine ejuſmodi compenetratione ſumma omnium productorum ex maſſis, & quadratis diſtantiarum a centro gravitatis, remanet ſemper finita quantitas: adeoque remanet finita etiam, ſi dividatur per ſummam maſſarum, & quotus, manente diviſo finito, creſcit in infinitum; ſi diviſor in infinitum decreſcat.

Suſpenſione facta per centrum gravitatis, nullum haberi motum.

341. Hinc vero iterum deducitur: *Suſpenſione facta per ipſum centrum gravitatis nullum motum conſequi.* Evaneſcit enim in eo caſu diſtantia centri gravitatis a puncto ſuſpenſionis, adeoque diſtantia centri oſcillationis creſcit in infinitum, & celeritas oſcillationis evadit nulla.

Quæ diſtantia centri oſcillationis omnium minima pro data poſitione mutua maſſarum datarum; maximam haberi nullam.

342. Quoniam utraque diſtantia ſimul evaneſcere non poteſt, poteſt autem centrum oſcillationis abire in infinitum; nulla erit maxima e longitudinibus penduli ſimplicis iſochroni pendulo facto per ſuſpenſionem dati ſyſtematis; ſed aliqua debet eſſe minima, ſuſpenſione quadam inducente omnium celerrimam dati ſyſtematis oſcillationem. Ea vero minima debet eſſe, ubi illæ binæ diſtantiæ æquantur inter ſe: ibi enim evadit minima earum ſumma, ubi altera creſcente, & altera decreſcente, incrementa prius minora decrementis, incipiunt eſſe majora, adeoque ubi ea æquantur inter ſe. Quoniam autem illæ binæ diſtantiæ mutantur in eadem ratione, utut reciproca; incrementum alterius infiniteſimum erit ad alterius decrementum in ratione ipſarum, nec ea æquari poterunt inter ſe, niſi ubi ipſæ diſtantiæ inter ſe æquales fiant. Tum vero illarum productum evadit utriuslibet quadratum, & longitudo penduli ſimplicis iſochroni æquatur eorum ſummæ; ac proinde habetur hujuſmodi theorema: *Singulæ maſſæ ducantur in quadrata ſuarum diſtantiarum a centro gravitatis, ac productorum ſumma dividatur per ſummam maſſarum: & dupla radix quadrata quoti exhibebit minimam penduli ſimplicis iſochroni longitudinem.* Vel Geometrice ſic: *Pro quavis maſſa capiatur recta, quæ ad diſtantiam cujuſvis maſſæ a centro gravitatis ſit in ratione ſubduplicata ejuſdem maſſæ ad maſſarum ſummam: inveniatur recta, cujus quadratum æquetur quadratis omnium ejuſmodi rectarum ſimul: & ipſius duplum dabit quæſitam longitudinem mediam, quæ breviſſimam præſtet oſcillationem.*

Superiora habere locum tantummodo, ubi

343. Hæc quidem omnia locum habent, ubi omnes maſſæ ſint in unico plano perpendiculari ad axem rotationis, ut nimirum

mirum ſingulæ maſſæ poſſint connecti cum puncto ſuſpenſionis, & centro oſcillationis. At ubi in diverſis ſunt planis, vel in plano non perpendiculari ad axem rotationis, oportet ſingulas maſſas connectere cum binis punctis axis, & cum centro oſcillationis, ubi jam occurrit ſyſtema quatuor maſſarum in ſe mutuo agentium (*q*); & relatio virium, quæ in latus agant extra planum, in quo tres e maſſis jaceant, quæ perquiſitio eſt operoſior, ſed multo fœcundior, & ad problemata plurima rite ſolvenda magni uſus; ſed quæ hucuſque protuli, ſpeciminis loco abunde ſunt; mirum enim, quo in hujuſmodi Theoria promovenda, & ad Mechanicam applicanda progredi liceat. Sic etiam in determinando centro percuſſionis, virgam tantummodo rectilineam conſiderabo, ſpeciminis loco futuram, ſive maſſas in eadem recta linea ſitas, & mutuis actionibus inter ſe connexas.

omnes maſſæ ſint in eodem plano perpendiculari ad axem rotationis: tranſitus ad centrum percuſſionis.

344. Sint in fig. 65 maſſæ A, B, C, D connexæ inter ſe in recta quadam, quæ concipiatur revoluta circa punctum P in ea ſitum, & quæratur in eadem recta punctum quoddam Q, cujus motu impedito debeat impediri omnis motus earumdem maſſarum per mutuas actiones; quod punctum appellatur *centrum percuſſionis*. Quoniam ſyſtema totum gyrat circa P, ſingulæ maſſæ habebunt velocitates A*a*, B*b* &c proportionales diſtantiis a puncto P, adeoque ſingularum motus, qui per mutuas vires motrices extingui debent, poterunt exprimi per $A \times AP$, $B \times BP$ &c. Quare vires motrices in iis debebunt eſſe proportionales iis motibus. Concipiantur ſingulæ connexæ cum punctis P, & Q, & quoniam velocitas puncti P erat nulla; ibi omnium actionum ſumma debebit eſſe $= o$: ſumma autem earum, quæ habentur in Q, elidetur a vi externa percuſſionem ſuſtinente.

Præparatio ad inveniendum centrum percuſſionis maſſarum jacentium in eadem recta.

Fig. 65.

345. Quoniam actiones debent eſſe perpendiculares eidem rectæ jungenti maſſas, erit per theorema numeri 314, ut PQ ad AQ, ita actio in $A = A \times AP$, ad actionem in $P = \dfrac{A \times AP \times AQ}{PQ}$, ſive ob $AQ = PQ - AP$, erit ea actio A ×

Calculus cum ejus determinatione.

(q) *Syſtema binarum maſſarum cum binis punctis connexarum, & inter ſe, ſed adhuc in eodem plano jacentium, perſecutus fueram ante aliquot annos; quod ſibi a me communicatum exhibuit in ſua* Synopſi Phyſicæ Generalis *P. Benvenutus, ut ibidem ipſe innuit. Id inde excerptum habetur hic in Supplementis* §. 5.

Habetur autem poſt idem ſupplementum & Epiſtola, quam delatus Florentiam ſcripſi ad P. Scherfferum, dum hoc ipſum opus relictum Viennæ ante tres menſes jam ibidem imprimeretur, quæ quidem adjecta eſt in ipſa prima editione in fine operis. Ibi & theoriam trium maſſarum extendi ad caſum maſſarum quatuor ita; ut inde generaliter deduci poſſit & æquilibrium, & centrum oſcillationis, & centrum percuſſionis, pro maſſis quotcunque, & utcunque diſpoſitis.

Digitized by Google

$\frac{A \times AP \times PQ - A \times AP^2}{PQ}$. Eodem pacto actio in P ex nexu cum B erit $\frac{B \times BP \times PQ = B \times PB^2}{PQ}$, & ita porro. Iis omnibus poſitis $= o$, diviſor communis PQ abit, & omnia poſitiva æquantur negativis. Erit igitur $A \times AP \times PQ + B \times BP \times PQ$ &c $= A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c; quare $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{A \times AP + B \times BP \&c.}$, quæ formula eſt eadem, ac formula centri oſcillationis, ac habetur hujuſmodi theorema: *Diſtantia centri percuſſionis a puncto converſionis æquatur diſtantiæ centri oſcillationis a puncto ſuſpenſionis*; adeoque hic locum habent in hoc caſu, quæcunque de centro oſcillationis ſuperius dicta ſunt.

Determinatio vis percuſſionis in ipſo centro.

346. Quod ſi quis quærat vim percuſſionis in Q, hic habebit $QP . AP :: A \times AP . \frac{A \times AP^2}{PQ}$, quæ erit vis in Q ex nexu cum A. Eodem pacto invenientur vires ex reliquis: adeoque ſumma virium erit $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{PQ}$ &c, ſive ob $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP \&c.}$ ſumma illa erit $A \times AP + B \times RP$ &c; nimirum ejuſmodi vis erit æqualis ſummæ virium, quæ requiruntur ad ſiſtendos omnes motus maſſarum A, B &c cum illis diverſis velocitatibus progredientium, videlicet ejuſmodi, quæ in maſſa percuſſionem excipiente poſſit producere quantitatem motus æqualem toti motui, qui ſiſtitur in maſſis omnibus, quod congruit cum lege actionis, & reactionis æqualium, & cum conſervatione ejuſdem quantitatis motus in eandem plagam, de quibus egimus num. 265, & 264.

Omitti hic multa, quæ ad hanc Theoriam pertinerent, ad quam pertinet univerſa Mechanica.

347. Haberent hic locum alia ſane multa, quæ pertinent ad ſummas virium, quibus agunt maſſæ, compoſitarum e viribus, quibus agunt puncta, vel a Newtono, vel ab aliis demonſtrata, & magni uſus in Mechanica, & Phyſica: hujuſmodi ſunt ea omnia, quæ Newtonus habet ſectione 12, & 13 libri 1 Princip. de attractionibus corporum ſphæricorum, & non-ſphæricorum, quæ componantur ex attractionibus particularum; ubi habentur præclariſſima theoremata tam pro viribus quibuſcunque generaliter, quam pro certis virium legibus, ut illud, quod pertinet ad rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum, in qua globus globum trahit, tanquam ſi omnis materia eſſet compenetrata in centris eorundem; punctum intra

or-

Digitized by Google

orbem ſphæricum, vel ellipticum vacuum nullas vires ſentit, eliſis contrariis; intra globos plenos punctum habet vim directe proportionalem diſtantiæ a centro; unde fit, ut in particulis exiguis ejuſmodi vires fere evaneſcant, & ad hoc, ut vires adhuc etiam in iis ſint admodum ſenſibiles, debeant decreſcere in ratione multo majore, quam reciproca duplicata diſtantiarum. Hujuſmodi etiam ſunt, quæ Mac-Laurinus tradidit de ſphæroide elliptico potiſſimum, quæ Clairautius de attractionibus pro tubulis capillaribus, quæ D'Alembertus, Eulerus, aliique pluribus in locis perſecuti ſunt; quin omnis Mechanica, quæ agit vel de æquilibrio, vel de motibus, ſecluſa omni impulſione, huc pertinet, & ad diverſos arcus reduci poteſt curvæ noſtræ, qui poſſunt eſſe quantumlibet multi, habere quaſcunque amplitudines, ſive diſtantias limitum, & areas, quæ ſint inter ſe in ratione quacunque, ac ad curvas quaſcunque ibi accedere, quantum libuerit; ſed res in immenſum abiret, & ſatis eſt, ea omnia innuiſſe.

Preſſio fluidorum ſi puncta ſint in recta verticali.

348. Addam nonnulla tantummodo, quæ generaliter pertinent ad preſſionem, & velocitatem fluidorum. Tendant directione quacunque A B puncta diſpoſita in eadem recta in fig. *66* vi quadam externa reſpectu ſyſtematis eorum punctorum, cujus actionem mutuis viribus elidant ea puncta, & ſint in æquilibrio. Inter primum punctum A, & ſecundum ipſi proximum debebit eſſe vis repulſiva, quæ æquetur vi externæ puncti A. Quare urgebitur punctum ſecundum hac vi repulſiva, & præterea vi externa ſua. Hinc vis repulſiva inter ſecundum, & tertium punctum debebit æquari vi huic utrique, adeoque erit æqualis ſummæ virium externarum puncti primi, & ſecundi. Adjecta igitur ſua vi externa tendet deorſum cum vi æquali ſummæ virium externarum omnium trium; & ita porro progrediendo uſque ad B, quodvis punctum urgebitur deorſum vi æquali ſummæ virium externarum omnium ſuperiorum punctorum.

Fig. *66*.

Eadem punctis utcunque diſperſis, & cum omnibus directionibus agens.

349. Quod ſi non in directum diſpoſita ſint, ſed utcunque diſperſa per parallelepipedum, cujus baſim perpendicularem directioni vis externæ exprimat recta F H in fig. *67*, & F E G H faciem ipſi parallelam; adhuc facile demonſtrari poteſt componendo, vel reſolvendo vires; ſed & per ſe patet, vires repulſivas, quas debebit ipſa baſis exercere in particulas ſibi propinquas, & ad quas vis ejus mutua pertinebit, fore æquales ſummæ omnium ſuperiorum virium externarum; atque id erit commune tam ſolidis, quam fluidis. At quoniam in fluidis particulæ poſſunt ferri directione quacunque, quod unde proveniat, videbimus in tertia parte; quævis particula, ut ibidem videbimus, in omnem plagam urgebitur viribus æqualibus, & urgebit ſibi proximas, quæ preſſionem in alias propagabunt ita, ut, quæ ſint in eodem plano L I, parallelo F H, in cujus directione

Fig. *67*.

nulla

nulla vis externa agit, vires ubique eædem ſint. Quamobrem quævis particula ſita ubicunque in ea recta in N, habebit eandem vim tam verſus planum E F, quam verſus planum E G, & verſus F H, quam habet particula collocata in eadem linea in M K etiam, ubi addantur parietes A M, C K paralleli F E, cum planis L M, K I, parallelis F H, nimirum vi, quæ reſpondet altitudini M A: ac particula ſita in O prope baſim F H urgebitur, ut quaquaverſum, ita & verſus ipſam, iiſdem viribus, quibus particula ſita in B D ſub A C. Ipſam urgebunt particulæ in eodem plano horizontali jacentes, & accedet ad omnes fluidi, & baſeos particulas, donec vi contraria elidatur vis ejus tota ab ejuſmodi preſſione derivata. Quamobrem baſis F H a fluido tanto minore F L M A C K I H ſentiet preſſionem, quam ſentiret a toto fluido F E G H: ſuperficies autem L M ſentiet a particulis N vim æqualem vi maſſæ L E A M, accedentibus ad ipſam particulis, donec vis mutua repulſiva ei vi æquetur.

Inde, cur exiguo fluidi pondere fieri poſſit ingens preſſio.

350. Hinc autem patet, cur in fluidis noſtris gravitate præditis baſis F H ſentiat preſſionem tanto majorem maſſæ fluidæ incumbentis pondere, & cur pondere perquam exiguo fluidi A M K C elevetur pondus collocatum ſupra L M etiam immane, ubi repagulum L M ſit ejuſmodi, ut preſſioni fluidi parere poſſit, quemadmodum ſunt coriacea. At totum vas F L M A C K I H bilanci impoſitum habebit pondus æquale ponderi ſuo, & fluidi contenti tantummodo: nam ſuperficies vaſis L M, K I horizontalis vi repulſiva mutua urgebit ſurſum, quantum urget deorſum puncta omnia N verſus O, & illa preſſio tantundem imminuit vim, quam in bilancem exercet vas, ac tota vis ipſius habebitur dempta preſſione ſurſum ſuperficiei L M, K I a preſſione fundi F H facta deorſum: & pariter ſe mutuo elident vires exercitæ in parietes oppoſitos. Atque hæc Theoria poterit applicari facile aliis etiam figuris quibuſcunque. Reſpondebit ſemper preſſio ſuperficiei, & toti ponderi fluidi, quod habeat baſim illi ſuperficiei æqualem, & altitudinem ejuſmodi, quæ uſque ad ſupremam ſuperficiem pertinet inde accepta in directione illius externæ vis.

Preſſio fluidorum cum compreſſione ſenſibili unde proveniat in hac Theoria.

351. Quod ſi vires particularum repulſivæ ſint ejuſmodi, ut ad eas multum augendas requiratur mutatio diſtantiæ, quæ ad diſtantiam totam habeat rationem ſenſibilem; tum vero compreſſio maſſæ erit ſenſibilis, & denſitas in diverſis altitudinibus admodum diverſa: ſed in iiſdem horizontalibus planis eadem. Si vero mutatio ſufficiat, quæ rationem habet prorſus inſenſibilem ad totam diſtantiam; tum vero compreſſio ſenſibilis nulla erit, & maſſa in fundo eandem habebit ad ſenſum denſitatem, quam prope ſuperficiem ſupremam. Id pendet a lege virium mutua inter particulas, & a curva, quæ illam exprimit.

Digitized by Google

mit. Exprimat in fig. 68. A D diſtantiam quandam, & aſſumpta B D ad A B in quacunque ratione utcunque parva, vel utcunque ſenſibili, capiantur rectæ perpendiculares D E, B F itidem in quacunque ratione minoris inæqualitatis utcunque magna: poterit utique arcus M N curvæ exprimentis mutuas particularum vires tranſire per illa puncta E, F, & exhibere quodcunque preſſionis incrementum cum quacunque preſſione utcunque magna, vel utcunque inſenſibili. Fig. 68.

Compreſſio aeris a qua vi proveniat: aquæ compreſſio cur ad ſenſum nulla: unde mutatio in vapores tam elaſticos.

352. Compreſſionem ingentem experimur in aere, quæ in eo eſt proportionalis vi comprimenti. Pro eo caſu demonſtravit Newtonus Princ. Lib. 3. prop. 23, vim particularum repulſivam mutuam debere eſſe in ratione reciproca ſimplici diſtantiarum. Quare in iis diſtantiis, quas habere poſſunt particulæ aeris perſeverantis cum ejuſmodi proprietate, & formam aliam non inducentis (nam & aerem poſſe e volatili fieri fixum, Newtonus innuit, ac Haleſius inprimis uberrime demonſtravit), oportet, arcus M N accedat ad formam arcus hyperbolæ conicæ Apollonianæ. At in aqua compreſſio ſenſibilis habetur nulla, utcunque magnis ponderibus comprimatur. Inde aliqui inferunt, ipſam elaſtica vi carere, ſed perperam; quin immo vires habere debet ingentes diſtantiis utcunque parum imminutis; quanquam eædem particulæ debent eſſe prope limites, nam & diſtractioni reſiſtit aqua. Infinita ſunt curvarum genera, quæ poſſunt rei ſatisfacere, & ſatis eſt, ſi arcus E F directionem habeat fere perpendicularem axi A C. Si curvam cognitam adhibere libeat; ſatis eſt, ut arcus E F accedat plurimum ad logiſticam, cujus ſubtangens ſit perquam exigua reſpectu diſtantiæ A D. Demonſtratur paſſim, ſubtangentem, logiſticæ ad intervallum ordinatarum exhibens rationem duplam eſſe proxime ut 14 ad 10; & eadem ſubtangens ad intervallum, quod exhibeat ordinatas in quacunque magna ratione inæqualitatis, habet in omnibus logiſticis rationem eandem. Si igitur minuatur ſubtangens logiſticæ, quantum libuerit; minuetur utique in eadem ratione intervallum B D reſpondens cuicunque rationi ordinatarum B F, D E, & accedet ad æqualitatem, quantum libuerit, ratio A B ad A D, a qua pendet compreſſio; & cujus ratio reciproca triplicata eſt ratio denſitatum, cum ſpatia ſimilia ſint in ratione triplicata laterum homologorum, & maſſa compreſſa poſſit cum eadem nova denſitate redigi ad formam ſimilem. Quare poterit haberi incrementum vis comprimentis in quacunque ingenti ratione auctæ cum compreſſione utcunque exigua, & ratione denſitatum utcunque accedente ad æqualitatem. Verum ubi ordinata E D jam ſatis exigua fuerit, debet curva recedere plurimum ab arcu logiſticæ, ad quem acceſſerat, & qui in infinitum protenditur ex parte eadem, ac debet accedere ad axem A C, & ipſum ſecare, ut habeantur deinde vires attractivæ, quæ ingentes etiam eſſe poſſunt; tum poſt exiguum intervallum debet haberi alius arcus

 re-

repulſivus, recedens plurimum ab axe, qui exhibeat vires illas repulſivas ingentes, quas habent particulæ aqueæ, ubi in vapores abierunt per fermentationem, vel calorem.

Ubi preſſio proportionalis altitudini, & unde.

353. In caſu denſitatis non immutatæ ad ſenſum, & virium illarum parallelarum æqualium, uti eas in gravitate noſtra concipimus, preſſiones erunt ut baſes, & altitudines; nam numerus particularum paribus altitudinibus reſpondens erit æqualis, adeoque in diverſis altitudinibus erit in earum ratione; virium autem æqualium ſummæ erunt ut particularum numeri. Atque id experimur in omnibus homogeneis fluidis, ut in Mercurio, & aqua.

Quomodo fiat acceleratio in effluxu.

354. Ubi facto foramine liber exitus relinquitur ejuſmodi maſſæ particulis, erumpent ipſæ velocitatibus, quas acquirent, & quæ reſpondebunt viribus, quibus urgentur, & ſpatio, quo indigent, ut recedant a particulis ſe inſequentibus; donec vis mutua repulſiva jam nulla ſit. Prima particula relicta libera ſtatim incipit moveri vi illa repulſiva, qua premebatur a particulis proximis: utcunque parum illa receſſerit, jam ſecunda illi proxima magis diſtat ab ea, quam a tertia, adeoque movetur in eandem plagam, differentia virium accelerante motum; & eodem pacto aliæ poſt alias ita, ut tempuſculo utcunque exiguo omnes aliquem motum habeant, ſed initio eo minorem, quo poſteriores ſunt. Eo pacto diſcedunt a ſe invicem, & ſemper minuitur vis accelerans motum, donec ea evadat nulla; quin immo etiam aliquanto plus æquo a ſe invicem deinde recedunt particulæ, & jam attractivis viribus retrahuntur, accedentes iterum, non quod retro redeant, ſed quod anteriores moveantur jam aliquanto minus velociter, quam poſteriores; tum iterum aucta vi repulſiva incipiunt accelerari magis, & recedere, ubi & oſcillationes habentur quædam hinc, & inde.

Unde velocitas aquæ effluentis ſubduplicata altitudinis.

355. Velocitates, quæ remanent poſt exiguum quoddam determinatum ſpatium, in quo vires mutuæ, vel nullæ jam ſunt, vel æque augentur, & minuuntur, pendent ab area curvæ, cujus axis partes exprimant non diſtantias a proxima particula, ſed tota ſpatia ab initio motus percurſa, & ordinatæ in ſingulis punctis axis exprimant vires, quas in iis habebat particula. Velocitates in effluxu aquæ experimur in ratione ſubduplicata altitudinum, adeoque ſubduplicata virium comprimentium. Id haberi debet, ſi id ſpatium ſit ejuſdem longitudinis, & vires in ſingulis punctis reſpondentibus ejus ſpatii ſint in ratione primæ illius vis. Tum enim areæ totæ erunt ut ipſæ vires initiales, & proinde velocitatum quadrata, ut ipſæ vires. Infinita ſunt curvarum genera, quæ rem exhibere poſſunt; verum id ipſum ad ſenſum exhibere poteſt etiam arcus alterius logiſticæ cujuſpiam amplioris illa, quæ exhibuit diſtantias ſingularum particularum. Sit ea in fig. 69 MFIN. Tota ejus area infinita ad partes CN aſymptotica a quavis ordinata

Fig. 69.

æqua-

æquatur producto ſub ipſa ordinata, & ſubtangente conſtanti. Quare ubi ordinata ED jam eſt perquam exigua reſpectu ordinatarum BF, HI, tota area CDEN reſpectu CBFN inſenſibilis erit, & areæ CBFN, CHIN integræ accipi poterunt pro areis FBDE, IHDE, quæ idcirco erunt, ut vires initiales BF, HI.

356. Inde quidem habebuntur quadrata celeritatum proportionalia preſſionibus, ſive altitudinibus. Ut autem velocitas abſoluta ſit æqualis illi, quam particula acquireret cadendo a ſuperficie ſuprema, quod in aqua experimur ad ſenſum; debet præterea tota ejuſmodi area æquari rectangulo facto ſub recta exprimente vim gravitatis unius particulæ, ſive vis repulſivæ, quam in ſe mutuo exercent binæ particulæ, quæ ſe primo repellunt, ſuſtinente inferiore gravitatem ſuperioris, & ſub tota altitudine. Deberet eo caſu eſſe totum pondus BF ad illam vim, ut eſt altitudo tota fluidi ad ſubtangentem logiſticæ, ſi FE eſt ipſius logiſticæ arcus. Eſt autem pondus BF ad gravitatem primæ particulæ, ut numerus particularum in ea altitudine ad unitatem, adeoque ut eadem illa tota altitudo ad diſtantiam primarum particularum. Quare ſubtangens illius logiſticæ deberet æquari illi diſtantiæ primarum particularum, quæ quidem ſubtangens erit itidem idcirco perquam exigua.

Quid requiritur, ut velocitas ſit æqualis illi, quæ habetur cadendo per altitudinem.

357. An in omnibus fluidis habeatur ejuſmodi abſoluta velocitas, & an quadrata velocitatum in effluxu reſpondeant altitudinibus; per experimenta videndum eſt, ut conſtet, an curvæ virium in omnibus ſequantur ſuperiores leges, an diverſas. Sed ego jam ab applicatione ad Mechanicam ad applicationem ad Phyſicam gradum feci, quam uberius in tertia Parte perſequar. Hæc interea ſpeciminis loco ſint ſatis ad immenſam quandam hujuſce campi fœcunditatem indicandam utcunque.

Tentandum an in omnibus fluidis id accidat. Tranſitus ad partem tertiam.

PARS III.

Applicatio Theoriæ ad Phyſicam.

Agendum hic primo de generalibus proprietatibus corporum, tum de diſcrimine inter varias ſpecies.

358. IN ſecunda hujuſce Operis parte, dum Theoriam meam applicarem ad Mechanicam, multa identidem immiſcui, quæ applicationi ad Phyſicam ſternerent viam, & vero etiam ad eandem pertinerent; at hic, quæ pertinent ad ipſam Phyſicam, ordinatius perſequar; & primo quidem de generalibus agam proprietatibus corporum, quas omnes omnino exhibet illa lex virium, quam initio primæ partis expoſui; tum ex eadem præcipua diſcrimina deducam, quæ inter diverſas obſervamus corporum ſpecies, & mutationes, quæ ipſis accidunt, alterationes, atque transformationes evolvam.

Enumeratio earum, de quibus agetur, & ordo.

359. Primum igitur agam de Impenetrabilitate, de Extenſione, de Figurabilitate, de Mole, Maſſa, & Denſitate, de Inertia, de Mobilitate, de Continuitate motuum, de Æqualitate Actionis & Reactionis, de Diviſibilitate, & Componibilitate, quam ego diviſibilitati in infinitum ſubſtituo, de Immutabilitate primorum materiæ elementorum, de Gravitate, de Cohæſione, quæ quidem generalia ſunt. Tum agam de Varietate Naturæ, & particularibus proprietatibus corporum, nimirum de varietate particularum, & maſſarum multiplici, de Solidis, & Fluidis, de Elaſticis, & Mollibus, de Principiis Chemicarum Operationum, ubi de Diſſolutione, Præcipitatione, Adhæſione, & Coaleſcentia, de Fermentatione, & emiſſione Vaporum, de Igne, & emiſſione Luminis; ac ipſis præcipuis Luminis proprietatibus, de Odore, de Sapore, de Sono, de Electricitate, de Magnetiſmo itidem aliquid innuam ſub finem; ac demum ad generaliora regreſſus, quid Alterationes, Corruptiones, Transformationes mihi ſint, explicabo. Verum in horum pluribus rem a mea Theoria deducam tantummodo ad communia principia, ex quibus peculiares ſingulorum tractatus pendent; ac alicubi methodum indicabo tantummodo, quæ ad rei perquiſitionem aptiſſima mihi videatur.

Impenetrabilitas unde in hac Theoria.

360. Impenetrabilitas corporum a mea Theoria omnino ſponte fluit; ſi enim in minimis diſtantiis agunt vires repulſivæ, quæ iis in infinitum imminutis creſcant in infinitum ita, ut pares ſint extinguendæ cuilibet velocitati utcunque magnæ, utique non poteſt ulla finita vis, aut velocitas efficere, ut diſtantia duorum punctorum evaneſcat, quod requiritur ad compenetrationem; ſed ad id præſtandum infinita Divina virtus, quæ infinitam vim exerceat, vel infinitam producat velocitatem, ſola ſufficit.

361.

Aliud impenetrabilitatis genus: proprium huic Theoriæ.

361. Præter hoc impenetrabilitatis genus, quod a viribus repulſivis oritur, eſt & aliud, quod provenit ab inextenſione punctorum, & quod evolvi in diſſertationibus *De Spatio, & Tempore*, quas ex Stayanis Supplementis huc tranſtuli, & habetur hic in fine Supplementorum §. 1, & 2. Ibi enim ex eo, quod in ſpatio continuo numerus punctorum loci ſit infinities infinitus, & numerus punctorum materiæ finitus, erui illud: nullum punctum materiæ occupare unquam punctum loci, non ſolum illud, quod tunc occupat aliud materiæ punctum, ſed nec illud, quod vel ipſum, vel ullum aliud materiæ punctum occupavit unquam. Probatio inde petitur, quod ſi ex caſibus ejuſdem generis una claſſis infinities plures contineat, quam altera, infinities improbabilius ſit, caſum aliquem, de quo ignoremus, ad utram claſſem pertineat, pertinere ad ſecundam, quam ad primam. Ex hoc autem principio id etiam immediate conſequitur; ſi enim una maſſa projiciatur contra alteram, & ab omnibus viribus repulſivis abſtrahamus animum; numerus projectionum, quæ aliquod punctum maſſæ projectæ dirigant per rectam tranſeuntem per aliquod punctum maſſæ, contra quam projicitur, eſt utique finitus; cum numerus punctorum in utraque maſſa finitus ſit; at numerus projectionum, quæ dirigant puncta omnia per rectas nulli ſecundæ maſſæ puncto occurrentes, eſt infinities infinitus, ob puncta ſpatii in quovis plano infinities infinita. Quamobrem, habita etiam ratione infinitorum continui temporis momentorum, eſt infinities improbabilior primus caſus ſecundo; & in quacunque projectione maſſæ contra maſſam nullus habebitur immediatus occurſus puncti materiæ cum altero puncto materiæ, adeoque nulla compenetratio, etiam independenter a viribus repulſivis.

Sine viribus repulſivis debere haberi compenetrationem apparentem. Quid eæ præſtent in particulis, & velo quodam, potiſſimum ſi habeantur aſymptoti.

362. Si vires repulſivæ non adeſſent; omnis maſſa libere tranſiret per aliam quamvis maſſam, ut lux per vitra, & gemmas tranſit, ut oleum per marmora inſinuatur; atque id ſemper fieret ſine ulla vera compenetratione. Vires, quæ ad aliquod intervallum extenduntur ſatis magnæ, impediunt ejuſmodi liberum commeatum. Porro hic duo caſus diſtinguendi ſunt; alter, in quo curva virium non habeat ullum arcum aſymptoticum cum aſymptoto perpendiculari ad axem, præter illum primum, quem exhibet figura 1, cujus aſymptotus eſt in origine abſciſſarum; alter, in quo adſint alii ejuſmodi arcus aſymptotici. In hoc ſecundo caſu ſi ſit aliqua aſymptotus ad aliquam diſtantiam ab origine abſciſſarum, quæ habeat arcum citra ſe attractivum, ultra repulſivum cum area infinita, ut juxta num. 188 puncta poſita in minore diſtantia non poſſint acquirere diſtantiam majorem, nec, quæ in majore ſunt, minorem; tum vero particula compoſita ex punctis in minore diſtantia poſitis, eſſet prorſus impenetrabilis a particula poſita in majore diſtantia ab ipſa, nec ulla finita velocitate poſſet cum illa commiſceri, & in ejus locum irrumpere; & ſi duæ habeantur

aſym-

aſymptoti ejuſmodi ſatis proximæ, quarum citerior habeat ulterius crus repulſivum, ulterior citerius attractivum cum areis infinitis, tum duo puncta collocata in diſtantia a ſe invicem intermedia inter diſtantias earum aſymptotorum, nec poſſent ulla finita vi, aut velocitate acquirere diſtantiam minorem, quam ſit diſtantia aſymptoti citerioris, nec majorem, quam ſit ulterioris; & cum eæ duæ aſymptoti poſſint eſſe utcunque ſibi invicem proximæ; illa puncta poſſent eſſe neceſſitata ad non mutandam diſtantiam intervallo utcunque parvo. Si jam in uno plano ſit ſeries continua triangulorum æquilaterorum habentium eas diſtantias pro lateribus, & in ſingulis angulis poneretur quicunque numerus punctorum ad diſtantiam inter ſe ſatis minorem ea, qua diſtent illæ duæ aſymptoti, vel etiam puncta ſingula; fieret utique velum quoddam indiſſolubile, quod tamen eſſet plicatile in quavis e rectis continentibus triangulorum latera, & poſſet etiam plicari in gyrum more veterum voluminum.

Solidum indiſſolubile, & impermeabile.

363. Si autem ſit ſolidum compoſitum ex ejuſmodi velis, quorum alia ita eſſent aliis impoſita, ut punctum quodlibet ſuperioris veli terminaret pyramidem regularem habentem pro baſi unum e triangulis veli inferioris, & in ſingulis angulis collocarentur puncta, vel maſſæ punctorum; id eſſet ſolidiſſimum, & ne plicatile quidem; etiamſi craſſitudo unicam pyramidum ſeriem admitteret. Poſſent autem eſſe diſperſa inter latera illius veli, vel hujus muri, puncta quotcunque, nec eorum ullum poſſet inde egredi ad diſtantiam a punctis poſitis in angulis veli, vel muri, majorem illa diſtantia ulterioris aſymptoti. Quod ſi præterea ultra aſymptotum ulteriorem haberetur area repulſiva infinita; nulla externa puncta poſſent perrumpere nec murum, nec velum ipſum, vel per vacua ſpatiola tranſire, utcunque magna cum velocitate advenirent; cum nullum in triangulo æquilatero ſit punctum, quod ab aliquo ex angulis non diſtet minus, quam per latus ipſius trianguli.

Alia ratio acquirendi impenetrabilitatem, & nexum per aſymptotos remotas ab origine abſciſſarum.

364. Quod ſi ejuſmodi binæ aſymptoti inter ſe proximæ ſint in ingenti diſtantia a principio abſciſſarum, & in diſtantia media inter earum binas diſtantias ab ipſo initio ponantur in cuſpidibus trianguli æquilateri tria puncta materiæ, tum in cuſpide pyramidis regularis habentis id triangulum æquilaterum pro baſi ponantur quotcunque puncta, quæ inter ſe minus diſtent, quam pro diſtantia illarum aſymptotorum; maſſula conſtans hiſce punctis erit indiſſolubilis; cum nec ullum ex iis punctis poſſit acquirere diſtantiam a reliquis, nec reliqua inter ſe diſtantiam minorem diſtantia aſymptoti citerioris, & majorem diſtantia ulterioris, & ipſa hæc particula impenetrabilis a quovis puncto externo materiæ, cum nullum ad reliqua illa tria puncta poſſit ita accedere, ſi diſtat magis, vel recedere, ſi minus, ut acquirat diſtantiam, quam habent puncta ejus maſſæ. Ejuſmodi maſſis ita cohibitis per terna puncta ad maximas diſtantias ſita poſſet integer conſtare Mundus, qui haberet

beret in ſuis illis maſſulis, ſeu primigeniis particulis impenetrabilitatem continuam prorſus inſuperabilem, ſine ulla extenſione continua, & indiſſolubilitatem itidem inſuperabilem etiam ſine ullo mutuo nexu inter earum puncta, per ſolum nexum, quem haberent ſingula cum illis tribus punctis remotis.

In iis & aliis caſibus reſiſtentia continua ſine continuo faciente vim, & abſoluta impermeabilitas.

365. In omnibus hiſce caſibus habetur in maſſa non continua vis ita continua, ut nulla ne apparens quidem compenetratio, & permixtio haberi poſſit æque, ac in communi ſententia de continua impenetrabilis materiæ extenſione. Quod autem in illo velo, vel muro exhibuit triangulorum, & pyramidum ſeries, idem obtineri poteſt per figuras alias quamplurimas, & id multo pluribus adhuc modis obtineretur; ſi non in unica, ſed in pluribus diſtantiis eſſent ejuſmodi aſymptotica repagula cum impenetrabilitate continua per non continuam punctorum diſperſorum diſpoſitionem.

Sine aſymptoto omnes ſubſtantias permeabiles fore ab aliis; ſi iis ſatis magnas velocitas imprimatur. Exemplum globuli ferrei inter magnetes tranſeuntis.

366. At in primo illo caſu, in quo nulla habetur ejuſmodi aſymptotus præter primam, res longe alio modo ſe haberet. Patet in eo caſu illud, ſi velocitas imprimi poſſit maſſæ cuipiam ſatis magna; fore, ut ea tranſeat per maſſam quancunque ſine ulla perturbatione ſuarum partium, & ſine ulla partium alterius: nam vires, ut agant, & motum aliquem finitum ſenſibilem gignant, indigent continuo tempore, quo imminuto in immenſum, uti imminuitur, ſi velocitas in immenſum augeatur, imminuitur itidem in immenſum earum effectus. Rei ideam exhibebit globulus ferreus, qui debeat tranſire per planum, in quo diſperſæ ſint hac, illac plurimæ maſſæ magneticæ vim habentes validam ſatis. Si is globus cum velocitate non ita ingenti projiciatur per directionem etiam, quæ in nullam maſſam debeat incurrere; progredi ultra illas maſſas non poterit; ſed ejus motus ſiſtetur ab illarum attractionibus. At ſi velocitas ſit ſatis magna, ut actiones virium magneticarum ſatis exiguo tempore durare poſſint, prætervolabit utique, nullo ſenſibili damno ejus velocitati illato.

Diverſi effectus relate ad magnetes pro diverſa velocitate ejus globuli.

367. Quin immo ibi conſiderandum & illud: ſi velocitas ejus fuerit exigua, ipſum globum facile ſiſti, exiguo motu a vi mutua æquali, ſeu reactione, impreſſo magnetibus, quo per ſolam plani frictionem, & mutuas eorum vires impedito, exigua in eorum poſitionibus mutatio fiat. Si velocitas impreſſa aliquantulum creverit; tum mutatio in poſitione magnetum major fiet, & adhuc ſiſtetur globuli motus; ſed ſi velocitas fuerit multo major, globulus autem tranſeat ſatis prope aliquas e maſſis magneticis; ab actione mutua inter ipſum, & eas maſſas communicabitur ſatis ingens motus iis ipſis maſſis, quo poſſint etiam ipſum non nihil retardatum, ſed adhuc progredientem ſequi, avulſæ a cæteris, quæ ob actiones in majore diſtantia minores, & brevitatem temporis, remaneant ad ſenſum immotæ, & nihil turbatæ. Sed ſi velo-

citas

citas ipſa adhuc augeretur, quantum eſt opus, eo deveniri poſſet; ut maſſa utcunque proxima in globuli tranſitu nullum ſenſibilem motum auferret illi, & ipſa ſibi acquireret.

In te facilis explicatio phænomeni, quo globus ſclopeto exploſus perforat plana mobilia, nec movet: cur lumini data tanta velocitas.

368. Porro ejuſmodi exemplum intueri licet, ubi globus aliquis contra obſtaculum aliquod projicitur, quod, ſi ſatis magnam velocitatem habet, concutit totum, & diffringit, ac eo majorem effectum edit, quo major eſt velocitas, ut in muris arcium accidit, qui tormentariis globis impetuntur. At ubi velocitas ad ingentem quandam magnitudinem devenerit; niſi ſatis ſolida ſit compages obſtaculi, ſive vires cohæſionis ſatis validæ; jam non major effectus fit, ſed potius minor, foramine tantum excavato, quod æquetur ipſi globo. Id experimur; ſi globus ferreus explodatur ſclopeto contra portam ligneam, quæ licet ſemiaperta ſit, & ſummam habeat ſuper ſuis cardinibus mobilitatem; tamen nihil prorſus commovetur; ſed excavatur tantummodo foramen æquale ad ſenſum diametro globi, quod in mea Theoria multo facilius utique intelligitur, quam ſi continuo nexu partes perfecte ſolidæ inter ſe complicarentur, & conjungerentur. Nimirum, ut in ſuperiore magnetum caſu, particulæ globi ſecum abripiunt particulas ligni, ad quas acceſſerunt magis, quam ipſæ ad ſibi proximas accederent, & brevitas temporis non permiſit viribus illis, a quibus diſtantium ligni punctorum nexus præſtabatur, ut in iis motus ſenſibilis haberetur, qui nexum cum aliis ſibi proximis a vi mutua ortum diſſolveret, aut illis, & toti portæ ſatis ſenſibilem motum communicaret. Quod ſi velocitas ſatis adhuc augeri poſſet; ne iis quidem avulſis maſſa per maſſam tranſvolaret, nulla ſenſibili mutatione facta, & ſine vera compenetratione haberetur illa apparens compenetratio, quam habet lumen, dum per homogeneum ſpatium liberrimo rectilineo motu progreditur; quam ipſam fortaſſe ob cauſam Divinus Naturæ Opifex tam immanem luci velocitatem voluit imprimi, quantam in ea nobis oſtendunt eclipſes Jovis ſatellitum, & annua fixarum aberratio, ex quibus Roemerus, & Bradleyus deprehenderunt, lumen ſemiquadrante horæ percurrere diſtantiam æqualem diſtantiæ Solis a Terra, ſive plura milliariorum millia ſingulis arteriæ pulſibus.

Cur in cinere remaneat illæſa forma plantæ avolante parte vo'atili per ignem.

369. Ac eodem pacto, ubi herbarum forma in cinere cum tenuiſſimis filamentis remanet intacta, avolantibus oleoſis partibus omnibus ſine ulla læſione ſtructuræ illarum, id quidem admodum facile intelligitur, qui fiat: ibi nova vis excitata ingentem velocitatem parit brevi tempore, quæ omnem alium effectum impediat virium mutuarum inter olea, & cineres, oleaginoſis particulis inter terreas cum hac apparenti compenetratione liberrime avolantibus ſine ullo immediato impactu, & incurſu.

Compenetratio apparens,

370. Quod ſi ita res habet; liceret utique nobis per occluſas ingredi portas, & per duriſſima tranſvolare murorum ſepta

pta

pta ſine ullo obſtaculo, & ſine ulla vera compenetratione, ſi nimirum ſatis magnam velocitatem nobis ipſis poſſemus imprimere, quod ſi Natura nobis permiſiſſet, & velocitates corporum, quæ habemus præ manibus, ac noſtrorum digitorum celeritates ſolerent eſſe ſatis magnæ; apparentibus ejuſmodi continuis compenetrationibus aſſueti, nullam impenetrabilitatis haberemus ideam, quam mediocritati noſtrarum virium, & velocitatum, ac experimentis hujus generis a ſinu materno, & prima infantia uſque adeo frequentibus, & perpetuo repetitis debemus omnem.

quæ haberetur, ſi poſſemus nobis imprimere velocitatem ſatis magnam.

371. Ex impenetrabilitate oritur extenſio. Ea ſita eſt in eo, quod aliæ partes ſint extra alias: id autem neceſſario haberi debet; ſi plura puncta idem ſpatii punctum ſimul occupare non poſſint. Et quidem ſi nihil aliunde ſciremus de diſtributione punctorum materiæ; ex regulis probabilitatis conſtaret nobis, diſperſa eſſe per ſpatium extenſum in longum, latum, & profundum, atque ita conſtaret, ut de eo dubitare omnino non liceret, adeoque haberemus extenſionem in longum, latum, & profundum ex eadem etiam ſola Theoria deductam. Nam in quovis plano pro quavis recta linea infinita ſunt curvarum genera, quæ eadem directione egreſſæ e dato puncto extenduntur in longum, & latum reſpectu ejuſdem rectæ, & pro quavis ex ejuſmodi curvis infinitæ ſunt curvæ, quæ ex illo puncto egreſſæ habeant etiam tertiam dimenſionem per diſtantiam ab ipſo. Quare ſunt infinities plures caſus poſitionum cum tribus dimenſionibus, quam cum duabus ſolis, vel unica, & idcirco infinities major eſt probabilitas pro uno ex iis, quam pro uno ex his, & probabilitas abſolute infinita omnem eximit dubitationem de caſu infinite improbabili, utut abſolute poſſibili. Quin immo ſi res rite conſideretur, & numeri caſuum inter ſe conferantur; inveniemus, eſſe infinite improbabile, uſpiam jacere prorſus accurate in directum plura, quam duo puncta, & accurate in eodem plano plura, quam tria.

Extenſio neceſſario profluens a viribus repulſivis.

372. Hæc quidem extenſio non eſt mathematice, ſed phyſice tantum continua: at de præjudicio, ex quo ideam omnino continuæ extenſionis ab infantia nobis efformavimus, ſatis dictum eſt in prima Parte a num. 158; ubi etiam vidimus, contra meam Theoriam non poſſe afferri argumenta, quæ contra Zenoniſtas olim ſunt facta, & nunc contra Leibnitianos militant, quibus probatur, extenſum ab inextenſo fieri non poſſe. Nam illi inextenſa contigua ponunt, ut mathematicum continuum efforment, quod fieri non poteſt, cum inextenſa contigua debeant compenetrari, dum ego inextenſa admitto a ſe invicem disjuncta. Nec vero illud vim ullam contra me habet, quod nonnulli adhibent, dicentes, hujuſmodi extenſionem nullam eſſe, cum conſtet punctis penitus inexten-

Extenſum ejuſmodi eſſe phyſice, non mathematice continuum: realem eſſe: in quo id conſiſtat.

ſis, & vacuo ſpatio, quod eſt purum nihil. Conſtat per me non ſolis punctis, ſed punctis habentibus relationes diſtantiarum a ſe invicem: eæ relationes in mea Theoria non conſtituuntur a ſpatio vacuo intermedio, quod ſpatium nihil eſt actu exiſtens, ſed eſt aliquid ſolum poſſibile a nobis indefinite conceptum, nimirum eſt poſſibilitas realium modorum localium exiſtendi cognita a nobis ſecludentibus mente omnem hiatum, uti expoſui in prima Parte num. 142, & fuſius in ea diſſertatione De Spatio & Tempore, quam hic ad calcem adjicio; conſtituuntur a realibus exiſtendi modis, qui realem utique relationem inducunt realiter, & non imaginarie tantum diverſam in diverſis diſtantiis. Porro ſi quis dicat, puncta inextenſa, & hoſce exiſtendi modos inextenſos non poſſe conſtituere extenſum aliquid; reponam facile, non poſſe conſtituere extenſum mathematice continuum, ſed poſſe extenſum phyſice continuum, quale ego unicum admitto, & poſitivis argumentis evinco, nullo argumento favente alteri mathematice continuo extenſo, quod potius etiam independenter a meis argumentis difficultates habet quamplurimas. Id extenſum, quod admitto, eſt ejuſmodi, ut puncta materiæ alia ſint extra alia, ac diſtantias habeant aliquas inter ſe, nec omnia jaceant in eadem recta, nec in eodem plano omnia, ſint vero multa ita proxima, ut eorum intervalla omnem ſenſum effugiant. In eo ſita eſt extenſio, quam admitto, quæ erit reale quidpiam, non imaginarium, & erit phyſice continua.

Quomodo exiſtat Geometria ſublato continuo actu exiſtente. 373. At erit fortaſſe, qui dicet, ſublata extenſione abſolute mathematica tolli omnem Geometriam. Reſpondeo, Geometriam non tolli, quæ conſiderat relationes inter diſtantias, & inter intervalla diſtantiis intercepta, quæ mente concipimus, & per quam ex hypotheſibus quibuſdam concluſiones cum iis connexas ex primis quibuſdam principiis deducimus. Tollitur Geometria actu exiſtens, quatenus nulla linea, nulla ſuperficies mathematice continua, nullum ſolidum mathematice continuum ego admitto inter ea, quæ exiſtunt; an autem inter ea, quæ poſſunt exiſtere, habeantur, omnino ignoro. Sed aliquid ejuſmodi in communi etiam ſententia accidit. Nulla exiſtit revera in Natura recta linea, nullus circulus, nulla ellipſis, nec in ejuſmodi lineis accurate talibus fit motus ullus, cum omnium Planetarum, & Terræ in communi ſententia motus habeantur in curvis admodum complicatis, atque altiſſimis, &, ut eſt admodum probabile, tranſcendentibus. Nec vero in magnis corporibus ullam habemus ſuperficiem accurate planam, & continuam, aut ſphæricam, aut cujuſvis e curvis, quas Geometræ contemplantur, & plerique ex iis ipſis, qui ſolida volunt elementa, ſimplices ejuſmodi figuras ne in ipſis quidem elementis admittent.

Quid in ea imaginarium, 374. Quamobrem Geometria tota imaginaria eſt, & idealis, ſed propoſitiones hypotheticæ, quæ inde deducuntur, ſunt

ſunt veræ, & ſi exiſtant conditiones ab illa aſſumptæ, exiſtent utique & conditionata inde eruta, ac relationes inter diſtantias punctorum imaginarias ope Geometriæ ex certis conditionibus deductæ, ſemper erunt reales, & tales, quales eas invenit Geometria, ubi illæ ipſæ conditiones in realibus punctorum diſtantiis exiſtant. Ceterum ubi de realibus diſtantiis agitur, nec illud in ſenſu phyſico eſt verum, ubi punctum interiacet aliis binis in eadem recta poſitis, a quibus æque diſtet, binas illas diſtantias fore partes diſtantiæ punctorum extremorum juxta ea quæ diximus num. *67*. Phyſice diſtantia puncti primi a ſecundo conſtituitur per puncta ipſa, & binos reales ipſorum exiſtendi modos, ita & diſtantia ſecundi a tertio; quorum ſumma continet omnia tria puncta cum tribus exiſtendi modis, dum diſtantia primi a tertio conſtituitur per ſola duo puncta extrema, & duos ipſorum exiſtendi modos, quæ ablato intermedio reali puncto manet prorſus eadem. Illæ duæ ſunt partes illius tertiæ tantummodo in imaginario, & geometrico ſtatu, qui concipit indefinite omnes poſſibiles intermedios exiſtendi modos locales, & per eam cognitionem abſtractam concipit continua intervalla, ac eorum partes aſſignat, & ope ejuſmodi conceptuum ratiocinationes inſtituit ab aſſumptis conditionibus petitas, quæ, ubi demum ad aliquod reale deducunt, non niſi ad verum poſſint deducere, ſed quod verum ſit tantummodo, ſi rite intelligantur termini, & explicentur. Sic quod aliqua diſtantia duorum punctorum ſit æqualis diſtantiæ aliorum duorum, ſitum eſt in ipſa natura illorum modorum, quibus exiſtunt, non in eo, quod illi modi, qui eam individuam diſtantiam conſtituunt, transferri poſſint, ut congruant. Eodem pacto relatio duplæ, vel triplæ diſtantiæ habetur immediate in ipſa eſſentia, & natura illorum modorum. Vel ſi potius velimus illam referre ad diſtantiam æqualem; dici poterit, eam eſſe duplam alterius, qu talis ſit, ut ſi alteri ex alterius punctis ponatur tertium novum ad æqualem diſtantiam ex parte altera; diſtantia nova hujus tertii a primo ſit æqualis illi, quæ duplæ nomen habet, & ſic de reliquis, ubi ad realem ſtatum tranſitur. Neque enim in ſtatu reali haberi poteſt uſquam congruentia duarum magnitudinum in extenſione, ut haberi nec in tempore poteſt unquam; adeoque nec æqualitas per congruentiam in ſtatu reali haberi poteſt, nec ratio dupla per partium æqualitatem. Ubi decempeda transfertur ex uno loco in alium, ſuccedunt alii, atque alii punctorum extremorum exiſtendi modi, qui relationes inducunt diſtantiarum ad ſenſum æqualium: ea æqualitas a nobis ſupponitur ex cauſis, nimirum ex mutuo nexu per vires mutuas, uti hora hodierna ope egregii horologii comparatur cum heſterna, itidem æqualitate ſuppoſita ex cauſis, ſed loco ſuo divelli, & ex uno die in alterum hora eadem traduci nequaquam poteſt. Verum hæc omnia ad Metaphyſicam potius pertinent, & ea fuſius cum omnibus

quid reale: elegans analogia loci cum tempore in ordine ad æqualitatis menſuras.

 loci,

loci, ac temporis relationibus perſecutus ſum in memoratis diſſertationibus, quas hic in fine ſubjicio.

Figurabilitas orta ab extenſione: quid ſit figura, & quam vaga, & incerta ſit ejus idea etiam in communi ſententia.

375. Ex extenſione oritur figurabilitas, cum qua connectitur moles, & denſitas ſuppoſita maſſa. Quoniam puncta diſperguntur per ſpatium extenſum in longum, latum, & profundum; ſpatium, per quod extenduntur, habet ſuos terminos, a quibus figura pendet. Porro figuram determinatam ab ipſa natura, & exiſtentem in re, poſſunt agnoſcere tantummodo in elementis ii, qui admittunt elementa ipſa ſolida, atque compacta, & continua, & qui ab inextenſis extenſum continuum componi poſſe arbitrantur, ubi nimirum tota illa materia ſuperficie continua quadam terminetur. Ceterum in corporibus hiſce, quæ nobis ſub ſenſum cadunt, idea figuræ, quæ videtur maxime diſtincta, eſt admodum vaga, & indefinita, quod quidem diligenter expoſui agens ſuperiore anno de figura Telluris in diſſertatione inſerta poſtremo Bononienſium Actorum tomo, in qua continetur Synopſis mei operis de *Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem*, ubi ſic habeo: *Inprimis hoc ipſum nomen figuræ terreſtris, quod certam quandam, ac determinatam ſignificationem videtur habere, habet illam quidem admodum incertam, & vagam. Superficies illa, quæ maria, & lacus, & fluvios, ac montes, & campos, valleſque terminat, eſt illa quidem admodum, nobis ſaltem, irregularis, & vero etiam inſtabilis: mutatur enim quovis utcunque minimo undarum, & glebarum motu, nec de hac Telluris figura agunt, qui in figuram Telluris inquirunt: aliam ipſi ſubſtituunt, quæ regularis quodammodo ſit, ſit autem illi priori proxima, quæ nimirum abraſis haberetur montibus, collibuſque, vallibus vero oppletis. At hæc iterum terreſtris figuræ notio vaga admodum eſt, & incerta. Uti enim infinita ſunt curvarum regularium genera, quæ per datum datorum punctorum numerum tranſire poſſint, ita infinita ſunt genera curvarum ſuperficierum, quæ Tellurem ita ambire poſſint, atque concludere, ut vel omnes, vel datos contingant in datis punctis montes, colleſque, vel ſi per medios tranſire colles, ac montes debeat ſuperficies quædam ita, ut regularis ſit, & tantundem materiæ concludat extra, quantum vacui aeris infra ſeſe concludat uſque ad veram hanc nobis irregularem Telluris ſuperficiem, quam intuemur: infinitæ itidem, & a ſe invicem diverſæ admodum ſuperficies haberi poſſunt, quæ problemati ſatisfaciant, atque eæ ejuſmodi etiam, ut nullam, quæ ſenſu percipi poſſit, præ ſe ferant gibboſitatem, quæ ipſa vox non ita determinatam continet ideam.*

Quanto magis in hac Theoria.

376. Hæc ego ibi de Telluris figura, quæ omnino pertinent ad figuram corporis cujuſcunque in communi etiam ſententia de continua extenſione materiæ: nam omnium fere corporum ſuperficies hic apud nos utique multo magis ſcabræ ſunt pro ratione ſuæ magnitudinis, quam Terra pro ratione magnitudinis ſuæ, & vacuitates internas habent quamplurimas. Verum

rum in mea Theoria res adhuc magis indefinita, & incerta eſt. Nam infinitæ ſunt etiam ſuperficies curvæ continuæ, in quibus tamen omnia jaceant puncta maſſæ cujusvis: quin immo infinitæ numero curvæ ſunt lineæ, quæ per omnia ejuſmodi puncta tranſeant. Quamobrem mente tantummodo confingenda eſt quædam ſuperficies, quæ omnia puncta includat, vel quæ pauciora, & a reliquorum coacervatione remotiora excludat, quod æſtimatione quadam morali fiet, non accurata geometrica determinatione. Ea ſuperficies figuram exhibebit corporis; atque hic jam, quæ ad diverſa figurarum genera pertinent; id omne mihi commune eſt cum communi Theoria de continua extenſione materiæ.

Moles a figura pendens: incerta ejus idea & in ſententia communi, & multo magis in hac Theoria.

377. A figura pendet moles, quæ nihil eſt aliud, niſi totum ſpatium extenſum in longum, latum, & profundum externa ſuperficie concluſum. Porro niſi concipiamus ſuperficiem illam, quam innui, quæ figuram determinet; nulla certa habebitur molis idea: quin immo ſi ſuperficiem concipiamus tortuoſam illam, in qua jaceant puncta omnia; jam moles triplici dimenſione prædita erit nulla; ſi lineam curvam concipimus per omnia tranſeuntem: nec duarum dimenſionum habebitur ulla moles. Sed in eo itidem incerta æſtimatione indiget ſententia communis ob interſtitia illa vacua, quæ habentur in omnibus corporibus, & ſcabritiem, juxta ea, quæ diximus, de indeterminatione figuræ. Hic autem itidem concepta ſuperficie extima terminante figuram ipſam, quæ deinde de mole relata ad ſuperficiem tradi ſolent, mihi communia ſunt cum aliis omnibus, ut illud: poſſe eandem magnitudine molem terminari ſuperficiebus admodum diverſis, & forma, & magnitudine, ac omnium minimam eſſe ſphæricæ figuræ ſuperficiem reſpectu molis: in figuris autem ſimilibus molem eſſe in ratione triplicata laterum homologorum, & ſuperficiem in duplicata, ex quibus pendent phænomena ſane multa, atque ea inprimis, quæ pertinent ad reſiſtentiam tam fluidorum, quam ſolidorum.

Maſſa: quid in ejus idea incertum ob materiam exteram immixtam. Omnia corpora conſtare partibus diverſæ naturæ:

378. Maſſa corporis eſt tota quantitas materiæ pertinentis ad id corpus, quæ quidem mihi erit ipſe numerus punctorum pertinentium ad illud corpus. At hic jam oritur indeterminatio quædam, vel ſaltem ſumma difficultas determinandi maſſæ ideam, nec id tantum in mea, verum etiam in communi ſententia, ob illud additum *punctorum pertinentium ad illud corpus*, quod heterogeneas ſubſtantias excludit. Ea de re ſic ego quidem in Stayanis Supplementis § 10 Lib. 1: *Nam admodum difficile eſt determinare, quæ ſint illæ ſubſtantiæ heterogeneæ, quæ non pertinent ad corporis conſtitutionem. Si materiam ſpectemus; ea & mihi, & aliis plurimis homogenea eſt, & ſolis ejus diverſis combinationibus diverſæ oriuntur corporum ſpecies. Quare ab ipſa materia non poteſt deſumi diſcrimen illud inter ſubſtantias pertinentes, & non pertinentes. Si autem & diverſam*

illam

illam combinationem ſpectemus, corpora omnia, quæ obſervamus, mixta ſunt ex ſubſtantiis admodum diſſimilibus, quæ tamen omnes ad ejus corporis conſtitutionem pertinent. Id in animalium corporibus, in plantis, in marmoribus pleriſque, oculis etiam patet, in omnibus autem corporibus Chemia docet, quæ mixtionem illam diſſolvit.

Plures ſubſtantiæ non pertinentes ad ſubſtantiam corporis.

379. *Ex alia parte tenuiſſima ætherea materia, quæ omnino eſt aliqua noſtro aere rarior, ad conſtitutionem maſſæ nequaquam pertinere cenſetur, ut nec pro corporibus pleriſque aer, qui meatibus internis interjacet. Sic aer incluſus ſpongiæ meatibus, ad ipſius conſtitutionem nequaquam cenſetur pertinere. Idem autem ad multorum corporum conſtitutionem pertinet: ſaltem ad fixam naturam redactus, ut Haleſius demonſtravit, plures & animalis regni, & vegetabilis ſubſtantias magna ſui parte conſtare aere fixitatem adepto. Rurſus ſubſtantiæ volatiles, aere ipſo tenuiores multo, quæ in corporum diſſolutione chemica in halitus, & fumos abeunt, & plures fortaſſe, quas nos nullo ſenſu percipimus, ad ipſa corpora pertinebant.*

Nec excludi omnia fluida, nec ea omnia includi poſſe, quæ translato corpore cum ipſo transferuntur.

380. *Nec illud aſſumi poteſt, quidquid ſolidum, & fixum eſt, id tantummodo pertinere ad corporis maſſam: quis enim a corporis humani maſſa ſanguinem omnem, & tot lymphas excludat, a lignis reſectis ſuccos nondum concretos? Præterquam quod maſſæ idea non ad ſolida ſolum corpora pertinet, ſed etiam ad fluida, in quibus ipſis alia tenuiora aliorum denſiorum meatibus interjacent. Nec vero dici poteſt, pertinere ad corporis conſtitutionem, quidquid materiæ translato corpore, ſimul cum ipſo transfertur; nam aer, qui intra ſpongiam eſt, partim mutatur in ea translatione, is nimirum, qui orificio eſt propior, partim manet, qui nimirum intimior, & qui aliquandiu manet, mutatur deinde.*

Hinc indiſtinctam eſſe & maſſæ ideam. Quid denſitas, & raritas: utranque augeri, & minui poſſe in hac theoria in quacunque ratione.

381. *Hæc, & alia mihi diligentius perpendenti, illud videtur demum, ideam maſſæ non eſſe accurate determinatam, & diſtinctam, ſed admodum vagam, arbitrariam, & confuſam. Erit maſſa materia omnis ad corporis conſtitutionem pertinens; ſed a craſſa quadam, & arbitraria æſtimatione pendebit illud, quod eſt pertinere ad ipſam ejus conſtitutionem.* Hæc ego ibi; tum ad molem tranſeo, de cujus indeterminatione jam hic ſuperius egimus, ac deinde ad denſitatem, quæ eſt relatio maſſæ ad molem, eo major, quo pari mole eſt major maſſa, vel quo pari maſſa eſt minor moles. Hinc menſura denſitatis eſt maſſa diviſa per molem; & quæcunque vulgo proferuntur de comparationibus inter maſſam, molem, & denſitatem, hæc omnia & mihi communia ſunt. Maſſa eſt ut factum ex mole & denſitate; moles ut maſſa diviſa per denſitatem. Raritas autem etiam mihi, ut & aliis, eſt denſitatis inverſa, ut nimirum idem ſit dicere, corpus aliquod eſſe decuplo minus denſum alio aliquo corpore, ac dicere, eſſe decuplo magis rarum. Verum quod ad denſitatem & raritatem pertinet, in eo ego quidem a communi ſententia diſcrepo, uti expoſui num. 89, quod ego

ego nullum habeo limitem denſitatis & raritatis, nec maximum, nec minimum; dum illi minimam debent aliquam raritatem agnoſcere, & maximam denſitatem poſſibilem, utut finitam, quæ illis idcirco per ſaltum quendam neceſſario abrumpitur; licet nullam agnoſcant raritatem maximam, & minimam denſitatem. Mihi enim materiæ puncta poſſunt & augere diſtantias a ſe invicem, & imminuere in quacunque ratione; cum data linea quavis, poſſit ex ipſis Euclideis elementis inveniri ſemper alia, quæ ad ipſam habeat rationem quancunque utcunque magnam, vel parvam; adeoque poteſt, ſtante eadem maſſa, augeri moles, & minui in quacunque ratione data; at illis poteſt quidem quævis maſſa dividi in quenvis numerum particularum, quæ diſperſæ per molem utcunque magnam augeant raritatem, & minuant denſitatem in immenſum; ſed ubi maſſa omnis ita ad contactus immediatos devenit, ut nihil jam ſuperſit vacui ſpatii; tum vero denſitas eſt maxima, & raritas minima omnium, quæ haberi poſſint, & tamen finita eſt, cum menſura prioris habeatur, maſſa finita per finitam molem diviſa, & menſura poſterioris, diviſa mole per maſſam.

382. Inertia corporum oritur ab inertia punctorum, & a viribus mutuis; nam illud demonſtravimus num. 260, ſi puncta quæcunque vel quieſcant, vel moveantur directionibus, & celeritatibus quibuſcunque, ſed ſingula æquabili motu; centrum commune gravitatis vel quieſcere, vel moveri uniformiter in directum, ac vires mutuas quaſcunque inter eadem puncta nihil turbare ſtatum centri communis gravitatis ſive quieſcendi, ſive movendi uniformiter in directum. Porro vis inertiæ in eo ipſo eſt ſita: nam vis inertiæ eſt determinatio perſeverandi in eodem ſtatu quieſcendi, vel movendi uniformiter in directum; niſi externa vis cogat ſtatum ſuum mutare: & cum ex mea Theoria demonſtretur, eam proprietatem debere habere centrum gravitatis maſſæ cujuſcunque compoſitæ punctis quotcunque, & utcunque diſpoſitis; patet, eam deduci pro corporibus omnibus: & hic illud etiam intelligitur, cur concipiantur corpora tanquam collecta, & compenetrata in ipſo gravitatis centro.

Inertia maſſarum orta ex inertia punctorum: ipſi reſpondens conſervatio ſtatus centri gravitatis, & idea maſſæ unitæ in ipſo.

383. Mobilitas recenſeri ſolet inter generales corporum proprietates, quæ quidem ſponte conſequitur vel ex ipſa curva virium: cum enim ipſa exprimat ſuarum ordinatarum ope determinationes ad acceſſum, vel receſſum, requirit neceſſario mobilitatem, ſive poſſibilitatem motuum, ſine quibus acceſſus, & receſſus ipſi haberi utique non poſſunt. Aliqui & quieſcibilitatem adſcribunt corporibus: at ego quidem corporum quietem ſaltem in Natura, uti conſtituta eſt, haberi non poſſe arbitror, uti expoſui num. 86. Eam excludi oportere cenſeo etiam infinitæ improbabilitatis argumento, quo ſum uſus in ea diſſertatione *De Spatio, & Tempore*, quam toties jam nominavi, & in Supplementis hic proferam §. 1, ubi evinco,

Mobilitas: quieſcibilitatem non haberi, excluſa prorſus quiete a Natura.

evinco, caſum, quo punctum aliquod materiæ occupet quovis momento temporis punctum ſpatii, quod alio quopiam quocunque occuparit vel ipſum, vel aliud punctum quodcunque, eſſe infinities improbabilem, conſiderato nimirum numero punctorum materiæ finito, numero momentorum poſſibilium infinito ejus generis, cujus ſunt infinita puncta in una recta, qui numerus momentorum bis ſumitur, ſemel cum conſideratur puncti dati materiæ cujuſcunque momentum quodvis, & iterum cum conſideratur momentum quodvis, quo aliud quodpiam materiæ punctum alicubi fuerit, ac iis collatis cum numero punctorum ſpatii habentis extenſionem in longum, latum, & profundum, qui idcirco debet eſſe infinitus ordinis tertii reſpectu ſuperiorum. Deinde ab omnium corporum motu circa centrum commune gravitatis, vel quieſcens, vel uniformiter progrediens in recta linea, quies actualis itidem a Natura excluditur.

Quies excluſa etiam a continuitate omnium motuum: problema generale eo pertinens.

384. Verum ipſam quietem excludit alia mihi proprietas, quam omnibus itidem materiæ punctis, & omnium corporum centris gravitatis communem cenſeo, nimirum continuitas motuum, de qua egi num. 883, & alibi. Quodvis materiæ punctum ſecluſis motibus liberis, qui oriuntur ab imperio liberorum ſpirituum, debet deſcribere curvam quandam lineam continuam, cujus determinatio reducitur ad hujuſmodi problema generale: Dato numero punctorum materiæ, ac pro ſingulis dato puncto loci, quod occupent dato quopiam momento temporis, ac data directione, & velocitate motus initialis, ſi tum primo projiciuntur, vel tangentialis, ſi jam ante fuerunt in motu, ac data lege virium expreſſa per curvam aliquam continuam, cujuſmodi eſt curva figuræ 1, quæ meam hanc Theoriam continet, invenire ſingulorum punctorum trajectorias, lineas nimirum, per quas ea moventur ſingula. Id problema mechanicum quam ſublime ſit, quam omnem humanæ mentis excedat vim, ille ſatis intelliget, qui in Mechanica verſatus non nihil noverit, trium etiam corporum motus, admodum ſimplici etiam vi præditorum, nondum eſſe generaliter definitos, uti monui num. 204, & conſideret immenſum punctorum numerum, ac altiſſimam curvæ virium tantis flexibus circa axem circumvolutæ elevationem.

Quid curvæ deſcriptæ a punctis non habeant. Problema inverſum datis particulis deſcriptis tempuſculo utcunque parvo.

385. Sed licet ejuſmodi problema vires omnes humanæ mentis excedat; adhuc tamen unuſquiſque Geometra videbit facile, problema eſſe prorſus determinatum, & curvas ejuſmodi fore omnes continuas ſine ullo ſaltu, ſi in lege virium nullus ſit ſaltus. Quin immo & illud arbitror, in ejuſmodi curvis nec ullas uſquam cuſpides occurrere; nam nodos nullos eſſe conſequitur ex eo, quod nullum materiæ punctum redeat ad idem punctum ſpatii, in quo ipſum aliquando fuerit, adeoque nullus habeatur regreſſus, qui tamen ad nodum eſt neceſſarius. Hujuſmodi curvæ neceſſariæ eſſent omnes, & mens,

quæ

quæ tantam haberet vim, quanta requiritur ad ejuſmodi problemata rite tractanda, & intimius perſpiciendas ſolutiones (quæ quidem mens poſſet etiam finita eſſe, ſi finitus ſit punctorum numerus, & per finitam expreſſionem ſit data notio curvæ exprimentis legem virium) poſſet ex arcu continuo deſcripto tempore etiam utcunque exiguo a punctis materiæ omnibus derivare ipſam virium legem, cum quidam finiti tantummodo poſitionum numeri finitos determinare poſſint numeros punctorum curvæ virium, & arcus continuus legem ipſam continuam: & fortaſſe ſolæ etiam poſitiones omnium punctorum cum dato arcu continuo percurſo ab unico etiam puncto motu continuo, exiguo etiam aliquo tempuſculo, ad rem præſtandam ſatis eſſent. Cognita autem lege virium, & poſitione, ac velocitate, & directione punctorum omnium dato tempore, poſſet ejuſmodi mens prævidere omnes futuros neceſſarios motus, ac ſtatus, & omnia Naturæ phænomena neceſſaria, ab iis utique pendentia, atque prædicere: & ex unico arcu deſcripto a quovis puncto, tempore continuo utcunque parvo, quem aliqua mens ſatis comprehenderet, eadem determinare poſſet reliquum omnem ejuſdem continuæ curvæ tractum utraque e parte in infinitum productum.

386. Nos eo aſpirare non poſſumus, tum ob noſtræ mentis imbecillitatem, tum quia ignoramus numerum, & poſitionem, ac motum punctorum ſingulorum (nam nec motus abſolutos intuemur, ſed reſpectivos tantummodo reſpectu Telluris, vel ad ſummum reſpectu ſyſtematis planetarii, vel ſyſtematis fixarum omnium) tum etiam, quia curvas illas turbant liberi motus, quos producunt ſpirituales ſubſtantiæ. Harmonia præſtabilita Leibnitianorum ejuſmodi perturbationem tollit omnem, ſaltem reſpectu animæ noſtræ, cum omne immediatum commercium demat inter corpus, & animam; & id, quod tantopere improbatum eſt in Theoria Carteſiana, quæ bruta redegerat ad automata, ad homines etiam ipſos transfert, quorum motus a machina provenire omnes, & neceſſarios eſſe in ea Theoria, facile conſtat: & quidem idcirco etiam eadem mihi Theoria diſplicet plurimum, quam præterea ſi admitterem, nullam ſane viderem, ne tenuiſſimam quidem rationem, quæ mihi ſuadere poſſet, præter animam meam, cujus ideæ per ſe, & ſine ullo immediato nexu cum corpore evolvantur, me habere aliquod corpus, quod motus ullos habeat, & multo minus, ejuſmodi motus eſſe conformes iis ideis, aut ullos alios eſſe homines, ullam naturam corpoream extra me; ad quæ omnia, & multo adhuc pejora, mentem ſuis omnia momentis librantem deducat omnino oportet ejuſmodi ſententia, quam promoveri paſſim, & vero etiam recipi, ac uſque adeo gliſcere, quin & omnino tolerari, ſemper miratus ſum.

Cur ab humana mente ſolvi non poſſit. Quid officiat ei determinationi libertas: Harmoniæ præſtabilitæ impugnatio.

387. Cenſeo igitur, & id intima vi, qua anima ſuarum idea-

Motus liberos

omnino ab anima progigni, ſed non imprimi, niſi æqualiter in partes oppoſitas, & ſine ſaltu.

idearum naturam, & proprietates quaſdam, atque originem novit, conſtare arbitror, motus liberos corporis ab anima provenire: ac quemadmodum virium lex neceſſaria, in ipſa fortaſſe materiæ natura ſita, ejuſmodi eſt; ut juxta eam bina materiæ puncta debeant ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere, determinata & quantitate motus, & directione per diſtantias; ita eſſe alias leges virium liberas animæ, ſecundum quas debeant quædam puncta materiæ habentia ejuſmodi diſpoſitionem, quæ ad vivum, & ſanum corpus organicum requiritur, ad ipſius animæ nutum moveri; ſed hujuſmodi leges itidem cenſeo requirere illud, ut nulli materiæ puncto imprimatur motus aliquis, niſi alicui alteri imprimatur alius contrarius, & æqualis, quod conſtat ex ipſo niſu, quem ſemper exercemus in partes contrarias, juxta ea, quæ diximus num. 74; ac itidem arbitror, & id ipſum diligenti obſervatione, & reflexione facile colligitur, ejuſmodi quoque motus imprimi non poſſe, niſi ſervata lege continuitatis ſine ullo ſaltu, quod ſi ab omnibus ſpiritibus obſervari debeat; diſcedent quidem veri motus a curvis illis neceſſariis, & a libera voluntatis determinatione pendebunt curvæ deſcriptæ; ſed motuum continuitas nequaquam turbabitur.

Concluſiones deductæ: potiſſimum excluſio quietis.

388. Porro inde conſtat, cur in motibus nullum uſpiam deprehendamus ſaltum, cur nullum materiæ punctum ab uno loci puncto abeat ad aliud punctum loci ſine tranſitu per intermedia, cur nulla denſitas mutetur per ſaltum, cur & motus reflexi, & refracti fiant per curvaturam continuam, ac alia ejuſmodi, quæ huc pertinent. Verum ſimul patebit & illud, in cujus gratiam hæc congeſſimus, nullam fore abſolutam quietem, in qua nimirum continuatus ille curvæ deſcriptæ ductus abrumpatur, ea continuitate læſa nihilo minus, quam læderetur, ſi curva continua deſineret alicubi in rectam.

Æqualitas actionis, & reactionis, & ejus conſectaria.

389. Jam vero ad actionis, & reactionis æqualitatem gradu facto, eam abunde deduximus a num. 265. pro binis quibuſque corporibus ex actione, & reactione æqualibus in punctis quibuſcunque. Cum nimirum mutuæ vires nihil turbent ſtatum centri gravitatis communis, & centra gravitatis binarum maſſarum debeant cum ipſo communi centro jacere in directum ad diſtantias hinc, & inde reciproce proportionales ipſis maſſis, ut ibidem demonſtravimus; conſequitur illud, motus quoſcunque, quos ex mutua actione habebunt binarum maſſarum centra gravitatis, debere fieri in lineis ſimilibus, & proportionalibus diſtantiæ ſingularum ab ipſo gravitatis centro communi, adeoque reciproce proportionalibus ipſis maſſis; & quod inde conſequitur, ſummam motuum computatorum ſecundum directionem quancunque, quam ex mutuis actionibus acquiret altera maſſa, fore ſemper æqualem ſummæ motuum computatorum ſecundum oppoſitam, quam maſſa altera acquiret ſimul, in quo ipſo ſita eſt actionis & reactionis æqualitas, ex qua corporum

colli-

Digitized by Google

colliſiones deduximus in ſecunda parte, & ex qua multa phænomena pendent, in Aſtronomia inprimis.

Inde an motus maſſæ proveniat a viribus internis, an ab externis.

390. Illud unum hic adnotandum cenſeo, per hanc ipſam legem comprobari plurimum ipſas vires mutuas inter materiæ particulas, & deveniri ad originem motuum plurimorum, quæ inde pendet; ſi nimirum particulæ maſſæ cujuslibet ingentem habeant motum reciprocum hac, illac, & interea centrum commune gravitatis iiſdem iis motibus careat; id ſane indicio eſt, eos motus provenire ab internis viribus mutuis inter puncta ejuſdem maſſæ. Id vero accidit inprimis in fermentationibus, quæ habentur poſt quarundam ſubſtantiarum permixtionem, quarum particulæ non omnes ſimul jam in unam feruntur plagam, jam in aliam, ſed ſingillatim motibus diverſiſſimis, & inter ſe etiam contrariis, quos idcirco motus omnes illarum centra gravitatis habere non poſſunt: ii motus provenire omnino debent a mutuis viribus, & commune gravitatis centrum interea quieſcet reſpectu ejus vaſis, in quo fermentatio fit, & Terræ, reſpectu cujus quieſcit vas.

Diviſibilitas in infinitum ſpatii continui; & materiæ itidem ſi ſit continua, & ſine virtuali extenſione.

391. Quod ad diviſibilitatem pertinet, eam quidem in infinitum progredientem ſine ullo limite in ſpatio continuo ille ſolus non agnoſcet, qui Geometriæ etiam elementaris vim non ſentiat, a qua pro ejuſmodi diviſibilitate in infinitum tam multa, & ſimplicia, & perſpicua ſane argumenta deſumuntur. Ubi ad materiam ſit tranſitus; ſi, ubi de ea agitur, quæ diſtinctas occupant loci partes, diſtincta etiam ſunt; ab illa ſpatii continui diviſibilitate in infinitum, materiæ quoque diviſibilitas in infinitum conſequitur evidentiſſime, & utcunque prima materiæ elementa atomos, ſive Naturæ vi inſectilia cenſeant multi, ut & Newtonus; adhuc tamen abſolutam eorum diviſibilitatem agnoſcunt paſſim illi ipſi.

Virtualem extenſionem non haberi.

392. Materiæ elementa extenſa per ſpatium diviſibile, ſed omnino ſimplicia, & carentia partibus, admiſerunt nonnulli e Peripateticis, & eſt etiam nunc, qui recentiorem Philoſophiam profeſſus admittat; at eam ſententiam non ex præjudicio quodam, quanquam id etiam eſt ingens, & commune, ſed ex inductionis principio, & analogia impugnavi in prima parte num. 83. Quamobrem arbitror, ſi quid corporeum extenſionem habeat per totum quodpiam continuum ſpatium, id ipſum debere abſolute habere partes, & eſſe diviſibile in infinitum æque, ac illud ipſum eſt ſpatium.

Puncta eſſe indiviſibilia: maſſas diviſibiles uſque ad certum limitem ſingulas.

393. At in mea Theoria, in qua prima elementa materiæ mihi ſunt ſimplicia, ac inextenſa, nullam eorum diviſibilitatem haberi conſtat. Maſſæ autem, quæcunque actu exiſtant, ſunt mihi congeries punctorum ejuſmodi numero finitæ. Hinc eæ congeries dividi utique poſſunt in partes, ſed non plures, quam ſit ipſe punctorum numerus maſſam conſtituentium, cum nulla pars minus continere poſſit, quam unum ex iis punctis. Nec Geometrica argumenta quidquam probant in mea Theo-

ria pro diviſibilitate ultra eum limitem; poſteaquam enim deventum fuerit ad intervalla minora, quam ſit diſtantia duorum punctorum, ſectiones ulteriores ſecabunt intervalla ipſa vacua, non materiam.

Componibilitas in infinitum.

394. Verum licet ego non habeam diviſibilitatem in infinitum, habeo tamen componibilitatem, ut appellare ſoleo, in infinitum. In quovis dato ſpatio habebitur quidem ſemper certus quidam punctorum numerus, qui idcirco etiam finitus erit; neque enim ego admitto infinitum ullum in Natura, aut in extenſione, neque infinite parvum in ſe determinatum, quod ego poſitiva demonſtratione excluſi primum in mea Diſſertatione *de Natura, & uſu infinitorum, & infinite parvorum*; tum & aliis in locis; quod tamen requireretur ad hoc, ut intra finitum ſpatium contineretur punctorum numerus indefinitus: at longe aliter ſe res habet; ſi conſideremus, qui numerus punctorum in dato ſpatio poſſit exiſtere: tum enim nullus eſt numerus finitus ita magnus, ut alius adhuc finitus ipſo major haberi in eo ſpatio non poſſit. Nam inter duo puncta quæcunque poteſt in medio interſeri aliud, quod quidem neutrum continget; aliter enim etiam ea duo ſe contingerent mutuo, & non diſtarent, ſed compenetrarentur. Poteſt autem eadem ratione inter hoc novum, & priora illa interſeri novum utrinque, & ita porro ſine ullo limite: adeoque deveniri poteſt ad numerum punctorum quovis determinato utcunque magno majorem in unica etiam recta, & proinde multo magis in ſpatio extenſo in longum, latum, & profundum. Hanc ego voco componibilitatem in infinitum. Numerus, qui in quavis data maſſa exiſtit, finitus eſt: ſed dum eum Naturæ Conditor determinare voluit, nullos habuit limites, quos non potuerit prætergredi, nullum ultimum habente terminum ſerie illa poſſibilium finitorum in infinitum creſcentium.

Ejus æquivalentia cum diviſibilitate in infinitum.

395. Hæc componibilitas in infinitum æquivalet diviſibilitati in ordine ad explicanda Naturæ phænomena. Poſita diviſibilitate materiæ in infinitum, ſolvitur facile illud problema: *Datam maſſam utcunque parvam, ita diſtribuere per datum ſpatium utcunque magnum, ut in eo nullum ſit ſpatiolum majus dato quocunque utcunque parvo penitus vacuum, & ſine ulla ejus materiæ particula*. Concipitur enim numerus, quo illud magnum ſpatium datum continere poſſit hoc ſpatiolum exiguum, qui utique finitus eſt, & in ſe determinatus: concipitur in totidem particulas diviſa maſſula, & ſingulæ particulæ deſtinantur ſingulis ſpatiolis; quæ iterum dividi poſſunt, quantum libuerit, ut parietes ſpatioli ſui conveſtiant, qui utique ad unam ejus tranſverſam ſectionem habent finitam rationem, adeoque continua ſectione planis parallelis facta poſſunt ipſi parietes conveſtiri ſegmentis ſuæ particulæ, vel poſſunt ejus particulæ ſegmenta iterum per illud ſpatiolum utcunque diſpergi. In

mea

mea Theoria ſubſtituitur hujuſmodi aliud problema: *Intra datum ſpatiolum collocare eum punctorum numerum, qui deinde diſtribui poſſit per ſpatium utcunque magnum ita, ut in eo nullum ſit ſpatiolum cubicum majus dato quocunque utcunque parvo penitus vacuum, & quod in ſe non habeat numerum punctorum utcunque magnum.*

396. Quod in ordine ad explicanda phænomena hoc ſecundum problema æquivaleat illi primo, patet utique: nam ſolum deeſt conveſtitio parietum continua mathematice: ſed illi ſuccedit continuatio phyſica, cum in ſingulis parietibus collocari poſſit ejus ope quicunque numerus utcunque magnus, diſtantiis idcirco imminutis utcunque. Quod in mea Theoria ſecundum illud problema ſolvi poſſit ope expoſitæ componibilitatis in infinitum, patet: quia ut inveniatur numerus, qui ponendus eſt in ſpatiolo dato, ſatis eſt, ut numerus vicium, quo ingens ſpatium datum continet illud ſpatiolum poſterius, multiplicetur per numerum punctorum, quem velimus collocari in hoc ipſo quovis poſteriore ſpatiolo poſt diſperſionem, & auctor Naturæ potuit utique intra illud ſpatiolum primum hunc punctorum numerum collocare.

Demonſtratur ea ipſa.

397. Jam quod pertinet ad diviſibilitatem immanem, quam nobis oſtendunt Naturæ phænomena in coloratis quibuſdam corporibus, immanem molem aquæ inficientibus eodem colore, in auro uſque adeo ductili, in odoribus, & ante omnia in lumine, omnia mihi cum aliis communia erunt; & quoniam nulla ex obſervationibus nobis poteſt oſtendere diviſibilitatem abſolute infinitam, ſed ingentem tantummodo reſpectu diviſionum, quibus plerumque aſſuevimus; res ex meo problemate æque bene explicabitur per componibilitatem, ac in communi Theoria ex illo alio per diviſibilitatem materiæ in infinitum.

Diviſibilitas in Natura immanis.

398. Prima materiæ elementa volunt plerunque immutabilia, & ejuſmodi, ut atteri, atque confringi omnino non poſſint, ne nimirum phænomenorum ordo, & tota Naturæ facies commutetur. At elementa mea ſunt ſane ejuſmodi, ut nec immutari ipſa, nec legem ſuam virium, ac agendi modum in compoſitionibus commutare ullo modo poſſint; cum nimirum ſimplicia ſint, indiviſibilia, & inextenſa. Ex iis autem juxta ea, quæ diximus num. 239 ad diſtantias perquam exiguas collocatis in limitibus virium admodum validis oriri poſſunt primæ particulæ minus jam tenaces ſuæ formæ, quam ſimplicia elementa, ſed ob ingentem illam viciniam adhuc tenaciſſimæ idcirco, quod alia particula quævis ejuſdem ordinis in omnia ſimul ejus puncta fere æqualiter agat, & vires mutuæ majores ſint, quam ſit diſcrimen virium, quibus diverſa ejus puncta ſolicitantur ab illa particula. Ex hiſce primi ordinis particulis poſſunt conſtare particulæ ordinis ſecundi; adhuc minus tenaces, & ita porro; quo enim plures compoſitiones ſunt, & majores diſtantiæ, eo facilius fieri poteſt, ut inæqualitas vi-

Immutabilitas primorum elementorum materiæ: ordines diverſi particularum minus, ac minus immutabilium.

virium, quæ ſola mutuam poſitionem turbat, incipiat eſſe major, quam ſint vires mutuæ, quæ tendunt ad conſervandam mutuam poſitionem, & formam particularum; & tunc jam alterationes, & transformationes habebuntur, quas videmus in corporibus hiſce noſtris, & quæ habentur etiam in pluribus particulis poſtremorum ordinum, hæc ipſa nova corpora componentibus. Sed prima materiæ elementa erunt omnino immutabilia, & primorum etiam ordinum particulæ formas ſuas contra externas vires validiſſime tuebuntur.

Gravitas exhibita a poſtremo arcu curvæ accedens ad Newtonianam quamproxime: poſſe noſtro concipiendi modo fieri abſolute talem.

399. Gravitas etiam inter generales proprietates a Newtonianis inprimis numeratur, quibus aſſentior; dummodo ea reipſa non habeat rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum extenſam ad omnes diſtantias, ſed tantum ad diſtantias ejuſmodi, cujuſmodi ſunt eæ, quæ interjacent inter diſtantiam noſtrorum corporum a parte multo maxima maſſæ terreſtris, & diſtantias a Sole apheliorum pertinentium ad cometas remotiſſimos, & dummodo in hoc ipſo tractu ſequatur non accuratiſſime, ſed, quam libuerit, proxime, rationem ipſam reciprocam duplicatam, juxta ea, quæ diximus num. 121. Ejuſmodi autem gravitas exhibetur ab arcu illo poſtremo meæ curvæ figuræ 1, qui, ſi gravitas extenditur cum eadem illa lege ad ſenſum, vel cum aliqua ſimili, in infinitum, erit aſymptoticus. Poſſet quidem, ut monui num. 119, concipi gravitas etiam accurate talis, quæ extendatur ad quaſcunque diſtantias cum eadem lege, & præterea alia quædam vis expoſita per aliam curvam, in quam vim, & in gravitatem accurate reciprocam quadratis diſtantiæ reſolvatur lex virium figuræ 1; quæ quidem vis in illis diſtantiis, in quibus gravitas ſequitur quam proxime ejuſmodi legem, eſſet inſenſibilis; in aliis autem diſtantiis plurimis ingens eſſet: ac ubi figura 1 exhibet repulſiones, deberet eſſe vis hujus alterius conceptæ legis itidem repulſiva tanto major, quam vis legis primitivæ figuræ 1, quanta eſſet gravitas ibi concepta, quæ nimirum ab illo additamento vis repulſivæ elidi deberet. Sed hæc jam a noſtro concipiendi modo penderent, ac in ipſa mea lege primitiva, & reali, gravitas utique eſt generalis materiæ, ac legem ſequitur rationis reciprocæ duplicatæ diſtantiarum, quanquam non accurate, ſed quamproxime, nec ad omnes extenditur diſtantias; ſed illas, quas expoſui.

Gravitatem generalem haberi in toto ſolari ſyſtemate, nec poſſe tribui preſſioni fluidi.

400. Ceterum gravitatem generalem haberi in toto planetario ſyſtemate, ego quidem arbitror omnino evinci iiſdem argumentis ex Aſtronomia petitis, quibus utuntur Newtoniani, quæ hic non repeto, cum ubique proſtent, & quæ tum alibi ego quidem congeſſi pluribus in locis, tum in *Adnotationibus ad poema P. Noceti De Aurora Boreali*. Illud autem arbitror evidentiſſimum, illum acceſſum ad Solem cometarum, & planetarum primariorum, ac ſecundariorum ad primarios, quem videmus in deſcenſu a recta tangente ad arcum curvæ, & multo magis alios motus a mutua gravitate pendentes haberi omnino non

non poſſe per ullius fluidi preſſionem; nam ut alia prætermittam ſane multa, id fluidum, quod ſola ſua preſſione tantum poſſit in ejuſmodi globos, multo plus utique poſſet occurſu ſuo contra illorum tangentialem velocitatem, quæ omnino deberet imminui per ejuſmodi reſiſtentiam, cum ingenti perturbatione arearum, & totius Aſtronomiæ Mechanicæ perverſione; adeoque id fluidum vel reſiſtentiam ingentem deberet parere planetæ, aut cometæ progredienti, vel ne preſſione quidem ullum ipſi ſenſibilem imprimit motum.

Eam ex ipſa Theoria reſpondere maſſæ directe, & quadrato diſtantiæ reciproce.

401. Ejus autem præcipuæ leges ſunt, ut directe reſpondeat maſſæ, & reciproce quadratis diſtantiarum a ſingulis punctis maſſæ ipſius, quod in mea Theoria eſt admodum manifeſtum ita eſſe debere; nam ubi ventum eſt ad arcum illum meæ curvæ, qui gravitatem refert, vires omnes jam ſunt attractivæ, & eandem illam ad ſenſum ſequuntur legem, adeoque aliæ alias non elidunt contrariis directionibus, ſed ſumma earum reſpondet ad ſenſum ſummæ punctorum; niſi quatenus ob inæqualem punctorum diſtantiam, & poſitionem, ad habendam accurate ipſam ſummam, ubi moles ſunt aliquanto majores, opus erit illa reductione, qua Mechanici utuntur paſſim, & cujus ope inveniuntur leges, ſecundum quas punctum in data diſtantia, & poſitione ſitum reſpectu maſſæ habentis datam figuram, ab ipſa attrahitur; ubi, quemadmodum indicavimus num. 347, globus in globum ita gravitat, ut gravitaret; ſi totæ eorum maſſæ eſſent compenetratæ in eorum centris: at in aliis figuris longe aliæ leges obveniunt.

Commendatio Theoriæ ex conformitate omnium corporum in ea, & diſcrimine in tot aliis.

402. Verum hic illud maxime Theoriam commendat meam, quod num. 212 notandum dixi, quod videamus tantam hanc conformitatem in vi gravitatis in omnibus maſſis; licet eædem in ordine ad alia phænomena, quæ a minoribus diſtantiis pendent, tantum diſcrimen habeant, quantum habent diverſa corpora in duritie, colore, ſapore, odore, ſono. Nam diverſa combinatio punctorum materiæ inducit ſummas virium admodum diverſas pro iis diſtantiis, in quibus adhuc curva virium contorquetur circa axem; & proinde exigua mutatio diſtantiæ vires attractivas mutat in repulſivas, ac vice verſa ſummis differentias ſubſtituit; dum in diſtantiis illis, in quibus gravitas ſervat quamproxime leges, quas diximus, curva ordinatas omnes ejuſdem directionis habet, & vero etiam diſtantia parum mutata, fere eaſdem; quod neceſſario inducit tanta priorum caſuum diſcrimina, & tantam in hoc poſtremo conformitatem.

Omnia fere a gravitate pendentia ſint communia huic Theoriæ cum communi: nonnullorum in ea facilior deductio.

403. Diſtinctio gravitatis (quæ eſt ut maſſa, in quam tenditur, directe, & quadratum diſtantiæ reciproce) a pondere (quod eſt præterea ut maſſa, quæ gravitat) eſt mihi eadem, ac Newtonianis, & omnibus Mechanicis; & illa vim acceleratricem exhibet, hoc vim motricem, cum illa determinet vim puncti gravitantis cujuſvis, a qua pendet celeritas maſſæ;

hoc

hoc ſummam virium ad omnia ejuſmodi puncta pertinentium. Pariter communia mihi ſunt, quæcunque pertinent ad gravium motus a Galilæo, & Hugenio definitos, niſi quod gravitatis reſolutionem in deſcenſu per plana inclinata, & in gravibus ſuſtentatis per bina obliqua plana, vel obliqua fila, reducam ad compoſitionem juxta num. 284, & 286, & centrum oſcillationis, una cum centro æquilibrii, & vecte, & libra, & machinarum principiis deducam e conſideratione ſyſtematis trium maſſarum in ſe mutuo agentium, ac potiſſimum a ſimplici theoremate ad id pertinente, quæ fuſe perſecutus ſum a num. 307. Communia pariter mihi ſunt, quæcunque habentur in cæleſti Newtoniana Mechanica jam ubique recepta de planetarum, & cometarum motibus, de perturbationibus motuum potiſſimum Jovis, & Saturni in diſtantiis minoribus a ſe invicem, de aberrationibus Lunæ, de maris æſtu, de figura Telluris, de præceſſione æquinoctiorum, & nutatione axis; quin immo ad hæc poſtrema problemata rite ſolvenda, multo tutior, & expeditior mihi panditur via, quæ me eo deducet poſt conſiderationem ſyſtematis maſſarum quatuor jacentium etiam non in eodem plano communi, & connexarum invicem per vires mutuas, uti ad centrum oſcillationis etiam in latus in eodem plano, & ad centrum percuſſionis in eadem recta tam facile me deduxit conſideratio ſyſtematis maſſarum trium.

Immobilitas fixarum quomodo a Newtonianis explicetur.

404. Illud mihi præterea non eſt commune, quod pertinet ad immobilitatem ſtellarum fixarum, quam contra generalem Newtoni gravitatem vulgo ſolent objicere, quæ nimirum debeant ex attractione mutua ad ſe invicem accedere, & in unicam demum coire maſſam. Reſpondent alii, Mundum in infinitum protendi, & proinde quamvis fixam æque in omnes partes trahi. Sed in actu exiſtentibus infinitum abſolutum, ego quidem cenſeo, haberi omnino non poſſe. Recurrunt alii ad immenſam diſtantiam, quæ non ſinat motum in fixis oriundum a vi gravitatis, ne poſt immanem quidem ſæculorum feriem ſenſu percipi. Ii in eo verum omnino affirmant; ſi enim concipiamus fixas Soli noſtro æquales & ſimiles, vel ſaltem rationem luminum, quæ emittunt, non multum diſcedere a ratione maſſarum; quoniam & vis ipſis maſſis proportionalis eſt, ac præterea tam vis, quam lumen decreſcit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; erit vis gravitatis noſtri ſolaris ſyſtematis in omnes ſtellas, ad vim gravitatis noſtræ in Solem, quæ multis vicibus eſt minor, quam vis gravitatis noſtrorum gravium in Terram, ut eſt tota lux, quæ provenit a fixis omnibus, ad lucem, quæ provenit a Sole, quæ ratio eſt eadem, ac ratio noctis ad diem in genere lucis. Quam exiguus motus inde conſequi poſſit eo tempore, cujus temporis ad nos devenire potuit notitia, nemo non videt. Si fixæ omnes ad eandem etiam jaceant plagam, is motus omnino haberi poſſet pro nullo.

Difficultas reſidua ſublata ab hac Theoria.

405. Adhuc tamen, quoniam noſtra vita, & memoria reſpectu immenſi fortaſſe ſubſecuturi ævi eſt itidem fere nihil; ſi gra-

Digitized by Google

ſi gravitas generalis in infinitum protendatur cum eadem illa lege, & eodem aſymptotico crure, utique non ſolum hoc ſyſtema noſtrum ſolare, ſed univerſa corporea natura ita, paullatim utique, ſed tamen perpetuo ab eo ſtatu recederet, in quo eſt condita, & univerſa ad interitum neceſſario rueret, ac omnis materia deberet demum in unicam informem maſſam conglobari, cum fixarum gravitas in ſe invicem, nullo obliquo, & curvilineo motu elidatur. Id quidem haud ita ſe habere, demonſtrari omnino non poteſt: adhuc tamen Divinæ Providentiæ videtur melius conſulere Theoria, quæ ejus etiam ruinæ univerſalis evitandæ viam aperiat, ut aperit ſane mea. Fieri enim poteſt, uti notavimus n. 170, ut poſtremus ille curvæ meæ arcus, qui exhibet gravitatem, poſteaquam receſſerit ad diſtantias majores, quam ſint cometarum omnium ad noſtrum ſolare ſyſtema pertinentium diſtantiæ maximæ a Sole, incipiat recedere plurimum ab hyperbola habente ordinatas reciprocas quadratorum diſtantiæ, ac iterum axem ſecet, & contorqueatur. Eo pacto poſſet totum aggregatum fixarum cum Sole eſſe unica particula ordinis ſuperioris ad eas, quæ hoc ipſum ſyſtema componunt, & pertinere ad ſyſtema adhuc in immenſum majus, & fieri poſſet, ut plurimi ſint ejus generis ordines particularum ejuſmodi etiam, ut ejuſdem ordinis particulæ ſint penitus a ſe invicem ſegregatæ ſine ullo poſſibili commeatu ex una in aliam per aſymptoticos arcus plures meæ curvæ, juxta ea, quæ expoſui a num. 171.

406. Hoc pacto difficultas, quæ a neceſſario fixarum acceſſu repetebatur contra Newtonianam Theoriam, in mea penitus evaneſcit, ac ſimul a gravitate jam gradum fecimus ad cohæſionem, quam ex generalibus materiæ proprietatibus poſueram poſtremo loco. Cohæſionem explicuerunt aliqui per puram quietem, ut Carteſiani, alii per motus conſpirantes, ut Joannes Bernoullius, ac Leibnitius, quam explicationem illuſtrarunt exemplo illius veli aquæ, quod in fontibus quibuſdam cernimus, quod velum fit tantummodo ex conſpirante motu guttularum tenuiſſimarum, & tamen ſi quis digito velit perrumpere, eo majorem reſiſtentiam ſentit, quo velocitas aquæ effluentis eſt major, ut idcirco multo adhuc major conſpirantis motus velocitas videatur noſtrorum cohæſionem corporum exhibere, quæ non niſi immani vi confringimus, ac in partes dividimus. Utraque explicandi ratio eodem redit, ſi quietis nomine intelligatur non utique abſoluta quies, quæ tranſlata Tellure a Carteſianis nequaquam admittebatur, ſed reſpectiva: nam etiam conſpirantes motus nihil ſunt aliud, niſi quies reſpectiva illarum partium, quæ conſpirant in motibus.

Cohæſio: explicatio per quietem, vel motus conſpirantes.

407. At neutra eam explicat, quam cohæſionem reipſa dicimus, ſed cohæſionis quendam velut effectum. Ea, quæ cohærent, utique reſpective quieſcunt, ſive motus conſpirantes habent, & id quidem ipſum in hac mea Theoria accidit

Illas exponere effectum, cauſam non exhibere.

itidem, in qua cum ſingula puncta materiæ ſuam pergant ſemper eandem continuam curvam deſcribere, ea, quæ cohærent inter ſe, toto eo tempore, quo cohærent, arcus habent curvarum ſuarum inter ſe proximos, & in arcubus ipſis conſpirantes motus. Sed in iis, quæ cohærent, id ipſum, quod motus ibi ſint conſpirantes, non eſt ſine cauſa pendente a mutuis eorum viribus, quæ cauſa impediat ſeparationem alterius ab altero, ac in ea ipſa cauſa ſtat diſcrimen cohærentium a contiguis. Si duo lapides in plano horizontali jaceant, utique habent motum conſpirantem, quem circa Solem habet Tellus; ſed ſi tertius lapis in alterutrum incurrit, vel ego ipſum ſubmoveo manu, ſtatim ſine ulla vi mutua, quæ ſeparationem impediat, dividuntur, & motus deſinit eſſe conſpirans. Hanc ipſam quærimus cauſam, dum in cohæſionem inquirimus. Nec velocitas motus, & exemplum veli aquæ rem conficit. Motus conſpirans duorum lapidum contiguorum cum tota Tellure eſt utique multo velocior, quam motus particularum aquæ proveniens a gravitate in illo velo, & tamen ſine ulla difficultate ſeparantur. In aqua experimur difficultatem perrumpendi velum, quia ille motus conſpirans non eſt communis etiam nobis & Telluri, ut eſt motus illorum lapidum; unde fit, ut vis, quam pro ſeparatione applicamus ſingulis particulis, perquam exiguo tempore poſſit agere, & ejus effectus citiſſime ceſſet, iis decidentibus, & ſupervenientibus ſemper novis particulis, quæ cum tota ſua ingenti reſpectiva velocitate incurrunt in digitum. At in corporibus, in quibus partes cohærentes cernimus, eæ partes nullam habent velocitatem reſpectivam reſpectu noſtri, nec aliæ ſuccedunt aliis fugientibus. Quamobrem longe aliter in iis ſe res habet, & oportet invenire cauſam longe aliam, præter ipſum ſolum conſpirantem motum, ut explicetur difficultas, quam experimur in iis ſeparandis, & in inducendo motu non conſpirante.

Explicatio petita a preſſione fluidi: cur adhiberi non poſſit.

408. Sunt, qui adducant preſſionem fluidi cujuſpiam tenuiſſimi, uti preſſio atmoſphæræ extracto aere ex hemiſphæriis etiam vacuis ipſorum ſeparationem impedit vi reſpondente ponderi ipſius atmoſphæræ, quæ vis cum in vulgaribus cohæſionibus, & vero etiam in hemiſphæriis bene ad ſe invicem adductis, ſit multis vicibus major, quam pondus atmoſphæræ ipſius, quod ſe prodit in ſuſpenſione mercurii in barometris; aliud auxilio advocant tenuius fluidum. At inprimis ejus fluidi hypotheſis precaria eſt; deinde huc illud redit, quod ſupra etiam monui, ubi de gravitatis cauſa egimus, quod nimirum meo quidem judicio explicari nullo modo poſſit, cur illud fluidum, quod ſola preſſione tantum poteſt, nihil omnino ad ſenſum poſſit incurſu ſuo contra celerrimos planetarum, & cometarum motus. Accedit etiam, quod diſtractio, & compreſſio fibrarum, quæ habetur ante fractionem ſolidorum corporum, ubi franguntur appenſo inferne, vel ſuperne impoſito pon-

pondere ingenti, non ita bene cum ea ſententia conciliari poſſe videatur.

409. Newtonus adhibuit ad eam rem attractionem diverſam ab attractione gravitatis, quanquam is quidem videtur eam repetere itidem a tenuiſſimo aliquo fluido comprimente; repetit certe ſub finem Opticæ a ſpiritu quodam intimas corporum ſubſtantias penetrante, cujus ſpiritus nomine quid intellexerit, ego quidem nunquam ſatis aſſequi potui; cujus quidem agendi modum & ſibi incognitum eſſe profitetur. Is poſuit ejuſmodi attractionem imminutis diſtantiis creſcentem ita, ut in contactu ſit admodum ingens, & ubi primigeniæ particulæ ſe in planis continuis, adeoque in punctis numero infinitis contingant, ſit infinities major, quam ubi particulæ primigeniæ particulas primigenias in certis punctis numero finitis contingant, ac eo minor ſit, quo pauciores contactus ſunt reſpectu numeri particularum primigeniarum, quibus conſtant particulæ majores, quæ ſe contingunt, quorum contactuum numerus cum eo ſit minor, quo altius aſcenditur in ordine particularum a minoribus particulis compoſitarum, donec deveniatur ad hæc noſtra corpora; inde ipſe deducit, particulas ordinum altiorum minus itidem tenaces eſſe, & minime omnium hæc ipſa corpora, quæ malleis, & cuneis dividimus. At mihi poſitiva argumenta ſunt contra vires attractivas creſcentes in infinitum, ubi in infinitum decreſcant diſtantiæ, de quibus mentionem feci num. 126; & ipſa meæ Theoriæ probatio evincit, in minimis diſtantiis vires repulſivas eſſe, non attractivas, ac omnem immediatum contactum excludit: quamobrem alibi ego quidem cohæſionis rationem invenio, quam mea mihi Theoria ſponte propemodum ſubminiſtrat. Explicatio Nevvtoni ab attractione in minimis diſtantiis: cur admitti non poſſit.

410. Cohæſio mihi eſt igitur juxta num. 165 in iis virium limitibus, in quibus tranſitur a vi repulſiva in minoribus diſtantiis, ad attractivam in majoribus; & hæc quidem eſt cohæſio inter duo puncta, qua fit, ut repulſio diminutionem diſtantiæ impediat, attractio incrementum, & puncta ipſa diſtantiam, quam habent, tueantur. At pro punctis pluribus cohæſio haberi poteſt, tum ubi ſingula binaria punctorum ſunt inter ſe in diſtantiis limitum cohæſionum, tum ubi vires oppoſitæ eliduntur, cujuſmodi exemplum dedi num. 223. Cohæſionem repetendam a limitibus virium

411. Porro quod ad ejuſmodi cohæſionem pertinet, multa ibi ſunt notatu digna. Inprimis ubi agitur de binis punctis, tot diverſæ haberi poſſunt diſtantiæ cum cohæſione, quot exprimit numerus interſectionum curvæ virium cum axe unitate auctus, ſi forte ſit impar, ac diviſus per duo. Nam primus quidem limes, in quo curva ab arcu aſymptotico illo primo, ſive a repulſionibus impenetrabilitatem exhibentibus tranſit ad primum attractivum arcum, eſt limes cohæſionis, & deinde alterni interſectionum limites ſunt non cohæſionis, & cohæ- Cohæſio duorum punctorum: limites cohæſionis poſſe eſſe quotcunque, utcunque ſortes, quocunque ordine poſitos.

ſionis, juxta num. 179; unde fit, ut ſi interſectionum ſe conſequentium aſſumatur numerus par; dimidium ſit limitum cohæſionis. Hinc quoniam in ſolutione problematis expoſiti num. 117 oſtenſum eſt, curvam ſimplicem illam meam habere poſſe quencunque demum interſectionum numerum; poterit utique etiam pro duobus tantummodo punctis haberi quicunque numerus diſtantiarum differentium a ſe invicem cum cohæſione. Poterunt autem ejuſmodi cohæſiones ipſæ eſſe diverſiſſimæ a ſe invicem ſoliditatis, ac nexus, limitibus vel validiſſimis, vel languidiſſimis utcunque, prout nimirum ibi curva ſecuerit axem fere ad perpendiculum, & longiſſime abierit, vel potius ad illum inclinetur plurimum, & parum admodum diſcedat; nam in priore eorum caſuum vires repulſivæ imminutis, & attractivæ auctis utcunque parum diſtantiis, ingentes erunt; in poſteriore plurimum immutatis, perquam exiguæ. Poterunt autem etiam e remotioribus limitibus aliqui eſſe multo languidiores, & alii multo validiores aliquibus e propioribus; ut idcirco cohæſionis vis nihil omnino pendeat a denſitate, ſed cohæſio poſſit in denſioribus corporibus eſſe vel multo magis, vel multo minus valida, quam in rarioribus, & id in ratione quacunque.

In maſſis numerus limitum multo major: problema pro iis inveniendis quomodo ſolvendum.

412. Quæ de binis punctis ſunt dicta, multo magis de maſſis continentibus plurima puncta, dicenda ſunt. In iis numerus limitum eſt adhuc major in immenſum, & diſcrimen utique majus. Inventio omnium poſitionum pro dato punctorum numero, in quibus tota maſſa haberet limitem quendam virium, eſſet problema moleſtum, & calculus ad id ſolvendum neceſſarius in immenſum excreſceret, exiſtente aliquo majore punctorum numero. Sed tamen data virium lege ſolvi utique poſſet. Satis eſſet aſſumere poſitiones omnium punctorum reſpectu cujuſdam puncti in quadam arbitraria recta ad arbitrium collocati, & ſubſtitutis ſingulorum binariorum diſtantiis a ſe invicem in æquatione curvæ primæ pro abſciſſa, ac valoribus itidem aſſumptis pro viribus ſingulorum punctorum pro ordinatis, eruere totidem æquationes, tum reducere vires ſingulas ſingulorum punctorum ad tres datas directiones, & ſummam omnium eandem directionem habentium in quovis puncto ponere $= o$: orirentur æquationes, quæ paullatim eliminatis valoribus incognitis aſſumptis, demum ad æquationes perducerent definientes punctorum diſtantias neceſſarias ad æquilibrium, & reſpectivam quietem, quæ altiſſimæ eſſent, & plurimas haberent radices; nam æquationes, quo altiores ſunt, eo plures radices habere poſſunt, ac ſingulis radicibus ſinguli limites exhiberentur, vel ſingulæ poſitiones exhibentes vim nullam. Inter ejuſmodi poſitiones illæ, in quibus repulſioni in minoribus diſtantiis habitæ, ſuccederent attractiones in majoribus, exhiberent limites cohæſionis, qui adhuc eſſent quam plurimi, & inter ſe magis diverſi, quam limites ad duo tantummodo pun-

cta

Digitized by Google

cta pertinentes; cum in compoſitione plurium ſemper utique creſcat multitudo, & diverſitas caſuum. Sed hæc innuiſſe ſit ſatis.

Cur partes ſolidi fracti ad ſe invicem appreſſæ non acquirant cohæſionem priorem, ratio in Theoria Newtoniana.

413. Ubi confringitur maſſa aliqua, & dividitur in duas partes, quæ prius tenaciſſime inter ſe cohærebant, ſi iterum illæ partes adducantur ad ſe invicem; cohæſio prior non redit, utcunque apprimantur. Ejus rei ratio apud Newtonianos eſt, quod in illa diviſione non æque divellantur ſimul omnes particulæ, ut textus remaneat idem, qui prius: ſed prominentibus jam multis, harum in reſtitutione contactus impediat, ne ad contactum deveniant tam multæ particulæ, quam multæ prius ſe mutuo contingebant, & quam multis opus eſſet ad hoc, ut cohæſio fieret iterum ſatis firma: at ubi ſatis lævigatæ binæ ſuperficies ad ſe invicem apprimantur, ſentiri primo reſiſtentiam ingentem dicunt, donec apprimuntur: ſed ubi ſemel ſatis appreſſæ ſint, cohærere multis vicibus majore vi, quam ſit pondus aeris comprimentis; quia antequam deveniatur ad eos contactus, haberi debet repulſiva vis ingens, quam in majoribus diſtantiis, ſed adhuc exiguis, agnovit Newtonus ipſe, cui cum deinde ſuccedat in minoribus vis attractiva, quæ in contactu evadat maxima, & in lævigato marmore ſatis multi contactus obtineantur ſimul; idcirco deinde ſatis validam cohæſionem conſequi.

Ejuſdem ratio in hac Theoria.

414. Quidquid ipſi de contactibus dicunt, id in mea Theoria dicitur æque de ſatis validis cohæſionis limitibus. In ſcabra ſuperficie ſatis multæ prominentes particulæ progreſſæ ultra limites, in quibus ante ſibi cohærebant, repulſionem habent ejuſmodi, quæ impediat acceſſum reliquarum ad limites illos ipſos, in quibus fuerant ante divulſionem. Inde fit, ut ibi nimis paucæ ſimul reduci poſſint ad cohæſionem particulæ, dum in lævigatis corporibus adducuntur ſimul ſatis multæ. Ubi autem duo marmora, vel duo quæcunque ſatis ſolida corpora, bene complanata, & lævigata ſola appreſſione cohæſerunt invicem, illa quidem admodum facile divelluntur; ſi una ſuperficies per alteram excurrat motu ipſis ſuperficiebus parallelo; licet motu ad ipſas ſuperficies perpendiculari uſque adeo difficulter diſtrahi poſſint: quia particulæ eo motu parallelo delatæ, quæ adhuc ſunt procul a marginibus partium congruentium, vires ſentiunt hinc, & inde a particulis lateralibus, a quibus fere æquidiſtant, fere æquales, adeoque ſentitur reſiſtentia earum attractionum tantummodo, quas in ſe invicem exercent marginales particulæ, dum augent diſtantias limitum: nam mihi citra limitem quenvis cohæſionis eſt repulſio, ultra vero attractio; licet ipſi deinde adhuc aliæ & attractiones, & repulſiones poſſint ſuccedere. Ubi autem perpendiculariter diſtrahuntur, debet omnium ſimul limitum reſiſtentia vinci.

Diſcrimen maſſæ primigeniæ, a binis fruſtis etiam lævigatis

415. Nec vero idem accidit, ubi marmora integra, & nunquam adhuc diviſa, inter ſe cohærent; tum enim fibræ poſſunt eſſe multæ, quarum particulæ adhuc in minori-

bus

ad ſe invicem appreſſis.

bus diſtantiis, & multo validioribus limitibus inter ſe cohæreant, ad quos ſenſim devenerint aliæ poſt alias iis viribus, quibus marmor induruit, ad quos nunc iterum reduci nequeant omnes ſimul, dum marmora apprimuntur, quæ ulteriorum limitum minus adhuc validorum, ſed validorum ſatis repulſivas vires ſimul ſentiunt, ob quas non poſſunt denticuli, qui adhuc ſuperſunt perquam exigui poſt quamvis lævigationem, in foveolas ſe immittere, & ad ulteriores limites validiores devenire; præterquam quod attritione, & lævigatione illa plurimarum particularum ordinis proximi maſſis nobis ſenſibilibus inducitur diſcrimen ſatis amplum inter maſſam ſolidam primigeniam, & binas maſſas complanatas, lævigataſque ad ſe invicem appreſſas.

Diſtractio, & compreſſio fibrarum ante fractionem hic commode explicata.

416. Inde autem in mea Theoria ſatis commode explicatur & diſtractio, & compreſſio fibrarum ante fractionem; cum nimirum nihil apud me pendeat ab immediato contactu, ſed a limitibus, quorum diſtantia mutatur vi utcunque exigua; ſed ſi ſatis validi ſint, ad vincendam ſatis magno acceſſu omnem repulſionem, vel receſſu attractionem, requiritur ſatis magna vis: quæ quidem repulſio, & attractio in aliis limitibus longe mihi alia eſt, tam ſi vis ipſa conſideretur, quam ſi conſideretur ſpatii, per quod ea agit, magnitudo, quæ omnia pendent a forma, & amplitudine arcuum, quibus hinc, & inde circa axem contorquetur mea virium curva. Hinc in aliis corporibus ante fractionem compreſſiones, & diſtractiones eſſe poſſunt longe majores, vel minores, & longe major, vel minor vis requiri poteſt ad fractionem ipſam, quæ vis, ubi diſtantiis immutatis, ſuperaverit maximam arcus ulterioris repulſivam vim in receſſu, ſuperatis multo magis reliquis omnibus poſterioribus viribus repulſivis ope celeritatis quoque jam acquiſitæ per ipſam vincentem vim, & per attractivas intermixtas vires, quæ ipſam juvant, defert particulas maſſam conſtituentes ad illas diſtantias, in quibus jam nulla vis habetur ſenſibilis, ſed ad tenuiſſimum gravitatis arcum acceditur.

Hinc cur ſolida corpora nimio pondere preſſa confringantur.

417. Hinc autem etiam illud in mea Theoria commodius accidit, quam in communi, quod in mea ſtatim apparet, cur pila quæcunque utcunque ſolidi corporis poſt certa impoſita pondera confringatur, & confringatur etiam ſolidus globus utrinque compreſſus; cum multo magis appareat, quo pacto textus, & diſpoſitio particularum neceſſaria ad ſummam virium ſatis validam mutari poſſit, ubi omnia puncta a ſe invicem diſtant in vacuo libero, quam ubi continuæ compactæ partes ſe contingant, nec ulla mihi eſt poſſibilis ſolida pila, quæ Mundum totum, ſi vi gravitatis in certam plagam feratur totus, ſuſtineat, ut in ſententia de continua extenſione materiæ pila perfecte ſolida utcunque tenuis ad eam rem abunde ſufficeret.

Communia eſſe huic theoriæ cum communi

418. Hiſce omnibus jam accurate expoſitis, communia mihi ſunt ea omnia, quæ pertinent ad methodos explorandi per

ex-

experimenta diverſam diverſorum corporum cohæſionis vim, quod argumentum diligenter, ut ſolet, excoluit Muſſchenbroekius, & comparandi reſiſtentiam ad fractionem, ubi diviſio fieri debeat divulſione perpendiculari ad ſuperficies divellendas, ut ubi trabi verticali ingens pondus appenditur inferne, cum reſiſtentia, quæ habetur, ubi circa latus ſuum aliquod gyrare debeat ſuperficies, quæ divellitur, quod accidit, ubi extremæ parti trabis horizontalis pondus appenditur; quam perquiſitionem a Galileo inchoatam, ſed ſine ulla conſideratione flexionis, & compreſſionis fibrarum, quæ habetur in ima parte, alii plures excoluerunt poſt ipſum; & in quibus omnibus diſcrimina inveniuntur quamplurima. Illud unum hic addam: poſſe cohæſionem ingentem acquiri ab iis, quæ per ſe nullam haberent, nova materia interpoſita, ut ubi cineres, qui oleis actione ignis avolantibus inter ſe inertes remanſerunt, oleis novis in maſſam cohærentem rediguntur iterum, ac in aliis ejuſmodi caſibus: ſed id jam pendet a diſcrimine inter diverſas particulas, & maſſas, ac pertinet ad ſoliditatem explicandam inprimis, non generaliter ad cohæſionem, de quibus jam agam gradu facto a generalibus corporum proprietatibus ad multiplicem varietatem Naturæ, & proprietates corporum particulares.

multa, quæ pertinent ad explorandam cohæſionis vim, & reſiſtentiam ad fractionem in diverſis poſitionibus.

419. Et primo quidem ſe hic mihi offert ingens illud plurium generum diſcrimen, quod haberi poteſt inter diverſas punctorum congeries, quæ conſtituunt diverſa genera particularum corpora conſtituentium. Primum diſcrimen, quod ſe objicit, repeti poteſt ab ipſo numero punctorum conſtituentium particulam, qui poteſt eſſe ſub eadem etiam mole admodum diverſus. Deinde moles ipſa diverſa itidem eſſe poteſt, ac diverſa denſitas, ut nimirum duæ particulæ nec maſſam habeant, nec molem, nec denſitatem æqualem. Deinde data etiam & maſſa, & mole, adeoque data denſitate media particulæ; poteſt haberi ingens diſcrimen in ipſa figura, ſive in ſuperficie omnia includente puncta, & eorum ſequente ductum. Poſſunt enim in una particula diſponi puncta in ſphæram, in alia in pyramidem, vel quadratum, vel triangulare priſma. Sumatur figura quæcunque, & in eam diſponantur puncta utcunque: tot erunt ibi diſtantiæ, quot erunt punctorum binaria, qui numerus utique finitus erit. Curva virium poteſt habere limites cohæſionis quotcunque, & ubicunque. Fieri igitur poteſt, ut limites iis ipſis diſtantiis reſpondeant, & tum eam ipſam formam habebit particula, & ejus formæ poterit eſſe admodum tenax. Quin immo per unicam etiam diſtantiam cum repagulo infinitæ reſiſtentiæ, orto a binis aſymptotis parallelis, & ſibi proximis, cum area hinc attractiva, & inde repulſiva infinita, poteſt haberi in quavis maſſa cujuſcunque figuræ ſoliditas etiam infinita, ſive vis, quæ impediret diſpoſitionis mutationem non minorem data quacunque. Nam intra illam figuram

Diſcrimen inter particulas diverſas, a numero punctorum, a mole, a denſitate, a figura, quæ poteſt eſſe quævis, cum quavis vi ad eam retinendam.

poſſet

poſſet inſcribi continuata ſeries pyramidum juxta num. *363* habentium pro lateribus illas diſtantias nunquam mutandas magis, quam pro diſtantia binarum illarum aſymptotorum, & poſitis punctis ad ſingulos angulos, haberetur maſſa punctorum, quorum nullum jaceret extra ejuſmodi figuram, nec ullum adeſſet intra illam figuram, vel in ejus ſuperficie ſpatii punctum, a quo ad diſtantiam minorem illa diſtantia data non haberetur punctum materiæ aliquod. Poſſent autem intra maſſam haberi hiatus ubicunque, & quotcunque prorſus vacui, inſcriptis in ſolo reſiduo ſpatio pyramidibus illis, & in angulis quibuſvis poſſet haberi quivis numerus punctorum diſtantium a ſe invicem minus, quam diſtent illæ binæ aſymptoti, & quivis eorum numerus collocari poſſet inter latera, & facies pyramydum. Quare poſſet variari denſitas ad libitum. Sed abſque eo, quod ſingulis diſtantiis reſpondeant in curva primigenia ſinguli limites, vel ſingula aſymptotorum binaria, vel ullæ ſint ejuſmodi aſymptoti præter illam primam, innumera ſunt ſane figurarum genera, in quibus pro dato punctorum numero haberi poteſt æquilibrium, & cohæſionis limes per eliſionem contrariarum virium, ex ſolutione problematis indicati num. 412. Hoc diſcrimen eſt maxime notatu dignum.

Diſcrimen in punctorum diſtributione per figuram eandem.

420. Data etiam figura poteſt adhuc in diverſis particulis haberi diſcrimen maximum ob diverſam diſtributionem punctorum ipſorum. Sic in eadem ſphæra poſſunt puncta eſſe admodum inæqualiter diſtributa ita, ut etiam paribus diſtantiis ex altera parte ſint plurima, ex altera pauciſſima, vel in diverſis locis ſuperficiei ejuſdem, concentricæ eſſe congeries plurimæ punctorum conglobatorum, in aliis eorum raritas ingens, & hæc ipſa loca poſſunt in diverſis a centro diſtantiis jacere ad plagas admodum diverſas in eadem etiam particula, & in eadem a centro diſtantia eſſe in diverſis particulis admodum diverſis modis diſtributa. Verum etiam ſi particulæ habeant eandem figuram, ut ſphæricam, & in ſingulis circunquaque in eadem a centro diſtantia puncta æqualiter diſtributa ſint; ingens adhuc diſcrimen eſſe poterit in denſitate diverſis a centro diſtantiis reſpondente. Poſſunt enim in altera eſſe fere omnia verſus centrum, in altera verſus medium, in altera verſus ſuperficiem extimam: & in hiſce ipſis diſcrimina, tam quod pertinet ad loca denſitatum earundem, quam quod pertinet ad rationem inter diverſas denſitates, poſſunt in infinitum variari.

Diſcrimen in vi, qua figuram conentur retinere: poſſe eſſe talem, ut nulla finita vi diſſolvi poſſit.

421. Hæc omnia diſcrimina pertinent ad numerum, & diſtributionem punctorum in diverſis particulis: ſed ex iis oriuntur alia diſcrimina præcipua, quæ maximam corporum, & phænomenorum varietatem inducunt, quæ nimirum pertinent ad vires, quibus puncta particulam conſtituentia agunt inter ſe, vel quibus tota una particula agit in totam alteram. Poſſunt inprimis, & in tanta diſpoſitionum varietate debent,

pun-

punčta conſtituentia eandem particulam habere vires cohæſionis admodum inter ſe diverſas, ut aliæ multo facilius, aliæ multo difficilius diſpoſitionem mutent mutatione, quæ aliquam non ita parvam rationem habeat ad totum. Eſt autem caſus, in quo poſſint punčta particulæ cohærere inter ſe ita, ut nulla finita vi nexus diſſolvi poſſit, ut ubi adſint aſymptotici arcus in curva primitiva, juxta ea, quæ perſecutus ſum num. 362.

Particulæ aliæ ſe attrahentes, aliæ repellentes, aliæ inertes inter ſe.

422. Diſcrimina autem virium, quas una particula exercet in aliam, debent eſſe adhuc plura. Inprimis ex num. 222 patet, fieri poſſe, ut una particula conſtans etiam duobus punčtis tertium punčtum in iiſdem diſtantiis collocatum ab earum medio attrahat per totum quoddam intervallum, vel repellat per idem intervallum totum, vel nec uſquam in eo repellat, nec attrahat, conſpirantibus in primo caſu binis attračtionibus, in ſecundo binis repulſionibus itidem conſpirantibus, & in tertio attračtione, & repulſione æqualibus ſe mutuo elidentibus. Multo autem magis ſumma virium totius cujuſdam particulæ in aliam totam in eadem etiam diſtantia ſitam, ſi medium utriuſque ſpečtetur, erit pro diverſa diſpoſitione punčtorum admodum inter ſe diverſa, ut nimirum in una attračtiones prævaleant, in alia repulſiones, in alia vires oppoſitæ ſe mutuo elidant. Inde habebuntur particulæ in ſe invicem agentes viribus admodum diverſis, pro diverſa ſua conſtitutione, & particulæ ad ſenſum inertes inter ſe, quæ quidem perſecutus ſum ipſo num. 222.

Particulæ quæ in certis punčtis ſe repellant, in aliis attrahant: quæ ſe urgeant in latus, quæ circumquaque eandem vim exerceant.

423. Aliud diſcrimen admodum notabile inter ejuſmodi particularum vires eſt illud, quod eadem particula ex altera parte poterit datam aliam particulam attrahere, ex altera repellere; quin immo poſſunt eſſe loca quotcunque in ſuperficie particulæ etiam ſphæricæ, quæ alteram particulam in eadem a centro diſtantia ſitam attrahant, quæ repellant, quæ nihil agant; cum nimirum in iis locis poſſint vel plura, vel pauciora eſſe punčta, quam in aliis, & ea ad diverſas a centro, & a ſe invicem diſtantias collocata. Inde autem & illud fieri poterit, ut, quemadmodum in iis, quæ vidimus a num. 231, unum punčtum a duorum aliorum altero attračtum, ab altero repulſum, vi compoſita urgetur in latus, ita etiam una particula ab una alterius parte attračta, & repulſa ab altera in altera diređtione ſita, urgeatur itidem in latus, & certam affecuta poſitionem reſpečtu ipſius, ad eam tuendam determinetur, nec conſiſtere poſſit, niſi in ea unica poſitione reſpečtu ipſius, vel in quibuſdam determinatis poſitionibus, ad quas trudatur ab aliis reječta. Quod ſi particula ſphærica ſit, & in omnibus concentricis ſuperficiebus punčta æqualiter diſtributa ſint, ad diſtantias a ſe invicem perquam exiguas; tum ejus, & alterius ejus ſimilis particulæ vires mutuæ dirigentur ad ſenſum ad earum centra, & fieri poterit, ut in quibuſdam diſtantiis ſe repellant mutuo, in aliis ſe attrahant, quo caſu habebitur quidem diffi-

cultas in avellenda altera ab altera, ſed nulla difficultas habebitur in altera circa alteram circumducenda in gyrum, ſicut ſi Terræ ſuperficies horizontalis ubique ſit, & egregie lævigata; globus ponderis cujuſcunque poſſet quavis minima vi rotari per ſuperficiem ipſam, elevari non poſſet ſine vi, quæ totum ipſius pondus excedat.

Quo minores particulæ, eo difficilius diſſolubiles.

424. In hac actione unius particulæ in aliam generaliter, quo particulæ ipſæ minorem habuerint molem, eo minus ceteris paribus perturbabitur earum reſpectiva poſitio ab alia particula in data quavis diſtantia ſita: nam diverſitas directionis & intenſitatis, quam habent vires agentes in diverſas ejus partes, quæ ſola poſitionem turbare nititur, viribus æqualibus & parallelis nullam mutuæ poſitionis mutationem inducentibus, eo erit minor, quo diſtantiarum, & directionum diſcrimen minus erit: atque idcirco, quemadmodum jam expoſui num. 239, inferiorum ordinum particulæ difficilius diſſolvi poſſunt, quam particulæ ordinum ſuperiorum.

Diſcrimina inter particulas oriri ex punctorum vicinia: quanto magis debeant differre corpora, quæ ex iis conſtant.

425. Hæc quidem præcipue notatu digna mihi ſunt viſa inter particularum ex homogeneis etiam punctis compoſitarum diſcrimina, quæ tamen, quod ad vires pertinet, intra admodum exiguos diſtantiarum limites ſiſtunt; nam pro majoribus diſtantiis particularum omnium vires ſunt prorſus uniformes, uti oſtenſum jam eſt num. 212, nimirum attractivæ in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ad ſenſum. Porro hinc illud admodum evidenter conſequitur, maſſas majores ex adeo diverſis particulis compoſitas, nimirum hæc ipſa noſtra majora corpora, quæ ſub ſenſum cadunt, debere eſſe adhuc multo magis diverſa inter ſe in iis, quæ ad eorum nexum pertinent, & ad phænomena exhibita a viribus ſe extendentibus ad diſtantias illas exiguas, licet omnia in lege gravitatis generalis, quæ ad illas pertinet majores diſtantias, conformia ſint penitus, quod etiam ſupra num. 402 notandum propoſui. De hoc autem diſcrimine, & de particularibus diverſorum corporum proprietatibus ad diverſas pertinentium claſſes jam agere incipiam.

Quæ natura ſolidorum, & fluidorum: quid in ſolidis rigida, quid virgæ elaſticæ: in fluidis quid viſcoſa, quid humida.

426. Prima ſe mihi offerunt ſolida, & fluida, quorum diſcrimina quæ ſint, & quomodo a mea Theoria ortum ducant, eſt exponendum. Solida ita inter ſe connexa ſunt, ut quemlibet aliquot particularum motum ſequantur reliquæ: promotæ, ſi illæ promoventur: retractæ, ſi illæ retrahuntur: converſæ in latus, ſi linea, in qua ipſæ jacent, directionem mutet: & in eo ſoliditas eſt ſita: porro ea dicuntur rigida; ſi ingenti etiam adhibita vi poſitio, quam habet recta ducta per duas quaſvis particulas maſſæ, reſpectu rectæ, quæ jungit alias quaſcunque, mutari ad ſenſum non poſſit, ſed ad inclinandam unam partem oporteat inclinare totam maſſam, & baſim, & quanvis ejus rectam eodem angulo: nam in iis, quæ flexilia ſunt, ut elaſticæ virgæ, pars una directionem poſitionis mutat, &

incli-

inclinatur, altera priorem poſitionem ſervante: & priora illa franguntur, alia majore, alia minore vi adhibita; hæc poſteriora ſe reſtituunt. Fluida autem paſſim non utique carent vi mutua inter particulas, immo pleraque exercent, & aliqua ſatis magnam, repulſivam vim, ut aer, qui ad expanſionem ſemper tendit, aliqua attractivam, & vel non exiguam, ut aqua, vel etiam admodum ingentem, ut mercurius, quorum liquorum particulæ ſe in globum etiam conformant mutua particularum ſuarum attractione, & tamen ſeparantur admodum facile a ſe invicem majores eorum maſſæ, ac aliquot partibus motus facile ita imprimitur: ut eodem tempore ad remotas ſatis ſenſibilis non protendatur; unde fit, ut fluida cedant vi cuicunque impreſſæ, ac cedendo facile moveantur, ſolida vero nonniſi tota ſimul moveri poſſint, & viribus impreſſis idcirco reſiſtunt magis: quæ autem reſiſtunt quidem multum, ſed non ita multum, ut ſolida, dicuntur viſcoſa. Ipſa vero fluida dicuntur humida, ſi ſolido admoto adhæreſcant, & ſicca, ſi non adhæreant.

427. Hæc omnia phænomena præſtari poſſunt per illa ſola diſcrimina, quæ in diverſo particularum textu conſideravimus. Ut enim a fluiditate incipiamus, inprimis in ipſis fluidis omnes particulæ in æquilibrio eſſe debent, dum quieſcunt, & ſi nulla externa vi comprimantur, vel in certam dirigantur plagam; id æquilibrium debebit haberi a ſolis mutuis actionibus: ſed ejuſmodi caſum non habemus hic in noſtris fluidis, quæ incumbentis maſſæ premuntur pondere, & aliqua, ut aer, etiam continentis vaſis parietibus comprimuntur, in quibus idcirco omnibus aliqua haberi debet repulſiva vis inter particulas proximas, licet inter remotiores haberi poſſit attractio, ut jam conſtabit. Tria autem genera fluidorum conſiderari poterunt: illud, in quo in majoribus ejus maſſulis nulla ſe prodit mutua particularum vis: illud, in quo ſe prodit vis repulſiva: illud, in quo vis attractiva ſe prodit. Primi generis fere ſunt pulveres, & arenulæ, ut illæ, ex quibus etiam horologia clepſydris veterum ſimilia conſtruuntur, & ad fluidorum naturam accedunt maxime, ſi ſatis lævigatam habeant ſuperficiem, quod in quibuſdam granulis cernimus, ut in milio: nam plerumque ſcabritiem habent aliquam & inæqualitates, quæ motum difficiliorem reddunt. Secundi generis ſunt fluida elaſtica, ut aer: tertii vero generis liquores, ut aqua, & mercurius. Porro in primis oſtenſum eſt num. 222, & 422, poſſe binas particulas eodem etiam punctorum numero conſtantes, ſed diverſo modo diſpoſitas, ita diverſas habere virium ſummas in iiſdem etiam centrorum diſtantiis, ut aliæ ſe attrahant, aliæ ſe repellant, aliæ nihil in ſe invicem agant. Quamobrem ejuſmodi diſcrimina exhibet abunde Theoria. Verum multa in ſingulis diligenter notanda ſunt; nam ibi etiam, ubi nulla ſe prodit vis attractiva, habetur inter proximas particulas repulſio, ut innui paullo ante, & jam patebit.

Unde fluiditas: tria fluidorum genera.

Unde facilis motus in fluidis primi generis.

428. Porro in primo caſu ſtatim apparet, unde facilis ille habeatur motus. Quoniam, aucta diſtantia, nulla ſenſibili vi ſe attrahunt particulæ; altera non ſequetur motum alterius; niſi ubi illa verſus hanc promota ita acceſſerit, ut vi repulſiva mutua, quemadmodum in corporum colliſionibus accidit, cogatur illi loco cedere, quæ ceſſio, ſi ſatis lævigatæ ſuperficies fuerint, ut prominentes monticuli in exiguos hiatus ingreſſi motum non impediant, & ſit locus aliquis, verſus quem poſſint vel in gyrum actæ particulæ, vel elevatæ, vel per apertum foramen erumpentes, loco cedere; facile fiet, nec alia requiretur vis ad eum motum, niſi quæ ad inertiæ vim vincendam requiritur, vel, ſi graves particulæ ſint verſus externam maſſam, ut hic verſus Tellurem, & fluidum motu impreſſo debeat aſcendere, vis, quæ requiritur ad vincendam gravitatem ipſam: verum ad vincendam ſolam vim inertiæ, ſatis eſt quæcunque activa vis utcunque exigua, & ad vincendam gravitatem, in hoc fluidorum genere, ſi perfecta ſit lævigatio; ſatis eſt vis utcunque paullo major pondere maſſæ fluidæ aſcendentis: quanquam niſi exceſſus fuerit major; lentiſſimus erit motus: ipſum autem pondus coget particulas ad ſe invicem accedere nonnihil, donec obtineatur vis repulſiva ipſum elidens, uti ſupra oſtendimus num. 348; adeoque in ſtatu æquilibrii ſe particulæ, in hoc etiam caſu, repellent, ſed erunt citra, & prope ejuſmodi limites, ultra quos vis attractiva ſit ad ſenſum nulla. Quod ſi figura particularum præterea fuerit ſphærica, multo facilior habebitur motus in omnem plagam ob ipſam circumquaque uniformem figuram.

Eadem ratio, & in reliquis binis: diſcrimen inter ipſa.

429. In ſecundo, ac tertio genere motus itidem habebitur facilis, ſi particulæ ſphæricæ ſint, & paribus a centro diſtantiis homogeneæ, ut nimirum vires dirigantur ad centra. In ejuſmodi enim particulis motus quidem unius particulæ circa aliam omni difficultate carebit, & vires mutuæ ſolum acceſſum, vel receſſum impedient. Hinc impreſſo motu particulis aliquot, poterunt ipſæ moveri in gyrum aliæ circa alias, & alia ſuccedere poterit loco ab alia relicto, quin partes remotiores motum ejuſmodi ſentiant: quanquam fere ſemper fortuita quædam particularum diſpoſitio hiatus, qui neceſſario relinqui debent inter globos, & directio impreſſionis varia inducent etiam acceſſus & receſſus aliquos, quibus fiet, ut motus ad remotiores etiam particulas deveniat, ſed eo minor, quo major fuerit earum diſtantia. Verum hic notandum erit diſcrimen ingens inter duos caſus, in quibus partes fluidi ſe repellunt, & caſus, in quibus ſe attrahunt.

In elaſticis fluidis particulas eſſe extra limites ſub arcubus repulſivis latis.

430. In primo caſu particulæ proximæ debebunt ſe omnino repellere, & vis ex parte altera elidet vim ex altera; ſed ſi repente relinquatur libertas ex parte quavis, ſine ulla externa vi, ſed ſola illa particularum actione mutua, recedent reipſa particulæ a ſe invicem, & fluidum dilatabitur; quia

immo

immo externa vi opus eſt, ad continendum in eo ſtatu maſſam ejuſmodi, uti aerem gravitas ſuperioris atmoſphæræ continet, vel in vaſe occluſo vaſis ipſius parietes; & aucta illa externa vi comprimente augeri poterit compreſſio, imminuta imminui. Particulæ illæ inter ſe non erunt in limitibus quibuſdam cohæſionis, ſed erunt ſub repulſivo arcu curvæ exprimentis vires compoſitas particularum ipſarum.

In fluidis humidis limitem validum cohæſionis fore proximum, & ſi abeat in vapores debere haberi prope validiſſimum arcum repulſivum.

431. At in tertio genere particulæ quidem proximæ ſe mutuo repellent, repulſione æquali illi vi, quæ neceſſaria eſt ad elidendam vim externam, & ad elidendam preſſionem, quæ oritur a remotiorum attractionibus: verum ſi fluidum eſt parum admodum compreſſibile, vel etiam nihil ad ſenſum, ut aqua; debent eſſe citra, & admodum prope limitem, ultra quem vel immediate, vel potius, ſi id fluidum neque diſtrahitur (ut nimirum durante ſua forma nequeat acquirere ſpatium multo majus, quod itidem in aqua accidit) habeat poſt limites alios ſatis inter ſe proximos arcum attractivum ad diſtantias aliquanto majores protenſum, a quo attractio illa prodeat, quæ ſe in ejuſmodi fluidorum maſſulis prodit; licet ſi iterum id fluidum majore vi abire poſſit in elaſticos vapores, ut ipſa aqua poſt eum attractivum arcum; arcus repulſivus debeat ſuccedere ſatis amplus, juxta ea, quæ diximus num. 195.

Motus non obſtante vi mutua facilis, quod ad motum aliquot particularum non debeant moveri remotæ ſimul ut in ſolidis. Exemplum in quadam hypotheſi globorum gravium.

432. In hoc fluidi genere illud mirum videri poteſt, quod illa attractiva vis, quæ in majoribus ſuccedit diſtantiis, & ille validus cohæſionis limes, qui & compreſſionem, & rarefactionem impedit, non impediat diviſionem maſſæ, & ſeparationem unius partis maſſæ ab alia. At quomodo id facile fieri ibi poſſit, & non poſſit in ſolidis, patebit hoc exemplo. Concipiatur Terræ ſuperficies ſphærica accurate, & bene lævigata, ac gravitas ſit ejuſmodi, ut in diſtantia perquam exigua fiat jam inſenſibilis, ut vis magnetica in exigua diſtantia ſenſum jam effugit. Sint autem globi multi itidem læves mutua attractiva vi præditi, quæ vim in totam Terram ſuperet. Si quis unum ejuſmodi globum apprehendat, & attollat; ſecundus ipſi adhærebit relicta Terra, & poſt ipſum aſcendet, reliquis per ſuperficiem Terræ progredientibus, donec alii poſt alios eleventur, vi in globum jam elevatum ſuperante vim in Terram. Is, qui primum manu teneret globum, ſentiret, & deberet vincere vim unius tantummodo globi in Terram, quem ſeparat, cum nulla ſit difficultas in progreſſu reliquorum per ſuperficiem Terræ, quo diſtantia non augetur, & globorum jam altiorum vis in Terram ponatur inſenſibilis. Vinceret igitur aliorum vim poſt vim aliorum, & vis ab eo adhibita major tantummodo vi globi unici requireretur ad rem præſtandam. At ſi illi globi deberent elevari ſimul, ut ſi ſimul omnes colligati eſſent per virgas rigidas; deberent utique omnes illæ vires omnium in Terram ſimul ſuperari, & requireretur vis major omnibus ſimul. Res eodem redit, ac ubi faſciculus virgarum

de-

debeat totus frangi ſimul, vel potius debeant aliæ poſt alias frangi virgæ.

Applicatio exempli ad fluida, & ſolida: ſucceſſiva particularum ſeparatio in fluidis.

433. Id ipſum eſt diſcrimen inter fluida hujus generis, & ſolida. In his motus particularum circa particulas liber ob earum uniformitatem permittit, ut ſeparentur aliæ poſt alias; dum in ſolidis vis in latus, de qua egimus jam in pluribus locis, & anguli prominentes, ac figurarum irregularitas, impediunt ejuſmodi liberum motum, qui fiat ſine mutatione diſtantiarum, & cogunt divulſionem plurimarum particularum ſimul: unde oritur difficultas illa ingens dividendi a ſe invicem particulas ſolidas, quæ in diviſione fluidorum eſt adeo tenuis, ac ad ſenſum nulla.

Exemplum ipſius in aqua: reſiſtentiam in fluidis ad ſeparationem fieri eandem, ac in ſolidis, ſi velocitas debeat eſſe ingens.

434. Succeſſivam hujuſmodi ſeparationem particularum aliarum poſt alias videmus utique in ipſis aquæ guttis pendentibus, quæ ubi ita excreverunt; ut pondus totius guttæ ſuperet vim attractivam mutuam partium ipſius; non divellitur tota ſimul ingens ejus aliqua maſſa, ſed a ſuperiore parte, utut breviſſimo tempore, attenuatur per gradus; donec illud veluti filum jam tenuiſſimum penitus ſuperetur. Fuerunt prius mille particulæ in ſuperficie, quæ guttam pendentem connectebant cum ſuperiore parte aquæ, quæ relinquitur adhærens corpori, ex quo pendebat gutta, fiunt paullo poſt ibi 900, 800, 700: & ita porro imminuto earum numero per gradus, dum laterales accedunt ad ſe invicem, & attenuatur figura: quarum idcirco reſiſtentia facile vincitur, ut ubi in illo virgarum faſciculo frangantur aliæ poſt alias. At ubi celerrimo motu in fluidum ejuſmodi incurritur ita; ut non poſſint tam brevi tempore aliæ aliis particulæ locum dare, & in gyrum agi; tum vero fluida reſiſtunt, ut ſolida. Id experimur in globis tormentariis, qui ex aqua reſiliunt, in eam ſatis oblique projecti, ut manente ſatis magna horizontali velocitate colliſio in perpendiculari fiat more ſolidorum: ac eandem quoque reſiſtentiam in aqua ſcindenda experiuntur, qui ſe ex editiore loco in eam demittunt.

Soliditatis cauſa in vi, & motu in latus: exemplum in parallelepipedis.

435. Hinc autem pronum eſt videre, unde ſoliditatis phænomena ortum ducant. Nimirum ubi particularum figura recedit plurimum a ſphærica, vel diſtributio punctorum intra particulam inæqualis eſt, ibi nec habetur libertas illa motus circularis, & omnia, quæ ad ſoliditatem pertinent, conſequi debent ex vi in latus. Cum enim una particula reſpectu alterius non diſtantiam tantummodo, ſed & poſitionem ſervare debeat; non ſolum, ea promota, vel retracta, alteram quoque promoveri, vel retrahi neceſſe eſt; ſed præterea, ea circa axem quencunque converſa, oportet & illam aliam loco cedere, ac eo abire, ubi poſitionem priorem reſpectivam acquirat: quod cum & tertia reſpectu ſecundæ præſtare debeat, & omnes reliquæ circunquaque circa illam poſitæ; patet utique, non poſſe motum in eo caſu imprimi parti cuipiam ſyſtematis; quin & totius ſyſtematis motus conſequatur reſpectivam poſitio-

ſitionem ſervantis, quæ eſt ipſa ſuperius indicata ſolidorum natura. Res autem multo adhuc magis manifeſta fit, ubi figura multum abludat a ſphærica, ut ſi ſint bina parallelepipeda inter ſe conſtituta in quodam cohæſionis limite, alterum ex adverſo alterius. Alterum ex iis moveri non poterit, niſi vel utrinque a lateribus accedat ad alterum, vel utrinque recedat, vel ex altero latere accedat, & recedat ex altero. In primo caſu imminuta diſtantia habetur repulſiva vis, & illud alterum progreditur: in ſecundo, eadem aucta, habetur attractio, & illud ſecundum ad prioris motum conſequitur; in tertio caſu, qui haberi non poteſt, niſi per inclinationem prioris parallelepipedi, altero latere attracto, & altero repulſo inclinari neceſſe eſt etiam ſecundum; quo pacto ſi ejuſmodi parallelepipedorum ſit ſeries quædam continua, quæ fibram longiorem, vel virgam conſtituat; inclinata baſi, inclinatur illico ſeries tota: & ſi ex ejuſmodi particulis maſſa conſtet; tota moveri debet, ac inclinari, inclinato latere quocunque.

436. Quod de parallelepipedis eſt dictum, id ipſum ad figuras quaſcunque transferri poteſt inæquales utcunque, quæ ex altero latere poſſint accedere ad aliam particulam, ex altero recedere: habebitur ſemper motus in latus, & habebuntur ſoliditatis phænomena, niſi paribus a centro diſtantiis homogeneæ, & ſphæricæ formæ particulæ ſint. Verum ingens in eo motu diſcrimen erit inter diverſa corpora. Si nimirum vires illæ hinc, & inde a limite, in quo particulæ conſtitutæ ſunt, ſint admodum validæ; motus in latus fiet celerrime, & nulla flexio in virga, aut in maſſa apparebit; quanquam erit utique ſemper aliqua. Si minores ſint vires; longiore tempore opus erit ad motum, & ad poſitionem debitam acquirendam, quo caſu, inclinata parte ima virgæ, nondum pars ſumma obtinere poteſt poſitionem jacentem in directum cum ipſa, adeoque habebitur inflexio, quæ quidem eo erit major, quo major fuerit celeritas converſionis ipſius virgæ, uti omnino per experimenta deprehendimus. Idem in figuris omnibus: unde diſcrimen inter flexilia, & rigida.

437. Nec vero minus facile intelligitur illud, quid interſit inter flexilia ſolida corpora, & fragilia. Si nimirum vires hinc, & inde ab illo limite, in quo ſunt particulæ, extenduntur ad ſatis magnas diſtantias eædem, arcu utroque habente amplitudinem non ita exiguam; tum vero, vi externa adhibita utrique extremo, vel majore velocitate impreſſa alteri, incurvabitur virga, atque inflectetur, ſed ſibi relicta ad poſitionem abibit ſuam, & in illo inflexionis violento ſtatu vim exercebit perpetuam ad regreſſum, quod in elaſticis virgis accidit. Si vires illæ non diu durent hinc, & inde eædem, vel per ſatis magnum intervallum ſit ingens frequentia limitum; tum quidem inflexio habebitur ſine conatu ad ſe reſtituendum, & ſine fractione, tam vi adhibita utrique extremo, quam ingenti velocitate impreſſa alteri, ut videmus accidere in maxime ductilibus, Diſcrimen inter flexilia, & fragilia unde.

velut

Digitized by Google

velut in plumbo. Si demum vires hinc, & inde per exiguum intervallum durent, poſt quod nulla ſit actio, vel ingens repulſivus arcus conſequatur, qui ſequentes attractivos ſuperet; habebitur virga rigida, & fractio, ac eo major erit ſoliditas, & illa, quæ vulgo appellatur durities, quo vires illæ hinc & inde ſtatim poſt limites fuerint majores.

Quid, & unde viſcoſitas.

438. Atque hic quidem jam etiam ad diſcrimen devenimus inter elaſtica, & mollia: verum antequam ad ea faciamus gradum, adnotabo non nulla, quæ adhuc pertinent ad ſolidorum, & fluidorum naturam, ac proprietates. Inprimis media inter ſolida, & fluida, ſunt viſcoſa corpora, in quibus eſt aliqua vis in latus, ſed exigua. Ea reſiſtunt mutationi figuræ, ſed eo majore, vel minore vi, quo majus, vel minus eſt in diverſis particularum punctis virium diſcrimen, a quo oritur vis in latus. Viſcoſa autem præter tenacitatem, quam habent inter ſe, habent etiam vim, qua adhærent externis corporibus, ſed non omnibus, in quo ad humidos liquores referuntur. Humiditas enim eſt itidem reſpectiva. Aqua, quæ digitis noſtris adhæret illico, & per vitrum, ac lignum diffunditur admodum facile, oleaginoſa, & reſinoſa corpora non humectat, in foliis herbarum pinguibus extat in guttulas eminens, & avium plurium plumas non inficit. Id pendet a vi inter particulas fluidi, & particulas externi corporis; & jam vidimus pro diverſa punctorum diſtributione particulas eaſdem reſpectu aliarum debere habere in eadem directione vim attractivam, reſpectu aliarum repulſivam vim, & reſpectu aliarum nullam.

Organicorum corporum efformatio per vires in latus verſis certa ſuperficiei puncta.

439. In particulis illis, quæ ad ſoliditatem requiruntur, invenitur admodum expedita ratio phænomeni ad ſolida corpora pertinentis, quod Phyſicos in ſummam admirationem rapit, nimirum diſpoſitio quædam in peculiares quaſdam figuras, quæ in ſalibus inprimis apparent admodum conſtantes, in glacie, & in nivium ſtellulis potiſſimum adeo ſunt elegantes etiam, & ad certas quaſdam leges accedunt, quas itidem cum conſtanti admodum figurarum forma in gemmarum ſuccis ſimplicibus obſervamus, quæ vero nuſquam magis ſe produnt, quam in organicis vegetabilium, & animalium corporibus. In hac mea Theoria in promptu eſt ratio. Si enim particulæ in certis ſuæ ſuperficiei partibus quaſdam alias particulas attrahunt, in aliis repellunt; facile concipitur, cur non niſi certo ordine ſibi adhæreant, in illis nimirum locis tantummodo, in quibus ſe attrahunt, & ſatis firmos limites nanciſci poſſunt, adeoque non niſi in certas tantummodo figuras poſſint coaleſcere. Quoniam vero præterea eadem particula, eadem ſui parte, qua alteram attrahit, alteram pro ejus varia diſpoſitione repellit; dum maſſa plurium particularum temere agitata prætervolat; eæ tantummodo ſiſtentur, quæ attrahuntur, & ad ea ſe applicabunt puncta, ad quæ maxime attrahuntur, ac in illis hærebunt, in quibus poſt acceſſum maxime tenaces limites nan-

Digitized by Google

nanciſcentur; unde & ſecretionis, & nutritionis, vegetationis, & certarum figurarum patet ratio admodum manifeſta. Et hæc quidem ad nutritionem, & ad certas figuras pertinentia jam innueram num. 222, & 423.

Atomiſtarum ſyſtema poſſe deduci totum ex hac Theoria, & cum illa bene cohærere, explicata præterea cohæſione partium in atomis.

440. Quoniam oſtenſum eſt, qui fieri poſſit, ut certam figuram acquirant certa particularum genera, cujus admodum tenacia ſint, ſi quis omnem veterum corpuſcularium ſententiam, quam Gaſſendus, ac e recentioribus alii ſecuti ſunt, adhibentes variarum figurarum atomos, ut ad cohæſionem uncinatas, ab hac eadem Theoria velit deducere, is ſane poterit, ut patet, & ejuſmodi atomos adhibere ad explicationem eorum omnium phænomenorum, quæ pendent a ſola cohæſione, & inertia, quæ tamen non ita multa ſunt: poterunt autem haberi ejuſmodi atomi cum infinita figuræ ſuæ tenacitate, & cohæſione mutua ſuarum partium per ſolas etiam binas aſymptotos illas, de quibus num. 419, inter ſe ſatis proximas. Et ſi curva virium habeat tantummodo in minimis diſtantiis duas ejuſmodi aſymptotos, tum poſt crus repulſivum ulterioris ſtatum conſequatur arcus attractivus, primo quidem plurimum recedens ab axe cum exiguo receſſu ab aſymptoto, tum ad axem regrediens, & accedens ſtatim ad formam gravitati exhibendæ debitam; haberentur per ejuſmodi curvam atomi habentes impenetrabilitatem, gravitatem, & figuræ ſuæ tenacitatem ejuſmodi, ut ab ea diſcedere non poſſent diſceſſu quantum libuerit parvo; cum enim poſſint illæ duæ aſymptoti ſibi invicem eſſe proximæ intervallo utcunque parvo, poſſet utique ita contrahi intervallum iſtud, ut figuræ mutatio æqualis datæ cuicunque utcunque parvæ mutationi eviteatur. Ubi enim cuicunque figuræ inſcripta eſt ſeries continua cubulorum, & puncta in ſingulis angulis poſita ſunt, mutari non poteſt figura externorum punctorum ductum ſequens mutatione quadam data, per quam quædam puncta diſcedant a locis prioribus per quædam intervalla data, manentibus quibuſdam, ut manente baſi, niſi per quædam data intervalla a ſe invicem recedant, vel ad ſe invicem accedant ſaltem aliqua puncta, cum, data diſtantia puncti a tribus aliis, detur etiam ejus poſitio reſpectu illorum, quæ mutari non poteſt, niſi aliqua ex iiſdem tribus diſtantiis mutetur, unde fit, ut poſſit data quævis poſitionis mutatio impediri, impedita mutatione diſtantiæ per intervallum ad eam mutationem neceſſarium. Quod ſi illæ binæ aſymptoti eſſent tantillo remotiores a ſe invicem, tum vero & mutatio diſtantiæ haberi poſſet tantillo major, & idcirco ſingulis diſtantiis illata vi aliqua poſſet figura non nihil mutari, & quidem exigua mutatione diſtantiarum ſingularum poſſet in ingenti ſerie punctorum haberi inflexio figuræ ſatis magna orta ex pluribus exiguis flexibus. Sic & ſpirales atomi efformari poſſent, quarum ſpiris per vim contractis ſentiretur ingens elaſtica vis, ſive determinatio ad expanſionem, ac per hujuſmodi atomos poſſent iti-

dem plurima explicari phænomena, ut & nexus maſſarum per uncos uncis, vel ſpiris inſertos, quo pacto explicari itidem poſſet etiam illud, quomodo in duabus particulis, quarum altera ad alteram cum ingenti velocitate acceſſerit, oriatur ingens nexus novus, nimirum ſine regreſſu a ſe invicem, unco nimirum alterius in alterius foramen injecto, & intra illud converſo per virium inæqualitatem in diverſas unci partes agentium, ut jam prodire non poſſit; nam unci cavitas, & foramen, ſeu porus alterius particulæ, poſſet eſſe multo amplior, quam pro exigua illa diſtantia inſuperabili, ut idcirco inſeri poſſet ſine impedimento orto a viribus agentibus in minore diſtantia. Eædem autem atomi haberi poſſunt, etiam ſi curva habeat reliquos omnes flexus, quos habet mea, quo pacto ad alia multo plura, ut ad fermentationes inprimis, ac vaporum, & luminis emiſſionem multo aptiores erunt; & ſine aſymptoticis arcubus, qui vires exhibeant extra originem abſciſſarum in infinitum excreſcentes, idem obtineri poterit per ſolos limites cohæſionis admodum validos cum tenacitate figuræ non quidem infinita, ſed tamen maxima, ubi, quod illi veteres non explicarunt, cohæſio partium atomorum inter ſe, adeoque atomorum ſoliditas, ut & continuata impenetrabilitatis reſiſtentia, & gravitas, ex eodem generali derivaretur principio, ex quo & reliqua univerſa Natura. Illud unum hic notandum ſupereſt, ejuſmodi atomos habituras neceſſario ubique diſtantiam a ſe invicem majorem, quam pro illa inſuperabili diſtantia, ad quam externa puncta devenire ibi non poſſunt.

Cur non omnia corpora ſint fluida; licet omnia puncta ſint circumquaque ejuſdem vis.

441. Huc etiam pertinet ſolutio hujuſmodi difficultatis, quæ ſponte ſe objicit: ſi omnia materiæ puncta ſimplicia ſunt, & vires in quavis directione circumquaque exercent eaſdem; omnia corpora ex iis utique compoſita erunt fluida multo potiore jure, quam fluida eſſe debeant, quæ globulis conſtent eaſdem in omni circum directione vires exercentibus. Huic difficultati hic facile occurritur: ſi particularum puncta poſſent vi adhibita mutare aliquanto magis diſtantias inter ſe, nam aliqua etiam ad circulationem exigua mutatio requiritur; poſſet autem imprimi exiguo numero punctorum conſtituentium unam e particulis primorum ordinum, quin imprimatur ſimul omnibus ejuſmodi punctis, vel ſatis magno eorum numero, motus ad ſenſum idem; tum utique haberetur idem, quod habetur in fluidis, & ſeparatis aliis punctis poſt alia, motus facilis per omnes omnium corporum maſſas obtineretur. At particulæ primi ordinis ab indiviſibilibus punctis ortæ, ut & proximorum ordinum particulæ ortæ ab iis, ſua ipſa parvitate molis tueri poſſunt juxta num. 424 formam ſuam, & poſitionem punctorum: nam differentia virium exercitarum in diverſa earum puncta poteſt eſſe perquam exigua, ſumma virium prohibente tantum acceſſum unius particulæ ad alteram, quo tamen acceſſu inæqualitas virium, & obliquitas directionum habea-

beatur adhuc ſatis magna ad vincendas vires mutuas, & mutandam poſitionem, qua poſitione manente, manet inæqualitas virium, quas diverſa puncta ejus particulæ exercent in aliam particulam. Ea inæqualitas itidem poteſt non eſſe ſatis magna, ut poſſit illius mutuas vires vincere, & textum diſſolvere, ſed eſſe tanta, ut motum inducat in latus, ac ejus motus obliquitas, & virium inæqualitas eo deinde erit major, quo ad altiores aſcenditur particularum ordines, donec deveniatur ad corpora, quæ a nobis ſentiuntur.

Difficultas determinandi reſiſtentiam fluidorum: methodi indirectæ id præſtandi eædem in hac Theoria ac in communi.

442. Solida externum corpus ad ea delatum intra ſuam maſſam non recipiunt, ut vidimus: at fluida ſolidum intra ſe moveri permittunt, ſed reſiſtunt motui. Reſiſtentiam ejuſmodi accurate comparare, & ejus leges accurate definire, eſt res admodum ardua. Oporteret noſſe ipſam virium legem determinate, & numerum, & diſpoſitionem punctorum, ac habere ſatis promotam Geometriam, & Analyſin ad rem præſtandam. Sed in tanta particularum, & virium multitudine, quam debeat eſſe res ardua, & humano captu ſuperior determinatio omnium motuum, ſatis conſtat ex ipſo problemate trium corporum in ſe mutuo agentium, quod num. 204 diximus nondum ſatis generaliter ſolutum eſſe. Hinc alii ad alias hypotheſes confugiunt, ut rem perficiant, & omnes ejuſmodi methodi æque cum mea, ac cum communi Theoria, conſentire poſſunt.

Bini reſiſtentiæ fontes, & utriuſque lex.

443. Ut tamen aliquid innuam etiam de eo argumento, duplex eſt reſiſtentiæ fons in fluidis; primo quidem oritur reſiſtentia ex motu impreſſo particulis fluidi; nam juxta leges colliſionis corporum, corpus imprimens motum alteri, tantundem amittit de ſuo. Deinde oritur reſiſtentia a viribus, quas particulæ exercent, dum aliæ in alias incurrunt, quæ earum motum impediunt, quo caſu comprimuntur non nihil particulæ ipſæ etiam in fluidis non elaſticis egreſſæ e limitibus, & æquilibrio: acquirunt autem motus admodum diverſos, gyrant, & alias impellunt, quæ a tergo urgent non nihil corpus progrediens, quod potiſſimum a fluidis elaſticis a tergo impellitur, dilatato ibi fluido, dum a fronte a fluido ibi compreſſo impeditur; ſed ea omnia, uti diximus, accurate comparare non licet. Illud generaliter notari poteſt: reſiſtentia, quæ provenit a motu communicato particulis fluidi, & quæ dicitur orta ab inertia ipſius fluidi, eſt ut ejus denſitas, & ut quadratum velocitatis conjunctim: ut denſitas, quia pari velocitate eo pluribus dato tempore particulis motus idem imprimitur, quo denſitas eſt major, nimirum quo plures in dato ſpatio occurrunt particulæ: ut quadratum velocitatis, quia pari denſitate eo plures particulæ dato tempore loco movendæ ſunt, quo major eſt velocitas, nimirum quo plus ſpatii percurritur, & eo major ſingulis imprimitur motus, quo itidem velocitas eſt major. Reſiſtentia autem, quæ oritur a viribus, quas in ſe exercent particulæ, ſi vis ea eſſet eadem in ſingulis, quacunque velocitate

moveatur corpus progrediens, eſſet in ratione temporis, ſive conſtans: nam plures quidem eodem tempore particulæ eam vim exercent, ſed breviore tempore durat ſingularum actio, adeoque ſumma evadit conſtans. Verum ſi velocitas corporis progredientis ſit major; particulæ magis compinguntur, & ad ſe invicem accedunt magis, adeoque major eſt itidem vis. Quare ejuſmodi reſiſtentia eſt partim conſtans, ſive, ut vocant, in ratione momentorum temporis, & partim in aliqua ratione itidem velocitatis.

Quam legem videantur innuere experimenta: in viſcoſis reſiſtentiam eſſe majorem.

444. Porro ex experimentis nonnullis videtur erui, reſiſtentiam in nonnullis fluidis eſſe partim in ratione duplicata velocitatum, partim in ratione earum ſimplici, & partim conſtantem, ſive in ratione momentorum temporis, quamvis ubi velocitas eſt ingens, deprehendatur major: & ubi fluiditas eſt ingens, ut in aqua, ut ſecundum reſiſtentiæ genus, quod eſt magis irregulare, & incertum, ſit reſpectu prioris exiguum, ſatis accedit reſiſtentia ad rationem duplicatam velocitatum. Sed & illud cum Theoria conſpirat, quod viſcoſa fluida multo magis reſiſtunt, quam pro ratione ſuæ denſitatis, & velocitate corporis progredientis: nam in ejuſmodi fluidis, quæ ad ſolida accedunt, illud ſecundum reſiſtentiæ genus eſt multo majus, quod quidem in ſolidis uſque adeo creſcit: quanquam & in iis intrudi per ingentem vim intra maſſam poteſt corpus extraneum, ut clavus in murum, vel in metallum, quæ tamen, ſi fragilia ſunt, & ſenſibilem compreſſionem non admittant, diffringuntur.

Problemata alia ad reſiſtentiam pertinentia itidem communia huic Theoriæ.

445. Jam vero quæcunque a Newtono primum, tum ab aliis demonſtrata ſunt de motu corporum, quibus reſiſtitur in variis rationibus velocitatum, ea omnia conſentiunt itidem cum mea Theoria, & hujus ſunt loci, ac ad illam pertinent Mechanicæ partem, quæ agit de motu ſolidorum per fluida. Sic etiam determinatio figuræ, cui minimum reſiſtitur, determinatio vis fluidi ſolidum impellentis directionibus quibuſcunque, menſura velocitatis inde oriundæ per corporum objectorum reſiſtentiam obſervatione definitam, innatatio ſolidorum in fluidis, ac alia ejuſmodi, & mihi communia ſunt: ſed oportet rite diſtinguere, quæ ſunt hypothetica tantummodo, ab iis, quæ habentur reapſe in Natura.

Alia pertinentia huc pertractata in parte ſecunda: diſcrimen inter elaſtica, & mollia.

446. Ad fluida, & ſolida pertinent itidem, quæcunque in parte ſecunda demonſtrata ſunt de preſſione fluidorum, & velocitate in effluxu, quæcumque de æquilibrio ſolidorum, de vecte, de centro oſcillationis, & percuſſionis, quæ quidem in Mechanica pertractari ſolent. Illud unum addo, ex motu facili particularum fluidi aliarum circa alias, & irregulari earum congeſtione, facile deduci, debere preſſionem propagari quaquaverſus. Sed de his jam ſatis, quæ ad ſoliditatem, & fluiditatem pertinent: illud vero, quod pertinet ad diſcrimen inter elaſtica, & mollia, brevi expediam. Elaſtica ſunt, quæ poſt mutationem figu-

figuræ redeunt ad formam priorem; mollia, quæ in nova poſitione perſeverant. Id diſcrimen Theoria exhibet per diſtantiam, vel propinquitatem limitum, juxta ea, quæ dicta num. 199. Si limites proximi illi, in quo particulæ cohærent, hinc, & inde plurimum ab eo diſtant, imminuta multum diſtantia, perſtat ſemper repulſiva vis; aucta diſtantia, perſtat vis attractiva. Quare ſive comprimatur plus æquo, ſive plus æquo diſtrahatur maſſa, ad figuram veterem redit; ubi rediit, excurrit ulterius, donec contraria vi elidatur velocitas concepta, ac oritur tremor, & oſcillatio, quæ paullatim minuitur, & extinguitur demum, partim actione externorum corporum, ut per aeris reſiſtentiam ſiſtitur paullatim motus penduli, partim actione particularum minus elaſticarum, quæ admiſcentur, & quæ poſſunt tremorem illum paullatim interrumpere frictione, ac contrariis motibus, & ſublapſu, quo ſuam ipſam diſpoſitionem nonnihil immutent. Si autem limites ſint ſatis proximi; cauſa externa, quæ maſſam comprimit, vel diſtrahit, poſteaquam adduxit particulas ab uno cohæſionis limite ad alium, ibi eas itidem cogit ſubſiſtere, quæ ibidem ſemel conſtitutæ itidem in æquilibrio ſunt, & habetur maſſa mollis.

Fluida elaſtica, quorum partes non ſunt in limitibus cohæſionis: omnia & ſolida, & fluida elaſtica eſſe, ſed non dici, quia ſenſibilem compreſſionem non patiuntur.

447. Quædam elaſtica fluida non habent particulas poſitas inter ſe in limitibus cohæſionis, ſed in diſtantiis repulſionum, & quidem ingentium, ut aer: ſed vel incumbente pondere, vel parietibus quibuſdam impeditur receſſus ille, & ſunt quodammodo ibidem in ſtatu violento; licet ſemper puncta ſingula in æquilibrio ſint, oppoſitis repulſionibus ſe mutuo elidentibus. Omnia autem & ſolida, & fluida, quæ videntur nec comprimi, nec ullas habere vires mutuas inter particulas, ſed in limitibus eſſe, adhuc elaſtica ſunt, ſive vim repulſivam exercent inter particulas proximas, ſaltem quæ ſenſibili gravitate ſunt prædita, quæ nimirum vis repulſiva vim gravitatis elidat. Verum ea diſtantias parum admodum mutant, mutatione, quæ idcirco ſenſum omnem effugiat; quod accidit in aqua, quæ in fundo putei, & prope ſuperficiem ſupremam habet eandem ad ſenſum denſitatem, & in metallis, & in marmoribus, & in ſolidis corporibus paſſim, quæ pondere majore impoſito nihil ad ſenſum comprimuntur. Sed ea idcirco appellari non ſolent elaſtica, & ad ejuſmodi appellationem non ſufficit vis repulſiva etiam ingens inter particulas proximas: ſed etiam requiritur mutatio ſenſibilis diſtantiæ reſpectu diſtantiæ totalis reſpondens ſenſibili mutationi virium.

Dura nulla eſſe: quæ dicantur: unde fragilitas, & ductilitas.

448. Dura corpora in eo ſenſu, in quo a Phyſicis duritiei nomen accipitur, ut nimirum figuram nihil prorſus immutent, nulla ſunt in mea Theoria, ut & nulla compacta penitus, ac plane ſolida, quemadmodum diximus etiam num. 266; ſed dura vocat vulgus, quæ ſatis magnam exercent vim, ne figuram mutent, ſive elaſtica ſint, ſive fragilia, ſive mollia. Fragilitas, unde ortum ducat, expoſitum eſt paullo ſuperius

perius num. 437, & inde etiam quid ductilitas, ac malleabilitas ſit, facile intelligitur. Ductilia nimirum a mollibus non differunt, niſi in majore, vel minore vi, qua figuram tuentur ſuam: ut enim mollia preſſione tenui, & ipſis digitis comprimuntur, vel ſaltem figuram mutant, ſed mutatam retinent, ita ductilia ictu validiore mallei mutant itidem figuram ſuam veterem, & retinent novam, quam acquirunt.

Superiora omnia profluere ex Theoria: ejus fœcunditas: illa omnia a denſitate non pendere.

449. Atque hoc demum pacto quæcunque pertinent ad fluidorum, & ſolidorum diverſa genera, nam & elaſtica, mollia, ductilia, fragilia eodem referuntur, invenimus omnia in illo particularum diſcrimine orto ex ſola diverſa combinatione punctorum, quam nobis Theoria rite applicata exhibuit, in quibus omnibus immenſa varietas itidem haberi poterit, & debebit; ſi curva primigenia ingentem habeat numerum interſectionum cum axe, & particulæ primi ordinis, ac reliquæ ordinum ſuperiorum diſpoſitiones, quæ in infinitum variari poſſunt, habuerint plurimas, & admodum diverſas inter ſe, ac eas inprimis, quæ ad hæc ipſa figurarum, & virium diſcrimina requiruntur. Illud unum hic diligenter notandum eſt, quod ipſam Theoriam itidem commendat plurimum, haſce proprietates omnes a denſitate nihil omnino pendere. Fieri enim poteſt, uti num. 183 notavimus, ut curva virium primigenia limites, & arcus habeat quocunque ordine in diverſis diſtantiis permixtos quocunque numero, ut validiores, & minus validi, ac ampliores, & minus ampli commiſceantur inter ſe utcunque, adeoque phænomena eadem figurarum, & virium æque inveniri poſſint, ubi multo plura, & ubi multo pauciora puncta maſſam conſtituunt.

Communia quatuor elementa quid ſint.

450. Jam vero illa, quæ vulgo elementa appellari ſolent, Terra, Aqua, Aer, Ignis, nihil aliud mihi ſunt, niſi diverſa ſolida, & fluida, ex iiſdem homogeneis punctis compoſita diverſimode diſpoſitis, ex quibus deinde permixtis alia adhuc magis compoſita corpora oriuntur. Et quidem Terra ex particulis conſtat inter ſe nulla vi conjunctis, quæ ſoliditatem aliarum admixtione particularum acquirunt, ut cineres oleorum ope, vel etiam aliqua mutatione diſpoſitionis internæ, ut in vitrificatione evenit, quæ transformationes quo pacto accidant, dicemus poſtremo loco. Aqua eſt fluidum liquidum elaſticitate carens cadente ſub ſenſum per compreſſionem ſenſibilem, licet ingentem exerceant repulſivam vim ejus particulæ, ſuſtinentes vel externæ vis, vel ſui ipſius ponderis preſſionem ſine ſenſibili diſtantiarum imminutione. Aer eſt fluidum elaſticum, quem admodum probabile eſt conſtare particulis plurimorum generum, cum e plurimis etiam fixis corporibus generetur admodum diverſis, ut videbimus, ubi de transformationibus agendum erit, ac propterea continet vapores, & exhalationes plurimas, & heterogenea corpuſcula, quæ in eo innatant: ſed ejus particulæ ſatis magna vi ſe repellunt,

& ea

& ea repulſiva particularum vis imminutis diſtantiis diu perdurat, ac pertinet ad ſpatium, quod habet ingentem rationem ad eam tanto minorem diſtantiam, ad quam compreſſione reduci poteſt, & in qua adhuc ipſa vis creſcit, arcu curvæ adhuc recedente ab axe: is vero arcus ad axem ipſum deinde debet ruere præceps, ut circa proximum limitem adhuc ingentes in eo reſiduo ſpatio variationes in arcubus, & limitibus haberi poſſint. Porro extenſionem tantam arcus repulſivi evincit ipſa immanis compreſſio, ad quam ingenti vi aer compellitur, qui ut habeat compreſſiones viribus prementibus proportionales, debet, ut monuimus num. 352, habere vires repulſivas reciproce proportionales diſtantiis particularum a ſe invicem. Is autem etiam in fixum corpus, & ſolidum tranſire poteſt, quod qua ratione fieri poſſit, dicam itidem, ubi de transformationibus agemus in fine. Ignis etiam eſt fluidum maxime elaſticum, quod violentiſſimo inteſtino motu agitatur, ac fermentationem excitat, vel etiam in ipſa fermentatione conſiſtit, emittit vero lucem, de quo pariter agemus paullo inferius, ubi de fermentatione, & emiſſione vaporum egerimus inter ea, quæ ad Chemicas operationes pertinent, ad quas jam progredior.

451. Chemicarum operationum principia ex eodem deducuntur fonte, nimirum ex illo particularum diſcrimine, quarum aliæ inter ſe, & cum quibuſdam aliis inertes, alias ad ſe attrahunt, alias repellunt conſtanter per ſatis magnum intervallum, ubi attractio ipſa cum aliis eſt major, cum aliis minor, aucta vero ſatis diſtantia, evadit ad ſenſum nulla; quarum itidem aliæ reſpectu aliarum habent ingentem virium alternationem, quam mutato nonnihil textu ſuo, vel conjunctæ, & permixtæ cum aliis mutare poſſunt, ſuccedente pro particulis compoſitis alia virium lege ab ea, quæ in ſimplicibus obſervabatur. Hæc omnia ſi habeantur ob oculos; mihi ſane perſuaſum eſt, facile inveniri poſſe in hac ipſa Theoria rationem generalem omnium Chemicarum operationum: nam ſingulares determinationes effectuum, qui a ſingulis permixtionibus diverſorum corporum, per quas unice omnia præſtantur in Chemia, ſive reſolvantur corpora, ſive componantur, requirerent intimam cognitionem textus particularum ſingularum, & diſpoſitionis, quam habent in maſſis ſingulis, ac præterea Geometriæ, & Analyſeos vim, quæ humanæ mentis captum excedit longiſſime. Verum illud in genere omnino patet, nullam eſſe Chemiæ partem, in qua præter inertiam maſſæ, & ſpecificam gravitatem, alia virium mutuarum genera inter particulas non ubique ſe prodant, & vel invitis incurrant in oculos, quod quidem vel in ſola poſtrema quæſtione Opticæ Newtoni abunde patet, ubi tam multa & attractionum, & vero etiam repulſionum indicia, atque argumenta proferuntur. Omnia etiam genera eorum, quæ ad Chemiam pertinent, ſingillatim perſequi, infinitum eſſet; evolvam ſpeciminis loco præcipua quædam.

Chemicarum operationum genera deduci facile ex illo particularum diſcrimine: ſingularium effectuum cauſas ſingulares non poſſe cognoſci a mente humana.

452. Pri-

Quid ſint: diſſolutio & præcipitatio: prima quomodo fiat, & quæ ſit ejus cauſa.

452. Primo loco ſe mihi offerunt diſſolutio, & ipſi contraria præcipitatio. Immiſſis in quædam fluida quibuſdam ſolidis, cernimus, mutuum nexum, qui habebatur inter eorum particulas, diſſolvi ita, ut ipſa jam nuſquam appareant, quæ tamen ibidem adhuc manere in particulas perquam exiguas redacta, & diſperſa, oſtendit præcipitatio. Nam immiſſo alio corpore quodam, decidit ad fundum pulviſculus tenuiſſimus ejus ſubſtantiæ, & quodammodo depluit. Sic metalla in ſuis quæque menſtruis diſſolvuntur, tum ope aliarum ſubſtantiarum præcipitantur: aurum diſſolvit aqua regia, quod immiſſo etiam communi ſale præcipitatur. Rei ideam eſt admodum facile ſibi efformare ſatis diſtinctam. Si particulæ ſolidi, quod diſſolvitur, majorem habent attractionem cum particulis aquæ, quam inter ſe; utique avellentur a maſſa ſua, & ſingulæ circumquaque acquirent fluidas particulas, quæ illas ambiant, uti limatura ferri adhæret magnetibus, ac fient quidam veluti globuli ſimiles illi, quem referret Terra; ſi ei tanta aquarum copia affunderetur, ut poſſet totam alte ſubmergere, vel illi, quem refert Terra ſubmerſa in aere verſus eam gravitante. Si, ut reipſa debet accidere, illa vis attractiva in diſtantiis paullo majoribus ſit inſenſibilis; ubi jam erit ad illam diſtantiam ſaturata eo fluido particula ſolidi, ulterius fluidum non attrahet, quod idcirco aliis eodem pacto particulis ſolidi immerſi affundetur. Quare diſſolvetur ſolidum ipſum, ac quidam veluti globuli terrulas ſuas cum ingenti affuſa marium vi exhibebunt, quæ terrulæ ob exiguam molem effugient noſtros ſenſus, nec vero decident ſuſtentatæ a vi, quæ illas cum circumfuſo mari conjungit: ſed globuli illi ipſi conſtituent quandam veluti continui fluidi maſſam. Ea eſt diſſolutionis idea.

Quomodo fiat præcipitatio, & quæ ſit ejus cauſa.

453. Quod ſi jam in ejuſmodi fluidum immittatur alia ſubſtantia, cujus particulæ particulas fluidi ad ſe magis attrahant, & fortaſſe ad majores etiam diſtantias, quam attrahuntur ab illis; diſſolvetur utique hæc ſecunda ſubſtantia, & circa ipſius particulas affundentur particulæ fluidi, quæ prioris ſolidi particulis adhærebant, ab illis avulſæ, & ipſis ereptæ. Illæ igitur nativo pondere intra fluidum ſpecifice lævius depluent, & habebitur præcipitatio. Pulviſculus autem ille veterem particularum ſuarum nexum non acquiret ibi per ſeſe, vel quia & gluten fortaſſe aliquod admodum tenue, quo connectebantur invicem, diſſolutum ſimul jam deeſt in ſuperficiebus illis, quarum ſeparatio eſt facta, vel potius quia, ut ubi per limam, per tunſionem, vel aliis ſimilibus modis ſolidum in pulverem redactum eſt, vel utcunque confractum, juxta ea, quæ diximus num. 413, non poteſt iterum ſolo acceſſu, & appreſſione deveniri ad illos eoſdem limites, qui prius habebantur.

Pluviam fortaſſe eſſe quoddam præcipitationis genus:

454. Hoc pacto diſſolutionis, & præcipitationis acquiritur idea admodum diſtincta; & fortaſſe etiam pluvia eſt quoddam præcipitationis genus, nec provenit e ſola unione particu-

Digitized by Google

ticularum aquæ, quæ prius tantummodo diſperſæ temere fuerint, & ob ſolam tenuitatem ſuam ſuſtentatæ, ac ſuſpenſæ innataverint. Apparet ibi etiam, qua ratione binæ ſubſtantiæ commiſceri poſſint, & in unam maſſam coaleſcere. Id quidem in fluido commixto cum ſolido patet ex ipſo ſuperiore exemplo ſolutionis. In binis fluidis facile admodum fit, & ſi ſint ejuſdem ad ſenſum ſpecificæ gravitatis, ſolo motu, & agitatione impreſſa fieri quotidie cernimus, ut in aqua, & vino, Sed etiam ſi ſint gravitatum admodum diverſarum, attractione particularum unius in particulas alterius fieri poteſt unius diſſolutio in altero, & commixtio. Fieri autem poteſt, ut ejuſmodi commixtione e binis etiam fluidis oriatur ſolidum, cujuſmodi exempla in coagulis cernimus: & in Phyſica illud quoque obſervatur quandoque, binas ſubſtantias commixtas coaleſcere in maſſam unicam minorem mole, quam fuerit prius, cujus phænomeni prima fronte admodum miri in promptu eſt cauſa in mea Theoria: cum particulæ, quæ nimirum ſe immediate non contingebant, aliis interpoſitis poſſint accedere ad ſe magis, quam prius acceſſerint. Sic ſi haberetur maſſa ingens elaſtrorum e ferro diſtractorum, quorum ſingulis inter cuſpides adjungerentur globuli magnetici; hac nova acceſſione materiæ minueretur moles, victa repulſione mutua per attractionem magneticam, qua cuſpides elaſtrorum ad ſe invicem accederent.

mira phænomena commixtionum quomodo explicentur.

455. Ubi ſolidum cum ſolido commiſcendum eſt, ut fiat unica maſſa, ibi quidem oportet ſolida ipſa prius contundere, vel etiam diſſolvere, ut nimirum exiguæ particulæ ſeorſim poſſint ad exiguas alterius ſolidi accedere, & cum iis conjungi. Id autem fit potiſſimum per ignem, cujus vehementi agitatione, & vero etiam fortaſſe actione ingenti mutua inter ejus particulas, & inter quædam peculiaria ſubſtantiarum genera, ut olea, & ſulphur, quæ ut gluten quoddam conjungebant inter ſe vel inertes particulas, vel etiam mutua repulſione præditas, diſſolvit omnium corporum nexus mutuos, & maſſas omnes demum, ſi ſatis validus ſit, cogit liquari, & ad naturam fluidorum accedere. Diſſolutarum, ac liqueſcentium maſſarum particulæ commiſcentur, & in unam maſſam coaleſcunt: ubi autem ſic coaluerunt, poſſunt iterum ſæpe diſſimiles ſeparari eadem actione ignis, qui aliquas prius, alias poſterius, cogit minore vi abire per evaporationem, & maxime fixas majore vi reddit volatiles. Inæqualibus ejuſmodi diverſarum ſubſtantiarum attractionibus, & inæqualibus adhæſionibus inter earum particulas, omnis fere nititur ars ſeparandi metalla a terris, cum quibus in fodinis commixta ſunt, & alia aliorum ope prius uniendi, tum etiam a ſe invicem ſeparandi, quæ omnia ſingillatim perſequi infinitum foret. Generalis omnium explicatio facile repetitur ab illa, quam expoſui, particularum diverſa conſtitutione, quarum aliæ reſpectu aliarum inertes ſunt, reſpectu aliarum activitatem habent, ſed admodum diverſam, tum

Cur ad commixtionem ſolidorum requiratur contuſio: quid ad eam præſtet ignis: unde ars ſeparandi metalla.

quod pertinet ad directionem, tum quod ad intenſitatem virium.

Liquationem, & volatilizationem fieri poſſe per agitationem ingentem particularum. Prima quomodo fiat.

456. De Liquatione, & volatilizatione dicam illud tantummodo, eas fieri poſſe etiam ſola ingenti agitatione particularum fluidi cujuſpiam tenuiſſimi, cujus particulæ ad ſolidi, & fixi corporis particulas accedant ſatis, & inter ipſarum etiam intervalla irrumpant; qui motus inteſtinus, unde haberi poſſit, jam exponam, ubi de fermentatione egero, & effervefcentia. Nam inprimis ea inteſtina agitatione induci poteſt in particulas corporis ſolidi, & fixi motus quidam circa axes quoſdam, qui ubi ſemel inductus eſt, jam illæ particulæ vim exercent circunquaque circa illum axem ad ſenſum eandem, ſuccedentibus ſibi invicem celerrime punctis, & directionibus, in quibus diverſæ vires exercentur, qui etiam axes ſi celerrime mutentur, irregulari nimirum impulſu, habebitur in iis particulis id, quod æquivaleat ſphæricitati, & homogeneitati particularum, ex qua fluiditatem ſupra repetivimus, atque hujus ipſius rei exemplum habuimus num. 237 in motu puncti per peripheriam ellipſeos, cujus focos bina alia puncta occupent. Hæc fluiditas erit violenta, & deſinente tanta illa agitatione, ac ceſſante vi, quæ agitationem inducebat, ceſſabit, ac fluidum etiam ſine admixtione novæ ſubſtantiæ poterit evadere ſolidum. Poterit autem paullatim ceſſare motus ille rotationis tam per inæqualitatem exiguam, quæ ſemper remanet inter vires in diverſis locis particulæ diverſas, & obſiſtit ſemper nonnihil rotationi, quam per ipſam expulſionem illius agitatæ ſubſtantiæ, ut igneæ, & per reſiſtentiam circumjacentium.

Alia liquationis ratio per ſeparationem partium heterogenearum.

457. Deinde haberi etiam poterit liquatio per ſubtractionem heterogenearum, & difformium particularum, quæ magis homogeneas, & ad ſphæricitatem accedentes particulas alligabant quodammodo impedito motu in gyrum. Id ſane videtur accidere in pluribus ſubſtantiis, quæ quo magis depurantur, & ad homogeneitatem reducuntur, eo minus tenaces evadunt, & viſcoſæ. Sic viſcoſitas eſt minima in petroleo, major in naphtha, & adhuc major in aſphalto, aut bitumine, in quibus ſubſtantiis Chemia oſtendit, eo majorem haberi viſcoſitatem, quo habetur major compoſitio.

Quomodo fiat volatilizatio, fixatio, & volatilizatio aeris.

458. Quod ſi priore modo liquatio accidat, & in eo motu particulæ a limitibus cohæſionis, in quibus erant, abeant ad diſtantias paullo majores, in quibus habeatur ingens repulſivus arcus, ſe repente fugient, quo pacto corpus fixum evadet volatile. Eandem autem volatilitatem acquiret; ſi particulæ quæ fixum corpus componebant, erant quidem inter ſe in diſtantiis repulſionum validiſſimarum, ſed per interjacentes particulas alterius ſubſtantiæ cohibebatur illa repulſiva vis ſuperata ab attractione, quam exercebat in eas nova intruſa particula: ſi enim hæc agitatione illa excutiatur, vel ab alia, quæ ipſam attrahat magis, prætervolante ad exiguam diſtantiam abripiatur;

tur; tum vero repulſiva vis particularum prioris ſubſtantiæ reviviſcit quodammodo, & agit, ac ipſa ſubſtantia evadit volatilis, quæ iterum nova earundem particularum intruſione figitur. Id ſane videtur accidere in aere, qui poteſt ad fixum redigi corpus, & Haleſius demonſtravit per experimenta, partem ingentem lapidum, qui in veſica oriuntur, & calculorum in renibus, conſtare puro aere ad fixitatem reducto, qui deinde poteſt iterum ſtatum volatilem recuperare: ac halitus inprimis ſulphurei, & ipſa reſpiratio animalium ingentem aeris copiam transfert a ſtatu volatili ad fixum. Ibi non habetur aeris compreſſio ſola facta per cellularum parietes ipſum concludentes; ii enim diſrumperentur penitus, cum aer in ejuſmodi fixis corporibus reducatur ad molem etiam millecuplo minorem, in quo ſtatu, ſi integras haberet elaſticas vires, omnia ſane repagula illa diffringeret. Haleſius putat, eum in illo ſtatu amittere elaſticitatem ſuam, quod fieret utique, ſi particulæ ipſius ad eam inter ſe diſtantiam devenirent, in qua jam vis repulſiva nulla ſit, ſed potius attractiva ſuccedat: ſed fieri itidem poteſt, ut vim quidem repulſivam adhuc ingentem habeant illæ particulæ, ſed ab interpoſita ſulphurei halitus particula attrahantur magis, ut paullo ante vidimus in elaſtris a globulo magnetico cohibitis, & conſtrictis. Tum quidem elaſticitas in aere ad fixitatem redacto maneret tota, ſed ejus effectus impediretur a prævalente vi. Atque id quidem animadverti, & monui ante aliquot annos in diſſertatione *De Turbine*, in qua omnia turbinis ipſius phænomena ab hac aeris fixatione repetii.

459. Porro agitatio illa particularum in igne, ac in fermentationibus, & efferveſcentiis, unde oriatur, facile itidem eſt in mea Theoria exponere. Ut primum crus meæ curvæ mihi impenetrabilitatem exhibuit, poſtremum gravitatem, interſectiones autem varia cohæſionum genera; ita alternatio arcuum jam repulſivorum, jam attractivorum, fermentationes exhibet, & evaporationes variorum generum, ac ſubitas etiam deflagrationes, & exploſiones, illas, quæ occurrunt in Chemia paſſim, & quam in pulvere pyrio quotidie intuemur. Quæ autem huc ex Mechanica pertinent, jam vidimus num. 199. Dum ad ſe invicem accedunt puncta cum velocitate aliqua, ſub omni arcu attractivo velocitatem augent, ſub omni repulſivo minuunt: contra vero dum a ſe invicem recedunt, ſub omni repulſivo augent, ſub omni attractivo minuunt, donec in acceſſu inveniant arcum repulſivum, vel in receſſu attractivum ſatis validum ad omnem velocitatem extinguendam. Ubi eum invenerint, retro curſum reflectunt, & oſcillant hinc, & inde, in quo itu, & reditu perturbato, ac celeri, fermentationis habemus ideam ſatis diſtinctam.

Cauſa agitationis particularum in igne, fermentationibus, efferveſcentiis repetita a contorſione curvæ circa axem.

460. Et in acceſſu quidem ſemper devenitur ad arcum repulſivum aliquem parem extinguendæ velocitati cuilibet utcunque

Oſcillationes in acceſſu ſemper

ſiſti a primo crure repulſivo pro receſſu bini caſus. In primo cruris attractivi aſymptotici ſemper ſiſti receſſum etiam.

que magnæ; devenitur enim ſaltem ad primum aſymptoticum crus, quod in infinitum protenditur: at pro receſſu duo hic caſus occurrunt potiſſimum conſiderandi. Vel enim etiam in receſſu devenitur ad aliquod crus aſymptoticum attractivum cum area infinita, de cujuſmodi caſibus egimus jam num. 195, vel devenitur ad arcum attractivum recedentem longiſſime, & continentem aream admodum ingentem, ſed finitam. In utroque caſu actio punctorum, quæ extra maſſam ſunt ſita, aliorum punctorum maſſæ inteſtino illo motu agitatæ oſcillationem augebit, aliorum imminuet, & puncta alia poſt alia procurrent ulterius verſus aſymptotum, vel limitem terminantem attractivas vires: quin etiam actiones mutuæ punctorum non in directum jacentium in maſſa multis punctis conſtante, mutabunt ſane ſingulorum punctorum maximos excurſus hinc, & inde, & variabunt plurimum acceſſus mutuos, ac receſſus, qui in duobus punctis ſolis motum habentibus in recta, quæ illa conjungit, deberent, uti monuimus num. 192, ſine externis actionibus eſſe conſtantis ſemper magnitudinis. In acceſſu tamen in utroque caſu ad compenetrationem ſane nunquam deveniretur: in receſſu vero in primo caſu cruris aſymptotici, & attractionis in infinitum creſcentis cum area curvæ in infinitum aucta, itidem nunquam deveniretur ad diſtantiam illius aſymptoti. Quare in eo primo caſu utcunque vehemens eſſet interna maſſæ fermentatio, utcunque magnis viribus ab externis punctis in majore diſtantia ſitis perturbaretur eadem maſſa, ipſius diſſolutio per nullam finitam vim, aut velocitatem alteri parti impreſſam haberi unquam poſſet.

In ſecundo caſu arcus attractivi ingentis, ſed finiti egreſſus partis punctorum excurſu[m] e fine oſcillationis ſine regreſſu.

461. At in ſecundo caſu, in quo arcus attractivus ille ultimus ejus ſpatii ingens eſſet, ſed finitus, poſſet utique quorundam punctorum in illa agitatione augeri excurſus uſque ad limitem, poſt quem limitem ſuccedente repulſione, jam illud punctum a maſſa illa quodammodo velut avulſum avolaret, & motu accelerato recederet. Si poſt eum limitem ſumma arearum repulſivarum eſſet major, quam ſumma attractivarum, donec deveniatur ad arcum illum, qui gravitatem exprimit, in quo vis jam eſt perquam exigua, & area aſymptotica ulterior in infinitum etiam producta, eſt finita, & exigua; tum vero puncti elapſi receſſus ab illa maſſa nunquam ceſſaret actione maſſæ ipſius, ſed ipſum punctum pergeret recedere, donec aliorum punctorum ad illam maſſam non pertinentium viribus ſiſteretur, vel detorqueretur utcunque. In fortuita autem agitatione interna, ut & in externa perturbatione fortuita, illud accidet, quod in omnibus fortuitis combinationibus accidit, ut numerus caſuum cujuſdam dati generis in dato ingenti numero caſuum æque poſſibilium dato tempore recurrat ad ſenſum idem, adeoque effluxus eorum punctorum, ſi maſſa perſeveret ad ſenſum eadem, erit dato tempore ad ſenſum idem, vel, maſſa multum imminuta, imminuetur in aliqua ratione

maſ-

Digitized by Google

maſſæ, cum a multitudine punctorum pendeat etiam caſuum poſſibilium multitudo.

Inde pro diverſa arcuum forma evaporationes.

462. Hic jam plurima conſiderari poſſent, & caſuum differentium, ac combinationum numerus in immenſum excreſcit: ſed pauca quædam adnotabimus. Ubi intervallum, quod maſſam claudit inter limites acceſſus, & receſſus, eſt aliquanto majus, & poſteriorum arearum repulſivarum ſumma non multum excedit ſummam attractivarum, fiet paullatim lenta quædam evaporatio: puncta quæ in fortuita agitatione ad eum finem deveniunt, erunt pauca reſpectu totius maſſæ, quæ tamen in ingenti maſſa, & eodem fermentationis ſtatu erunt eodem tempore ad ſenſum æquali numero, ac, maſſa imminuta, imminuetur & is numerus, maſſa autem diu perſeverabit ad ſenſum nihil mutata. Habebitur ibi quædam velut ebullitio, & vaporum quantitas, ac vis in egreſſu in diverſis ſubſtantiis variari plurimum poterit, cum pendeat a ſitu, in quo illa puncta collocata ſint intra curvam: nam poſſunt in aliis ſubſtantiis eſſe citra alios ingentes arcus attractivos, quorum poſteriores vel ſint prioribus minus validi, vel arcus repulſivos ſe ſubſequentes minus validos habeant.

Vel ſubita exploſio, & deflagratio: ac transformationes variæ, avolante parte mixti.

463. Sed ſi intervallum, quod maſſam claudit inter limites acceſſus, & receſſus, ſit perquam exiguum, arcus attractivus poſtremus non ſit ita validus, & ſuccedat arcus repulſivus validiſſimus; fieri utique poterit, ut maſſa, quæ reſpective quieſcebat, adveniente exiguo motu a particulis externis ſatis proxime accedentibus, ut poſſint inæqualem motum imprimere punctis particularum maſſæ, agitatio ejuſmodi in ipſa maſſa oriatur, qua breviſſimo tempore puncta omnia tranſcendant limitem, & cum ingenti repulſiva vi, ac velocitate a ſe invicem diſcedant. Id videtur accidere in exploſione ſubita pulveris pyrii, qui plerumque non accenditur contuſione ſola; ſed exigua ſcintilla accedente diſſilit fere momento temporis, & tanta vi repulſiva globum e tormento ejicit. Idem apparet in iis phoſphoris, quæ deflagrant ſolo aeris contactu: ac nemo non videt, quanta in iis omnibus haberi poſſunt diſcrimina. Poſſunt nimirum alia facilius, alia difficilius deflagrare, alia ſerius, alia citius: poteſt ſine lenta evaporatione ſolvi tota maſſa tempore breviſſimo: poteſt, ubi maſſa fuerit heterogenea, avolare unum ſubſtantiæ genus aliis remanentibus, & interea poſſunt ex iis, quæ remanent, fieri alia mixta admodum diverſa a præcedentibus, mutato etiam textu particularum altiorum ordinum per id, quod plures particulæ ordinum inferiorum, quæ pertinebant ad diverſas particulas ſuperiorum, coaleſcant in particulam ordinis ſuperioris novi generis: hinc tam multæ compoſitiones, & transformationes in Natura, & in Chemia inprimis: hinc tam multa, tam diverſa vaporum genera, & in aere elaſtico a tam diverſis corporibus fixis genito tantum diſcrimen. Patet ubique immenſus excurſui campus: ſed eo relicto

pro-

Digitized by Google

progredior ad alia nonnulla, quæ ad fermentationes, & evaporationes itidem pertinent.

Concretiones evaporato fluido, & certæ figuræ reſidui, ut in ſalibus.

464. Subſtantia, quæ fuerat diſſoluta, non ſolum per præcipitationem colligitur iterum, ut ubi metalla cadunt ſuo pondere in tenuem pulviſculum redacta; ſed etiam per evaporationem, ut diximus, in ſalibus, qui evaporato illo fluido, in quo fuerant diſſoluti, remanent in fundo. Et quidem ſales non remanent ſub forma tenuis pulviſculi, particulis minutiſſimis prorſus inertibus, ſed colliguntur in maſſulas grandiuſculas habentes certas figuras, quæ in aliis ſalibus aliæ ſunt, & anguloſæ in omnibus, ac in maxime corroſivis horrendum in modum cuſpidatæ, ac ferratæ, unde & ſapores ſalium acutiores, & aliquorum ex iis, quæ corroſiva ſunt, fibrillarum tenuium in animantibus proſciſſio, ac deſtructio organorum neceſſariorum ad vitam. Quo autem pacto eas potiſſimum figuras induere poſſint, id patet ex num. 439, ut & figuræ cryſtallorum & ſuccorum, ex quibus gemmæ, & duri lapides fiunt, ubi ſimplices ſunt, & ſuam quique figuram affectant, ac aliorum ejuſmodi, quæ poſt evaporationem concreſcunt, haberi utique poſſunt, ut ibidem oſtenſum eſt, per hoc, quod in certis tantummodo lateribus, & punctis particulæ alias particulas poſitas ad certas diſtantias attrahant, adeoque ſibi adjungant certo illo ordine, qui reſpondet illis punctis, vel lateribus.

Quomodo poſſit fermentatio ceſſare.

465. Fermentatio paullatim minuitur, & demum ceſſat, cujus imminuti motus cauſas attigi pluribus locis, ut num. 197. Eodem autem pertinet illud etiam, quod innui num. 440. Irregularitas particularum, ex quibus corpora conſtant, & inæqualitas virium, plurimum confert ad imminuendam, & demum ſiſtendum motum. Ubi nimirum aliquæ particulæ, vel totæ irruerunt in majorum cavitates, vel ubi ſuos uncos quoſdam aliarum uncis, vel foraminibus inſeruerunt, explicari non poſſunt, & ſublapſus quidam, & compreſſiones particularum accidunt in maſſa temere agitata, quæ motum imminuunt, & ad ſenſum extinguunt, quo & in mollibus ſiſti motus poteſt poſt amiſſam figuram. Multum itidem poteſt ad minuendum, ac demum ſiſtendum motum ſola aſperitas ipſa particularum, ut motus in ſcabro corpore ſiſtitur per frictionem: multum incurſus in externa puncta, ut aer pendulum ſiſtit: multum particulæ, quæ emittuntur in omnes plagas, ut in evaporatione, vel ubi corpus refrigeſcit, excuſſis pluribus igneis particulis, quæ dum evolant actione particularum maſſæ, ipſis maſſæ particulis procurrentibus motum in partes contrarias imprimunt, & dum illæ, quæ oſcillationem auxerant, aliæ poſt alias aufugiunt, illæ, quæ remanent, ſunt, quæ oſcillationes ipſas internis, & externis actionibus minuebant.

Cur quædam ſubſtantiæ fer-

466. Porro non omnes ſubſtantiæ cum omnibus fermentant, ſed cum quibuſdam tantummodo: acida cum alcalinis; & quod

quod quibuſdam videtur mirum, ſunt quædam, quæ apparent acida reſpectu unius ſubſtantiæ, & alcalina reſpectu alterius. Ea omnia in mea Theoria facilem admodum explicationem habent: nam vidimus, particulas quaſdam reſpectu quarundam inertes eſſe, cum quibus commixtæ idcirco non fermentant, reſpectu aliarum exercere vires varias: adeoque ſi reſpectu quarundam habeant pro variis diſtantiis diverſas vires, & alternationem ſatis magnam attractionum, ac repulſionum; ſtatim, ac ſatis prope ad ipſas acceſſerint, fermentant. Sic ſi limatura ferri cum ſulphure commiſceatur, & inſpergatur aqua, oritur aliquanto poſt ingens fermentatio, quæ & inflammationem parit, ac terræmotuum exhibet imaginem quandam, & vulcanorum. Oportuit ferrum in tenues particulas diſcerpere, ac ad majorem mixtionem adhuc adhibere aquam.

mentent cum quibuſdam, & non cum aliis: cur quædam, ut fermentent, debeant contundi.

467. Ignem ego itidem arbitror eſſe quoddam fermentationis genus, quod acquirat vel potiſſimum, vel etiam ſola ſulphurea ſubſtantia, cum qua fermentat materia lucis vehementiſſime, ſi in ſatis magna copia collecta ſit. Ignem autem voco eum, qui non tantum rarefacit motu ſuo, ſed & calefacit, & lucet, quæ omnia habentur, quando materia illa ſulphurea ſatis fermenteſcit. Porro ignis comburit, quia in ſubſtantiis combuſtibilibus multum adeſt ſubſtantiæ cujuſdam, quæ ſulphure abundat plurimum, & quæ idcirco ſulphurea appellari poteſt, quæ vel per lucem in ſatis magna copia collectam, vel per ipſam jam fermenteſcentem ſulphuream ſubſtantiam ſatis prægnantem ipſa lucida materia ſibi admotam fermenteſcit itidem, & diſſolvitur, ac avolat. Is ingens motus inteſtinus particularum excurrentium fit utique per vires mutuas inter particulas, quæ erant in æquilibrio: ſed mutatis parum admodum diſtantiis exigui etiam punctorum numeri per exiguum unius ſcintillæ, vel tenuiſſimorum radiorum acceſſum, jam aliæ vires ſuccedunt, & per earum reciprocationem perturbatus punctorum motus, qui cito per totam maſſam propagatur.

Ignem eſſe fermentationis genus: quomodo excitetur tanta fermentatio ab exigua ſcintilla.

468. Imaginem rei admodum vividam habere poſſumus in ſola etiam gravitate. Emergat e mari ſatis editus mons, per cujus latera diſpoſitæ ſint verſus fundum ingentes lapidum prægrandium moles, tum quo magis aſcenditur, eo minores; donec verſus apicem lapilli ſint, & in ſummo monte arenulæ: ſint autem omnia fere in æquilibrio pendentia ita, ut vi reſpectu molis exigua devolvi poſſint. Si avicula in ſummo monte commoveat arenulam pede; hæc decidit, & lapillos ſecum dejicit, qui, dum ruunt, majores lapides ſecum trahunt, & hi demum ingentes illas moles: fit ruina immanis, & ingens motus, qui, decidentibus in mare omnibus, mare ipſum commovet, ac in eo agitationem ingentem, & undas immanes ciet, motu aquarum vehementiſſimo diutiſſime perdurante. Avicula

Exemplum aviculæ dimota arenula in ſummo monte dejicientis lapillos, ſaxa, rupes, & excitantis in mari ſubjecto undas immanes.

cula æquilibrium arenulæ ſuſtulit vi perquam exigua: reliquos motus gravitas edidit, quæ occaſionem agendi eſt nacta ex illo exiguo motu aviculæ. Hæc imago quædam eſt virium inteſtinarum agentium, ubi cum vires creſcere poſſint in immenſum, mutata utcunque parum diſtantia; multo adhuc major effectus haberi poteſt, quam in caſu gravitatis, quæ quidem perſeverat eadem, aucta tantummodo velocitate deſcenſus per novas accelerationes.

Quæ careant penitus materia ſulphurea, ab igne non debere lædi: hinc fortaſſe in ipſo Sole poſſe manere ſubſtantias illæſas.

469. Quod ſi ignis excitatur tantummodo per ſulphureæ ſubſtantiæ fermentationem; ubi nihil adſit ejus ſubſtantiæ, nullus erit metus ab igne. Videmus utique, quo minus ejuſmodi ſubſtantiæ corpora habeant, eo minus igni obnoxia eſſe, ut ex amianto & telæ fiant, quæ igne moderato purgantur, non comburuntur. Cenſeo autem ideirco noſtras haſce terreſtres ſubſtantias ab igne ſatis intenſo diſſolvi omnes, & inflammari, quod omnes ejuſmodi ſubſtantiæ aliquid admixtum habeant, quod nectat etiam inter ſe plurimas inertes particulas. At ſi corpora haberentur aliqua, quæ nihil ex ejuſmodi ſubſtantia haberent admixtum; ea in medio igne vehementiſſimo illæſa perſtarent, nec ullum motum acquirerent, quem nimirum noſtra hæc corpora acquirunt ab igne non per incurſum, ſed per fermentationem ab internis viribus excitatam. Hinc in ipſo Sole, & fixis, ubi noſtra corpora momento fere temporis conflagrarent, & in vapores abirent tenuiſſimos, poſſunt eſſe corpora ea ſubſtantia deſtituta, quæ vegetent, & vivant ſine ulla organici ſui textus læſione minima. Videmus certe maculas ſuperficiei Solis proximas durantes aliquando per menſes etiam plures, ubi noſtræ nubes, quibus eæ videntur ſatis analogæ, breviſſimo tempore diſſipantur.

Exemplum fermentationis, quam cum aceto habent aliquæ terræ, aliis illæſis.

470. Id mirum videbitur homini præjudiciis præoccupato; nec intelliget, qui fieri poſſit, ut vivat aliquid in Sole ipſo, in quo tanto major eſſe debet vis uſtoria, dum hic exiguus radiorum ſolarium numerus majoribus cavis ſpeculis, vel lentibus collectus diſſolvit omnia. At ut evidenter pateat, cujuſmodi præjudicium id ſit; fingamus noſtra corpora compacta eſſe ex illis terris, quas bolos vocant, quæ a diverſis aquis mineralibus deponuntur, & quæ cum acidis fermentant, ac omnia corpora, quæ habemus præ manibus, vel ex eadem eſſe terra, vel plurimum ex ea habere admixtum. Acetum nobis haberetur loco ignis; quæcunque corpora in acetum deciderent, ingenti motu excitato diſſolverentur citiſſime, & ſi manum immitteremus in acetum; ea ipſa per fermentationem exortam amiſſa, protinus horrore concuteremur ad ſolam aceti viciniam, & eodem modo videretur nobis abſurdum quoddam, ubi audiremus, eſſe ſubſtantias, quæ acetum non metuant, & in eo diu perſtare poſſint ſine minimo motu, atque ſui textus læſione, quo vulgus rem prorſus abſurdam cenſebit, ſi audiat, in medio igne, in ipſo Sole, poſſe haberi corpora, quæ nul-

nullam inde læſionem accipiant, ſed pacatiſſime quieſcant, & vegetent, ac vivant.

De lumine: ſententiam de emiſſione luminis præferendam omnino undis fluidi elaſtici.

471. Hæc quidem de igne: jam aliquid de luce, quam ignis emittit, & quæ ſatis collecta ipſum excitat. Ipſa lux poteſt eſſe effluvium quoddam tenuiſſimum, & quaſi vapor fermentatione ignea vehementi excuſſus. Et ſane validiſſima, meo quidem judicio, argumenta ſunt, contra omnes alias hypotheſes, ut contra undas, per quas olim phænomena lucis explicare conatus eſt Hugenius, quam ſententiam diu conſepultam iterum excitare conati ſunt nuper ſummi noſtri ævi Geometræ, ſed meo quidem judicio ſine ſucceſſu (*r*): nam explicarunt illi quidem, & ſatis ægre, paucas admodum luminis proprietates, aliis intactis prorſus, quas ſane per eam hypotheſim nullo pacto explicari poſſe cenſeo, & quarum aliquas ipſi arbitror omnino opponi: ſed eam ſententiam impugnare non eſt hujus loci, quod quidem alibi jam præſtiti non ſemel. Mirum ſane, quam egregie in effluviorum emanantium ſententia ex mea Theoria profluant omnes tam variæ lucis proprietates, quam explicationem fuſe perſecutus ſum in ſecunda parte diſſertationis *De Lumine*: præcipua capita hic attingam; interea illud innuam, videri admodum rationi conſentaneam ejuſmodi ſententiam materiæ effluentis, vel ex eo, quod in ingenti agitatione, quam habet ignis, debet utique juxta id, quod vidimus num. 195, evolare copia quædam particularum, ut in ebullitionibus, efferveſcentiis, fermentationibus paſſim evaporationes habentur.

Proprietates luminis, quarum reddenda eſt ratio.

472. Præcipuæ proprietates luminis ſunt ejus emiſſio conſtans, & ab æquali maſſa, ut ab eodem Sole, ab ejuſdem candelæ flamma, ad ſenſum eadem intenſitate: immanis velocitas, nam ſemidiametrorum terreſtrium 20 millia, quanta eſt circiter Solis a Terra diſtantia, percurrit ſemiquadrante horæ: velocitatum diſcrimen exiguum in diverſis radiis, nam celeritatis diſcrimen in radiis homogeneis vix ullum eſſe, ſi quod eſt, colligitur e pluribus indiciis: propagatio rectilinea per medium diaphanum ejuſdem denſitatis ubique cum impedimento progreſſus per media opaca, ſine ullo impedimento ſenſibili ex impactu in ſe invicem radiorum tot diverſas directiones habentium, aut in partes internas diaphanorum corporum utcunque denſorum: reflexio partis luminis ad angulos æquales in mutatione medii, parte, quæ reflectitur, eo majore reſpectu luminis, quo obliquitas incidentiæ eſt major; refractio alterius partis in eadem mutatione cum lege conſtantis rationis inter ſinum incidentiæ, & ſinum anguli refracti; quæ ratio

(*r*) *Cum hæc ſcriberem, nondum prodierant Opera Taurinenſis Academiæ: nec vero huc uſque, dum hoc Opus reimprimitur, adhuc videre potui, quæ Geometra maximus La Grange hoc in genere protulit.*

Digitized by Google

in diverſis coloratis radiis diverſa eſt, in quo ſtat diverſa diverſorum coloratorum radiorum refrangibilitas: diſperſio & in reflexione, & in refractione exiguæ partis luminis cum directionibus quibuſcunque quaquaverſus: alternatio binarum diſpoſitionum in quovis radio, in quarum altera facilius reflectatur, & in altera facilius tranſmittatur lux delata ad ſuperficiem dirimentem duo media heterogenea, quas Newtonus vocat vices facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus, cum intervallis vicium, poſt quæ nimirum diſpoſitiones maxime faventes reflexioni, vel refractioni redeunt, æqualibus in eodem radio ingreſſo in idem medium, & diverſis in diverſis coloratis radiis, in diverſis mediorum denſitatibus, & in diverſis inclinationibus, in quibus radius ingreditur, ex quibus vicibus, & earum intervallis diverſis in diverſis coloratis radiis pendent omnia phænomena laminarum tenuium, & naturalium colorum tam permanentium, quam variabilium, uti & craſſarum laminarum colores, quæ omnia ſatis luculenter expoſuit in celebri diſſertatione *De Lumine* P. Carolus Benvenuti e Soc. noſtra Scriptor accuratiſſimus: ac demum illa, quam vocant diffractionem, qua radii in tranſitu prope corporum acies inflectuntur, & qui diverſum colorem, ac diverſam refrangibilitatem habent, in angulis diverſis.

Emiſſio quomodo fiat: qui fiat, ut quædam ſimul citiſſime diſſolvantur, dum lumen emittunt, ut ignis ſubitus, quædam, ut Sol, diutiſſime perſtent ſine ſenſibili jactura.

473. Quod pertinet ad emiſſionem, jam eſt expoſitum num. 199, & num. 461; ubi etiam oſtenſum eſt illud, manente eadem maſſa, quæ emittit effluvia, ipſorum multitudinem dato tempore eſſe ad ſenſum eandem. Porro fieri poteſt, ut maſſa, quæ lumen emittit, penitus diſſolvatur, ut in ignibus ſubitis accidit, & fieri poteſt, ut perſeveret diutiſſime. Id potiſſimum pendet a magnitudine intervalli, in quo fit oſcillatio fermentationis, & a natura arcus attractivi terminantis id intervallum juxta num. 195. Quin immo ſi Auctor Naturæ voluit maſſam vehementiſſima etiam fermentatione agitatam prorſus indiſſolubilem quacunque finita velocitate, potuit facile id præſtare juxta num. 460 per alios aſymptoticos arcus cum areis infinitis, intra quorum limites fit maſſa fermenteſcens; quorum ope ea colligari poteſt ita, ut diſſolvi omnino nequeat, ponendo deinde materiam luminis emittendi ultra intervallum earum aſymptotorum reſpectu particularum ejus maſſæ, & citra arcum attractivum ingentis areæ, ſed non infinitæ, ex quo aliæ lucidæ particulæ evolare poſſint poſt alias. Nec illud, quod vulgo objici ſolet, tanta luminis effuſione debere multum imminui maſſam Solis, habet ullam difficultatem, poſita illa componibilitate in infinitum, & illa ſolutione problematis, quæ habetur num. 395. Poteſt enim in ſpatiolo utcunque exiguo haberi numerus utcunque ingens punctorum, & omnis maſſa luminis, quæ diffuſa tam immanem molem occupat, poteſt in Sole, vel prope Solem occupaviſſe ſpatiolum, quantum libuerit, parvum, ut idcirco Sol poſt quotcunque ſæcu-

Digitized by Google

culorum millia ne latum quidem unguem decreſcat. Id pendet a ratione denſitatis luminis ad denſitatem Solis, quæ ratio poteſt eſſe utcunque parva: & quidem pro immenſa luminis tenuitate ſunt argumenta admodum valida, quorum aliqua proferam infra.

Unde tanta velocitas: cum velocitatis diſcrimen exiguum, & in radiis homogeneis multo minus.

474. Celeritas utcunque magna haberi poteſt ab arcubus repulſivis ſatis validis, qui occurrant poſt extremum limitem oſcillationis terminatæ ab arcu ingenti attractivo juxta num. 194: nam ſi inde evadat particula cum velocitate nulla; quadratum velocitatis totius definitur ab exceſſu arearum omnium repulſivarum ſupra omnes attractivas juxta num. 178, qui exceſſus cum poſſit eſſe utcunque magnus; ejuſmodi celeritas poteſt itidem eſſe utcunque magna. Verum celeritatis diſcrimen in particulis homogeneis erit prorſus inſenſibile, quia particulæ luminis ejuſdem generis ad finem oſcillationis advenient cum velocitatibus fere nullis: nam eæ, quæ juxta Theoriam expoſitam num. 195. paullatim augent oſcillationem ſuam, demum adveniunt ad limitem cohibentem maſſam, & avolant; quo ſi tum, cum avolant, advenirent cum ingenti velocitate, adveniſſent utique eodem, & effugiſſent in oſcillatione præcedenti. Demonſtravimus autem ibidem, exiguum diſcrimen velocitatis in ingreſſu ſpatii, in quo datæ vires perpetuo accelerant motum, & generant velocitatem ingentem, inducere diſcrimen velocitatis genitæ perquam exiguum etiam reſpectu illius exigui diſcriminis velocitatis initialis, quod demonſtravimus ibi ratione petita a natura quadrati quantitatis ingentis conjuncti cum quadrato quantitatis multo minoris, quod quantitatem exhibet a priore illa differentem multo minus, quam ſit quantitas illa parva, cujus quadratum conjungitur. Diſcrimen aliquod ſenſibile haberi poterit; ſiqua effugiunt, non ſint puncta ſimplicia, ſed particulæ non nihil inter ſe diverſæ: nam curva virium, qua maſſa tota agit in ejuſmodi particulas, poteſt eſſe nonnihil diverſa pro illis diverſis particulis, adeoque exceſſus ſummæ arearum repulſivarum ſupra ſummam attractivarum poteſt eſſe nonnihil diverſus, & quadratum velocitatis ipſi reſpondens nonnihil itidem diverſum. Hoc pacto particulæ luminis homogeneæ habebunt velocitatem ad ſenſum prorſus æqualem: particulæ heterogeneæ poterunt habere nonnihil diverſam, uti ex obſervatione phænomenorum videtur omnino colligi. Illud unum hac in re notandum ſupereſt, quod curva virium, qua maſſa tota agit in particulam poſitam jam ultra terminum oſcillationum, mutatis per oſcillationem ipſam punctis maſſæ, mutabitur nonnihil: ſed quoniam in fortuita ingenti agitatione maſſæ totius celerrime ſuccedunt omnes diverſæ poſitiones punctorum; ſumma omnium erit ad ſenſum eadem, potiſſimum pro particula diutius hærente in illo initio ſuæ fugæ, ad quod advenit, uti diximus, cum velocitate perquam exigua, ut idcirco homogenearum particularum velocitas,

ubi jam deventum fuerit ad arcum gravitatis, & vires exiguas, debeat eſſe ad ſenſum eadem, & diſcrimen aliquod haberi poſſit tantummodo in heterogeneis particulis a diverſo earum textu. Patet igitur, unde celeritas ingens provenire poſſit, & ſi quod eſt celeritatis diſcrimen exiguum.

Unde propagatio rectilinea: incurſum immediatum punctorum lucis, in puncta medii nullum haberi: virium in medio homogeneo exiguam inæqualitatem eludi a tenuitate, & celeritate luminis.

475. Quod pertinet ad propagationem rectilineam per medium homogeneum diaphanum, & ad motum liberum ſine ullo impedimento a particulis ipſius luminis, vel medii diaphani, id in mea Theoria admodum facile exponitur, quod in aliis ingentem difficultatem parit. Et quidem quod pertinet ad impedimenta, ſi curva virium nullum habeat arcum aſymptoticum perpendicularem axi præter primum; oſtenſum eſt num. 362, ſola ſatis magna velocitate obtineri poſſe apparentem compenetrationem duarum ſubſtantiarum, quam tenuitas, & homogeneitas ſpatii, per quod tranſitur, plurimum juvat. Quoniam reſpectu punctorum materiæ prorſus indiviſibilium, & inextenſorum infinities infinita ſunt puncta ſpatii exiſtentia in eodem plano; infinities infinite eſt improbabilis pro quovis momento temporis directio motus puncti materiæ cujuſvis accurate verſus aliud punctum materiæ, ac improbabilitas pro ſumma momentorum omnium contentorum dato quovis tempore utcunque longo evadit adhuc infinita. Ingens quidem eſt numerus punctorum lucis, & propemodum immenſus, ſed in mea Theoria utique finitus. Ea puncta quovis momento temporis directiones motuum habent numero propemodum immenſo, ſed in mea Theoria finito. Verum quidem eſt, ubicunque oculus collocetur in immenſa propemodum ſuperficie ſphæræ circa unam fixam remotiſſimam deſcripta, immo intra ipſam ſphæram, videri fixam, & proinde aliquam luminis particulam afficere noſtrum oculum: ſed id fit in mea Theoria non quia accurate in omnibus abſolute infinitis directionibus adveniant radii, ſed quod pupilla, & fibræ oculorum non unicum punctum ſunt, & vires punctorum particulæ luminis agunt ad aliquod intervallum. Hinc quovis utcunque longo tempore nullus debet accidere caſus in mea Theoria, in quo punctum aliquod luminis directe tendat contra aliquod aliud punctum vel luminis, vel ſubſtantiæ cujuſvis, ut in ipſum debeat incurrere. Quamobrem per incurſum, & immediatum impactum nullum punctum luminis aut ſiſtet motum ſuum, aut deflectet.

Si ſatis magnam velocitatem habeant; quævis, ſolida etiam, tranſitura trans alia ſolida ſine ulla motuum perturbatione.

476. Id quidem commune eſt omnibus corporibus, quæ corpora inter ſe congrediuntur. Ea nullum habent in mea Theoria punctum immediatum incurrens in aliud punctum; quam ob cauſam & illud ibidem dixi, ſi nullæ vires mutuæ adeſſent, debere utique haberi apparentem quandam compenetrationem omnium maſſarum: ſed adhuc vel ex hoc ſolo capite veram compenetrationem haberi nunquam omnino poſſe. Vires igitur, quæ ad aliquam diſtantiam protenduntur, impediunt

pediunt progreſſum. Eæ vires ſi circumquaque eſſent ſemper æquales; nullum impedimentum haberet motus, qui vi inertiæ deberet eſſe rectilineus. Quare ſola differentia virium agentium in punctum mobile obſtare poteſt. At ſi nulla occurrat infinita vis arcus aſymptotici cujuſpiam poſt primum; vires omnes finitæ ſunt, adeoque & differentia virium ſecundum diverſas directiones agentium finita eſt ſemper. Igitur utcunque ea ſit magna, ipſam finita quædam velocitas elidere poteſt, quin permittat ullam retardationem, accelerationem, deviationem, quæ ad datam quampiam utcunque parvam magnitudinem aſſurgat: nam vires indigent tempore ad producendam novam velocitatem, quæ ſemper proportionalis eſt tempori, & vi. Hinc ſi ſatis magna velocitas haberetur; quævis ſubſtantia trans aliam quanvis libere permearet ſine ullo ſenſibili obſtaculo, & ſine ulla ſenſibili mutatione diſpoſitionis propriorum punctorum, & ſine ulla jactura nexus mutui inter ipſa puncta, & cohæſionis, quod ibidem illuſtravi exemplo ferrei globuli inter magnetes diſperſos cum ſatis magna velocitate libere permeantis, ubi etiam illud vidimus, in hoc caſu virium ubique finitarum impenetrabilitatis ideam, quam habemus, nos debere ſoli mediocritati noſtrarum velocitatum, & virium, quarum ope non poſſumus imprimere ſatis magnam velocitatem, & libere trans murorum ſepta, & trans occluſas portas pervadere.

Si per aſymptoticos arcus particulæ eſſent prorſus impermeabiles, tum recurrendum ad molem immiutam quantum oportet.

477. Id quidem ita ſe habet, ſi nullæ præter primam aſymptoti habeantur, quæ vires abſolute infinitas inducant: nam ſi per ejuſmodi aſymptoticos arcus particulæ fiant & indiſſolubiles, & prorſus impenetrabiles juxta num. 362; tum vero nulla utcunque magna velocitate poſſet una particula alteram transvolare, & res eodem recideret, quo in communi ſententia de continua extenſione materiæ. Tum nimirum oporteret lucis particulas minuere, non quidem in infinitum (quod ego abſolute impoſſibile arbitror, quemadmodum & quantitates, quæ revera infinite parvæ ſint in ſe ipſis tales, ac independenter ab omni noſtro cogitandi modo determinatæ: nec vero earum uſquam habetur neceſſitas in Natura) ſed ita, ut adhuc incurſus unius particulæ in aliam pro quovis finito tempore ſit, quantum libuerit, improbabilis, quod per finitas utique magnitudines præſtari poteſt. Si enim concipiatur planum per lucis particulam quancunque ductum, & cum ea progrediens; eorum planorum numerus dato quovis finito tempore utcunque longo erit utique finitus; ſi particulæ inter ſe diſtent quovis utcunque exiguo intervallo, quarum idcirco finito quovis tempore non niſi finitum numerum emittet maſſa utcunque lucida. Porro quodvis ex ejuſmodi planis ad medias, qua latiſſimæ ſunt, alias particulas luminis inter ſe diſtantes finito numero vicium appellet utique intra finitum quodvis tempus, cum id per intervalla finita tantummodo debeat accidere, & ſum-

Digitized by Google

& ſumma ejuſmodi acceſſuum pertinentium ad omnia plana particularum numero finitarum finita erit itidem, utcunque magna. Licebit autem ita particularum diametros maximas imminuere, ut ſpatium plani ad datam quamvis diſtantiam protenſi circunquaque utcunque etiam exiguam, habeat ad ſectionem maximam particulæ rationem, quantum libuerit, majorem illa, quam exprimit ille ingens, ſed finitus acceſſuum numerus: ac idcirco numerus directionum, per quas poſſint tranſire omnia illa plana ad omnes particulas pertinentia ſine incurſu in ullam particulam, erit numero earum, per quas fieri poſſit incurſus, major in ratione ingenti, quantum libuerit; etiam ſi cum ea lege progredi deberent, ut altera non deberet tranſire in majore diſtantia ab altera, quam ſit intervallum illud determinans exiguum illud ſpatium, ad quod aſſumpta eſt particularum ſectio minor in ratione, quantum libuerit, magna. Infinito nuſquam opus erit in Natura, & ſeries finitorum, quæ in infinitum progreditur, ſemper aliquod finitum nobis offert ita magnum, vel parvum, ut ad phyſicos uſus quoſcunque ſufficiat.

Aſymptoticis iis cruribus nullum eſſe opus: ea potius excludenda: quam bene omnia explicentur ſine ipſis.

478. Quod de particulis inter ſe collatis eſt dictum, idem locum habet & in particulis reſpectu corporum quoruncunque, potiſſimum ſi corpora juxta meam Theoriam conſtituta ſint particulis diſtantibus a ſe invicem, & non continuo nexu colligatis, ſive extenſionis vere continuæ illius veli, aut muri continuam infinitam objicientis reſiſtentiam, de quo egimus num. *362*, & *363*. Verum ejuſmodi aſymptoticorum arcuum nulla mihi eſt neceſſitas in mea Theoria, & hic itidem per nexus, ac vires limitum ingentis, quantum libuerit, quanquam non etiam infiniti valoris, omnia præſtari poſſunt in Natura: & ſi principio inductionis inhærere libeat; debemus potius arbitrari, nullos eſſe alios ejuſmodi aſymptoticos arcus in curva, quam Natura adhibet: cum in ingenti intervallo a fixis ad particulas minimas, quas intueri per microſcopia poſſumus, nullus ejuſmodi nexus occurrat, quod indicat motus continuus particularum luminis per omnes ejuſmodi tractus; niſi forte primus ille repulſivus, & poſtremus ejus naturæ arcus, ad gravitatem pertinens, indicio ſint, eſſe & alios alibi in diſtantiis, quæ citra microſcopiorum, vel ultra teleſcopiorum poteſtatem contrahuntur, vel protenduntur. Ceterum ſi vires omnes finitæ ſint, & puncta materiæ juxta meam Theoriam ſimplicia penitus, & inextenſa; multo ſane facilius concipitur, qui fiat, ut habeatur hæc apparens compenetratio ſine ullo incurſu, & ſine ulla diſſolutione particularum cum tranſitu aliarum per alias.

Quomodo rem conficiant velocitas ſatis magna, & æqualitas ſenſibilis virium circum-

479. Porro duo ſunt, quorum ſingula rem præſtare poſſunt, velocitas ſatis magna, quæ nimirum utcunque magnam virium inæqualitatem poteſt eludere, & virium circumquaque poſitarum æqualitas, quæ differentiam relinquat omnino nullam. Differentia nunquam ſane habebitur omnino nulla, ubi pun-

punctum materiæ prætervolet per quandam punctorum veluti ſilvam, quorum alia ab aliis diſtent: neceſſario enim mutabit diſtantiam ab iis, a quibus minimum diſtat, jam accedens nonnihil, jam recedens. Verum ubi diſtributio particularum ad æqualitatem quandam multum acceſſerit, inæqualitas virium erit perquam exigua; ſi omnium virium habeatur ratio, quas exercent omnia puncta diſpoſita circa id punctum ad intervallum, ad quod ſatis ſenſibiles meæ curvæ vires protenduntur. Concipiamus enim ſphæram quandam, quæ habeat pro ſemidiametro illam diſtantiam, ad quam protenduntur flexus curvæ virium primigeniæ, ſive ad quam vires ſingulorum punctorum ſatis ſenſibiles pertingunt. Si medium ſatis ad homogeneitatem accedat; ſecta illa ſphæra in duas partes utcunque per centrum, in utraque numerus punctorum materiæ erit quamproxime idem, & ſumma virium quam proxime eadem, ſe compenſantibus omnibus exiguis inæqualitatibus in tanta multitudine, quod in omnibus fit ſatis numeroſis fortuitis combinationibus: adeoque ſine ullo ſenſibili impedimento, ſine ingenti flexione progredietur punctum quodcunque motu vel rectilineo, vel tremulo quidem nonnihil, ſed parum admodum, & ad ſenſum æque in omnem plagam.

quaque. Quomodo hæc in homogeneo medio habeatur.

480. Quod ſi accedat ingens velocitas; multo adhuc minor erit inæqualitatum effectus, tum quod multo minus habebunt temporis vires, ut agant, tum quod in ipſo continuato progreſſu inæqualitates jam in unam plagam prævalebunt, jam in aliam, quibus ſibi mutuo celerrime ſuccedentibus, magis adhuc uniformis, & rectilineus erit progreſſus. Sic ubi turbo ligneus gyrat celerrime circa verticalem axem cuſpide tenuiſſima innixum ſolo, ſtat utique, inæqualitate ponderis, quæ ad caſum determinat, jam ad aliam plagam jacente, & totam inclinante molem, jam ad aliam, qui, celeritate motus circularis imminuta, decidit inclinatus, quo exigit præponderantia.

Quomodo ingens velocitas exiguam inæqualitatem eludat: exemplum in turbine ligneo non cadente.

481. Quod autem homogeneitas medii, & velocitas præſtant ſimul, id adhuc auget multo magis is nexus, qui eſt inter materiæ puncta particulam componentia, & æquali ad ſenſum velocitate delata, qui mutuis viribus cum acceſſum ad ſe invicem punctorum particulam componentium, & receſſum impediat, cogit totam particulam ſimul trepidare eo ſolo motu, quem inducit ſumma inæqualitatum pertinentium ad puncta omnia, quæ ſumma adhuc magis ad æqualitatem accedit: nam in fortuitis, & temere hac, illac diſperſis, vel concurrentibus caſu circumſtantiis, quo major numerus accipitur, eo inæqualitatum irregularium ſumma decreſcit magis.

Accedere nexum inter puncta particulæ; quid is præſtet.

482. Demum raritas medii ad id ipſum confert adhuc magis: quo enim major eſt raritas, eo minor occurrit punctorum numerus intra illam ſphæram, adeoque eo minor virium componendarum multitudo, & inæqualitas adhuc multo minor.

Raritatem plurimum prodeſſe: omnes eas quatuor cauſas habere locum

in lumine non turbato a radiis alia directione delatis quaquaverſum: priores tres in mediis denſioribus pellucidis.

nor. Porro omnes hæ quatuor cauſæ æqualitatis concurrunt, ubi agitur de radiis collatis cum aliis radiis: homogeneitas, nam lumen a dato puncto progrediens ſuam denſitatem imminuit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a puncto radiante, adeoque in tam exiguo circunquaque circa quodvis punctum intervallo, quantum eſt id, ad quod virium actio ſenſibilis protenditur, ad homogeneitatem accedit in immenſum: celeritas, quæ tanta eſt, ut ſingulis arteriæ pulſibus quævis luminis particula fere bis centum millia Romanorum milliariorum percurrat: nexus particularum mutuus, nam ipſæ luminis particulæ ad diverſos coloratos radios pertinentes habent perennes proprietates ſuas, quas conſtanter ſervant, ut certum refrangibilitatis gradum, & potentiam certo impulſu agitandi oculorum fibras, per quam certam certi coloris ſenſationem eliciant: ac demum tenuitas immanis, qua opus eſt ad tantam diffuſionem, & tam perennem effluxum ſine ulla ſenſibili imminutione ſolaris maſſæ, & cujus indicium aliquod proferam paullo inferius. Ubi vero agitur de lumine comparato cum ſubſtantiis pellucidis, per quas pervadit, priora illa tria tantummodo locum habent reſpectu particularum luminis, & omnia quatuor reſpectu particularum pellucidi corporis, quarum nexus non diſſolvitur, nec poſitio turbatur quidquam ab intervolantibus radiorum particulis. Quamobrem errat, qui putat, mea indiviſibilia puncta prædita inſuperabili potentia repulſiva pertingente ad finitam diſtantiam eſſe tam ſubjecta colliſionibus, quam ſunt particulæ finitæ magnitudinis, & idcirco nulli adminiculo eſſe pro comprehendenda mutua lucis penetratione; nam ſine cruribus illis aſymptoticis poſterioribus meæ vires repulſivæ non ſunt inſuperabiles, niſi ubi puncta congredi debeant in recta, quæ illa jungit, qui caſus in Natura nuſquam occurrit.

Pelluciditatem oriri a ſola homogeneitate: ſolam heterogeneitatem impedire poſſe progreſſum per inæqualitatem virium.

483. Et vero ſola homogeneitas pelluciditatem parit, uti jam olim notavit Newtonus, nec opacitas oritur ab impactu in partes corporum ſolidas, & a defectu pororum jacentium in directum, uti alii ante ipſum plures cenſuerant, ſed ab inæquali textu particularum heterogenearum, quarum aliæ aliis minus denſis, vel etiam penitus vacuis amplioribus ſpatiolis intermixtæ ſatis magnam inducunt inæqualitatem virium, qua lumen in omnes partes detorquent, ac diſtrahunt flexu multiplici, & ambagibus per internos meatus continuis, quibus fit, ut ſi paullo craſſior occurrat maſſa corporis ex heterogeneis particulis coaleſcentis, nullus radius rectilineo motu totam pervadat maſſam ipſam, quod nimirum ad pelluciditatem requiritur. Indicia rei habemus quamplurima præter ipſam omnem ſuperiorem Theoriam, quæ rem ſola evinceret; cum nimirum ſine inæqualitate virium nullum haberi poſſit libero rectilineo progreſſui impedimentum. Id ſane colligitur ex eo, quod omnium corporum tenuiores laminæ pellucidæ ſunt, uti norunt, qui microſcopiis tractandis aſſueverunt: id evin-

evincunt illæ ſubſtantiæ, quæ aliarum poris injectæ eaſdem ex opacis pellucidas reddunt, ut charta oleo imbuta fit pellucida, ſupplente aerem ipſo oleo, cum quo multo minus inæqualiter in lumen agunt particulæ chartæ, quam agerent ſoli aeri, vel vacuo ſpatio intermixtæ. Rem autem oculis ſubjicit vitrum contuſum in minores particulas, quod ſola irregularitate figuræ particularum temere ex contuſione naſcentium, & aeris intermixti inæqualitate fit opacum per multiplicationem reflexionum, & refractionum irregularium: nec aliam ob cauſam aqua in glaciem bullis continuis interruptam abiens pelluciditatem amittit, ut & alia corpora ſane multa, quæ, dum concreſcunt vacuolis interrupta, illico opaca fiunt.

484. Quamobrem nec reflexio inde ortum ducit, ſed habetur etiam in pellucidis corporibus ex inæqualitate virium ſeu repellentium, ſeu attrahentium, uti in Optica ſua Newtonus tam multis notiſſimis argumentis demonſtravit, quorum unum eſt illud ipſum ex aſperitate ſuperficiei cujuſcunque cujuſvis corporis, utcunque nobis, nudo potiſſimum inſpectantibus oculo, lævis appareat, & perpolita, quod num. 299 expoſuimus; & ex eadem cauſa oritur etiam refractio. Si velocitas luminis eſſet ſatis magna; impediret etiam hujuſce inæqualitatis effectum, qui provenit a diverſa mediorum conſtitutione: ſed ex ipſis reflexionibus, & refractionibus in mutatione medii, conjunctis cum propagatione rectilinea per medium homogeneum, patet, celeritatem illam tantam luminis ſatis eſſe magnam ad eludendam illam inæqualitatem tanto minorem, quæ habetur in mediis homogeneis, non illam tanto majorem, quæ oritur a mediorum diſcrimine. Quod vero ad refractionis explicationem ex Mechanica requiritur, expoſuimus a num. 302, ubi adhibuimus principium illud virium inter duo plana parallela agentium æque in diſtantiis æqualibus ab eorum utroque, cujus explicationem ad luminis particulas jam expediemus.

Reflexionem non oriri ab impactu, ſed ab inæqualitate virium in mutatione medii: ubi pro refractionis explicatione præmiſſa principia.

485. Concipiatur (*f*) illa ſphærula, cujus ſemidiameter æqua-

Conſideratio

(f) *Refert* MN *in fig. 70 ſuperficiem dirimentem duo media*, GE *viam radii advenientis*, H *particulam luminis;* HE *celeritatem ejus abſolutam*, HS *parallelam*, SE *perpendicularem*, *quæ eſt eo minor*, *quo radius incidit magis obliquus*: abc *eſt ſphæra*, *intra quam habetur actio ſenſibilis in particulam* H, *quæ eſt adhuc tota in priore medio*: X, X', X'' *ſunt loca plura particulæ progredientis inter plana* AB, CD *parallela ſuperficiei* MN, *ſita ad diſtantiam ab ea æqualem ſemidiametro ſphæræ* Hc. *Particula ſita inter illa plana ubicunque*, *ut in* X, *ea ſphæra habebit ſuum ſegmentum* FRL *ultra ſuperficiem* MN: *ſit ejus axis* RT, *& eodem axe ſegmentum* QTZ *priori æquale*, *ac* mn *planum per centrum parallelum* MN. *Segmenta* mFLn, mQZn *ejuſdem medii agent æqualiter*. *Segmenta* FRL, QTZ *inæqualiter*, *ſed eorum vires dirigentur per axem* TR *in alteram e binis plagis oppoſitis*; *adeoque & differentia virium dirigetur per eundem*, *qui quidem perpendicularis eſt utique planis* AB, CD. *Ea actione via incurva radii ſinuatur per* XX'X''. *Prout vis diri-*

Fig. 70.

ſphæræ, ad quam extenditur vis ſenſibilis agens in lumen: inde vis inter bina plana parallela ſuperficiei dirimenti media; inter quæ vis agit.

æquatur diſtantiæ illi, ad quam agunt actione ſatis ſenſibili particulæ corporum in lucis particulam, quæ cum lucis particula progrediatur ſimul. Donec ipſa ſphærula eſt in aliquo homogeneo medio tota, vires in particulam circunquaque æquales erunt ad ſenſum, & cum nullus habeatur immediatus incurſus, motus inertiæ vi factus erit ad ſenſum rectilineus, & uniformis. Ubi illa ſphærula aliquod aliud ingreſſa fuerit diverſæ naturæ medium, cujus eadem moles exerceat in particulas luminis vim diverſam a prioris medii vi; jam illa pars novi medii, quæ intra ſphærulam immerſa erit, non exercebit in ipſam particulam vim æqualem illi, quam exeret pars ſphærulæ ipſi reſpondens ex altera centri parte, & facile patet, differentiam virium debere dirigi per axem perpendicularem illis ſegmentis ſphærulæ, per quem ſingulæ utriuſque ſegmenti vires diriguntur, nimirum perpendiculariter ad ſuperficiem dirimentem duo media, quæ illud prius ſegmentum terminat: & quoniam ubicunque particula ſit in æquali diſtantia a ſuperficie, illud ſegmentum erit magnitudinis ejuſdem; vis motum perturbans in iiſdem a ſuperficie illa diſtantiis eadem erit. Durabit autem ejuſmodi vis, donec ipſa ſphærula tota intra novum medium immergatur. Incipiet autem immergi ipſa ſphærula in novum medium, ubi particula advenerit ad diſtantiam ab ipſius ſuperficie æqualem radio ſphærulæ, & immergetur tota, ubi ipſa particula jam immerſa fuerit, ac ad diſtantiam eandem proceſſerit. Quare ſi concipiantur duo plana parallela ipſi ſuperficiei dirimenti media, quæ ſuperficies in exiguo tractu habetur pro plana, ad diſtantias citra, & ultra ipſam æquales radio illius ſphærulæ, ſive intervallo actionis ſenſibilis; particula conſtituta inter illa plana habebit vim ſecundum directionem perpendicularem ipſis planis, quæ in data diſtantia ab eorum altero utrovis æqualis erit.

Tres caſus, qui exhibent reflexionem, vel refractionem cum receſſu a perpendiculo, vel ipſam refractionem cum acceſſu.

486. Porro id ipſum eſt id, quod aſſumpſimus num. 302, & unde derivavimus reflexionis, ac refractionis legem: nimirum ſi concipiatur ejuſmodi vis reſoluta in duas, alteram parallelam iis planis, alteram perpendicularem: illa vis poteſt

---

getur verſus CD, *vel verſus* AB, *curva erit cava verſus eaſdem, & in mutatione directionis vis ipſius mutabitur flexus curvæ. Si autem curva evaſerit alicubi parallela plano* AB; *flectet curſum retro; niſi id accidat accurate in ſitu vis = o, qui caſus eſt in infinitum improbabilis. Id accidet in aliis radiis citius, in aliis ſerius, pro diverſa abſoluta celeritate radii, pro diverſa inclinatione incidentiæ, & pro diverſa natura, vel conſtitutione particulæ, abeuntibus aliis particulis per* QXIK, *aliis per* QXX`I`K`, *aliis per* QXX`X``I``K``. *Porro perquam exiguum diſcrimen in vi, vel celeritate, poteſt curvam uno aliquo in loco a poſitione proxima paralleliſmo ad ipſum paralleliſmum traducere, quo loco ſuperato adhuc ſumma actionum uſque ad* O *poteſt eſſe ad ſenſum eadem. Reliqua ſunt hic, ut num. 306.*

eſt perpendicularem velocitatem vel extinguere totam ante, quam deveniatur ad planum ulterius, vel imminuere, vel augere. In primo caſu debet particula retro regredi, & deſcribere curvam ſimilem illi, quam deſcripſit uſque ad ejuſmodi extinctionem, recuperando iiſdem viribus in regreſſu, quod amiſerat in progreſſu, adeoque debet egredi in angulo reflexionis æquali angulo incidentiæ: in ſecundo caſu habetur refractio cum receſſu a perpendiculo, in tertio refractio cum acceſſu ad ipſum, & in utrolibet caſu, quæcunque fuerit inclinatio in ingreſſu, debet differentia quadratorum velocitatis perpendicularis in ingreſſu, & egreſſu eſſe conſtantis cujuſdam magnitudinis ex principio mechanico demonſtrato num. 176 in adn. & inde num. 305 eſt erutum illud, ſinum anguli incidentiæ ad ſinum anguli refracti debere eſſe in conſtanti ratione, quæ eſt celeberrima lucis proprietas, cui tota innititur Dioptrica, & præterea illud num. 306 velocitatem in medio præcedente ad velocitatem in medio ſequente eſſe in ratione reciproca ſinuum eorundem.

Lumen debere in corpora reagere æqualiter: hinc immenſa lucis tenuitas: qui effectus ipſi falſo tribuantur a nonnullis.

487. Hoc pacto ex uniformi Theoria deductæ ſunt notiſſimæ, ac vulgares leges reflexionis, ac refractionis, ex quibus plura conſectaria deduci poſſunt. Inprimis quoniam debet actio ſemper eſſe mutua, dum corpora agunt in lumen ipſum reflectendo, & refringendo; debet ipſum lumen agere in corpora, ac debet eſſe velocitas amiſſa a lumine ad velocitatem acquiſitam a centro gravitatis corporis ſiſtentis lumen, ut eſt maſſa corporis ad maſſam luminis. Inde deducitur immenſa luminis tenuitas: nam maſſa tenuiſſima leviſſimæ plumulæ ſuſpenſæ filo tenui, ſi impetatur a radio repente immiſſo, nullum progreſſivum acquirit motum, qui ſenſu percipi poſſit. Cum tam immanis ſit velocitas amiſſa a lumine; facile patet, quam immenſa ſit tenuitas luminis. Newtonus etiam radiorum impulſioni tribuit progreſſum vaporum cometicorum in caudam; ſed eam ego ſententiam ſatis valido, ut arbitror, argumento rejeci in mea diſſertatione *De Cometis*. Sunt, qui auroras boreales tribuant halitibus tenuiſſimis impulſis a radiis ſolaribus, quod miror fieri etiam ab aliquo, qui radios putat eſſe undas tantummodo, nam undæ progreſſivum motum per ſe non imprimunt: qui autem cenſent, & fluvios retardari orienti Soli contrarios, & Terræ motus fieri ex impulſu radiorum Solis, ii ſane nunquam per legitima Mechanicæ principia inquiſiverunt in luminis tenuitatem.

Tenuiſſimum motum imprimi a lumine particulis corporum: calorem, & uſtionem provenire ab earum viribus internis, quod ipſum probatur hic.

488. Solis particulis tenuiſſimis corporum imprimunt motum radii, ex quo per internas vires aucto oritur calor, & quidem in opacis corporibus multo facilius, ubi tantæ ſunt reflexionum, & refractionum internæ viciſſitudines: exiguo motu impreſſo paucis particulis, reliqua internæ mutuæ vires agunt juxta ea, quæ diximus num. 467. Sic ubi radiis ſolaribus ſpeculo collectis comburuntur aliqua, alia calcinantur

 etiam;

etiam; omnes illi motus ab internis utique viribus oriuntur, non ab impulſione radiorum. Regulus antimonii ita calcinatus auget aliquando pondus decima ſui parte. Sunt, qui id tribuant maſſæ radiorum ibi collectæ. Si id ita eſſet; debuiſſet citiſſime abire illa ſubſtantia cum parte decima velocitatis amiſſæ a lumine, ſive citius, quam binis arteriæ pulſibus ultra Lunam fugere. Quamobrem alia debet eſſe ejus phænomeni cauſa, qua de re fuſius egi in mea diſſertatione *De Luminis Tenuitate*.

Denſiora agere in lumen fortius: ſed ſulphuroſa, & oleoſa pari denſitate plus: cur id ipſum.

489. Quoniam lumen in ſulphuris particulas agit validiſſime, nam ſulphuroſæ, & oleoſæ ſubſtantiæ facillime accenduntur; eæ contra in lumen validiſſime agunt. Subſtantiæ generaliter eo magis agunt in lumen, quo denſiores ſunt, & attractionum ſumma prævalet, ubi radius utrumque illud planum transgreſſus refringitur: & idcirco generaliter ubi fit tranſitus a medio rariore ad denſius, refractio fit per acceſſum ad perpendiculum, & ubi a medio denſiore ad rarius, per receſſum. Sed ſulphuroſa, & oleoſa corpora multo plus agunt in lucem, quam pro ratione ſuæ denſitatis. Ego ſane arbitror, uti monui num. 467. ipſum ignem nihil eſſe aliud, niſi fermentationem ingentem lucis cum ſulphurea ſubſtantia.

Lumen in progreſſu nullam pati reſiſtentiam, poſitive probatur.

490. Lumen per media homogenea progredi motu liberrimo, & ſine ulla reſiſtentia medii, per quod propagetur, eruitur etiam ex illo, quod velocitas parallela maneat conſtans, uti aſſumpſimus num. 302, quod aſſumptum ſi non ſit verum, manentibus ceteris; ratio ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti non eſſet conſtans: ſed idem eruitur etiam ex eo, quod ubi radius ex aere abivit in vitrum, tum e vitro in aerem progreſſus eſt, ſi iterum ad vitrum deveniat; eandem habeat refractionem, quam habuit prima vice. Porro ſi reſiſtentiam aliquam pateretur, ubi ſecundo advenit ad vitrum; haberet refractionem majorem: nam velocitatem haberet minorem, quæ ſemel amiſſa non recuperatur per hoc, quod reſiſtentia minuatur, & eadem vis mobile minori velocitate motum magis detorquet a directione ſui motus.

Unde lux in phoſphoris quibuſdam.

491. Poſteaquam lux intra opaca corpora tam multis, tam variis erravit ambagibus, aliqua ſaltem ſui parte deveniet iterum ad ſuperficiales particulas, & avolabit. Inde omnino ortum habebit lux illa tam multorum phoſphororum, quæ deprehendimus, e Sole retracta in tenebras lucere per aliquot ſecunda, & a numero ſecundorum licet conjicere longitudinem itineris confecti per tot itus, ac reditus intra meatus internos. Sed progrediamur jam ad reliqua, quæ num. 472 propoſuimus.

Cur in majore obliquitate plus luminis reflectatur.

492. Primo quidem illud facile perſpicitur, ex Theoria, quam expoſuimus, cur, ubi radius incidit cum majore inclinatione ad ſuperficiem, major luminis pars reflectatur. Et quidem in diſſertatione, quam ſuperiore anno die 12 Novembris legit

Bou-

Digitized by Google

Bouguerius in Academiæ Pariſienſis conventu publico, uti habetur in *Mercurio Gallico* hujus anni ad menſem Januarii, profitetur, ſe inveniſſe in aqua in inclinatione admodum ingenti reflexionem eſſe æque fortem, ac in Mercurio, ut nimirum reflectantur duo trientes, dum in incidentia perpendiculari vix quinquageſima quinta pars reflectatur. Porro ratio in promptu eſt. Quo magis inclinatur radius incidens ad ſuperficiem novi medii, eo minor eſt perpendicularis velocitas, uti patet: quare vires, quæ agunt intra illa duo plana, eo facilius, & in pluribus particulis totam velocitatem perpendicularem elident, & reflexionem determinabunt.

Diverſam refrangibilitatem non pendere a ſola diverſa celeritate particularum luminis, ſed etiam a diverſo earum textu inducente vim diverſam.

493. Verum id quidem jam ſupponit, non in omnes lucis particulas eandem exerceri vim, ſed in iis diſcrimen haberi aliquod. Ejuſmodi diſcrimina diligenter evolvam. Inprimis diſcrimen aliquod haberi debet ex ipſo textu particularum luminis, ex quo pendeat conſtans diſcrimen proprietatum quarundam, ut illud inprimis diverſæ radiorum refrangibilitatis. Quod idem radius refringatur ab una ſubſtantia magis, ab alia minus in eadem etiam inclinatione incidentiæ, id quidem provenit a diverſa natura ſubſtantiæ refringentis, uti vidimus: ac eodem pacto e contrario, quod e diverſis radiis ab eodem medio, & cum eadem inclinatione, alius refringatur magis, alius minus, id provenire debet a diverſa conſtitutione particularum pertinentium ad illos radios. Debet autem id provenire vel a diverſa celeritate in particulis radiorum, vel a diverſa vi. Porro demonſtrari poteſt, a ſola diverſitate celeritatis non provenire, atque id præſtiti in ſecunda parte meæ diſſertationis *De Lumine*: quanquam etiam radii diverſæ refrangibilitatis debeant habere omnino diverſam quoque celeritatem; nam ſi ante ingreſſum in medium refringens habuiſſent æqualem; jam in illo inæqualem haberent, cum velocitas præcedens ad velocitatem ſequentem ſit in ratione reciproca ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti: & hæc ratio in radiis diverſæ refrangibilitatis ſit omnino diverſa. Quare provenit etiam a vi diverſa, quæ cum conſtanter diverſa ſit, ob conſtantem in eodem radio, utcunque reflexo, & refracto, refrangibilitatis gradum, debet oriri a diverſa conſtitutione particularum, ex qua ſola poteſt provenire diverſa ſumma virium pertinentium ad omnia puncta. Cum vero diverſa conſtanter ſit harum particularum conſtitutio; nihil mirum, ſi diverſam in oculo impreſſionem faciant, & diverſam ideam excitent.

Ex eadem refractione radiorum ejuſdem coloris emiſſorum ab omnibus lucidis corporibus evinci eandem in iis celeritatem, & textum.

494. At quoniam experimentis conſtat, radios ejuſdem coloris eandem refractionem pati ab eodem corpore, ſive a ſtellis fixis provenerint, ſive a Sole, ſive a noſtris ignibus, ſive etiam a naturalibus, vel artificialibus phoſphoris, nam ea omnia eodem teleſcopio æque diſtincta videntur; manifeſto patet, omnes radios ejuſdem coloris pertinentes ad omnia ejuſmodi lucida corpora eadem velocitate eſſe præditos, & eadem diſpoſi-

diſpoſitione punctorum: neque enim probabile eſt, (& fortaſſe nec fieri id poteſt), celeritatem diverſam a diverſa vi compenſari ubique accurate ita, ut ſemper eadem habeatur refractio per ejuſmodi compenſationem.

Vices facilioris reflexionis &c, oriri a contractione, & expanſione particularum in progreſſu inducente diſcrimen.

495. Sed oportet invenire aliud diſcrimen inter diverſas conſtitutiones particularum pertinentium ad radios ejuſdem refrangibilitatis ad explicandas vices facilioris reflexionis, & facilioris transmiſſus; ac inde mihi prodibit etiam ratio phænomeni radiorum, qui in reflexione, & refractione irregulariter diſperguntur, & ratio diſcriminis inter eos, qui reflectuntur potius, quam refringantur, ex quo etiam fit, ut in majore inclinatione reflectantur plures. Newtonus plures innuit in Optica ſua hypotheſes ad rem utcunque adumbrandam, quarum tamen nullam abſolute amplectitur: ego utar hic cauſa, quam adhibui in illa diſſertatione *De Lumine* parte ſecunda, quæ cauſa & exiſtit, & rei explicandæ eſt idonea: quamobrem admitti debet juxta legem communem philoſophandi. Ubi particula luminis a corpore lucido excutitur, fieri utique non poteſt, ut omnia ejus puncta eandem acquiſierint velocitatem, cum a punctis repellentibus diverſas diſtantias habuerint. Debuerunt igitur aliqua celerius progredi, quæ ſociis relictis proceſſiſſent, niſi mutuæ vires, acceleratis lentioribus, ea retardaſſent, unde neceſſario oriri debuit particulæ progredientis oſcillatio quædam, in qua oſcillatione particula ipſa debuit jam produci non nihil, jam contrahi: & quoniam dum per medium homogeneum particula progreditur, inæqualitas ſummæ actionum in punctis ſingulis debet eſſe ad ſenſum nulla; durabit eadem per ipſum medium homogeneum reciprocatio contractionis, ac productionis particulæ, quæ quidem productio, & contractio poterit eſſe ſatis exigua; ſi nimirum nexus punctorum ſit ſatis validus: ſed ſemper erit aliqua, & poteſt itidem eſſe non ita parva, nec vero debet eſſe eadem in particulis diverſi textus.

In limitibus ejus velut oſcillationis diutius perſtare formam: in diverſa parte ejuſdem virium ſummam eſſe diverſam.

496. Porro in ea reciprocatione figuræ habebuntur limites quidam productionis maximæ, & maximæ contractionis, in quibus juxta communem admodum indolem maximorum, & minimorum diutiſſime perdurabitur, motu reliquo, ubi jam inde diſceſſum fuerit ad diſtantiam ſenſibilem cum ingenti celeritate peracto, uti in pendulorum oſcillationibus videmus, pondus in extremis oſcillationum limitibus quaſi hærere diutius, in reliquis vero locis celerrime prætervolare: ac in alio virium genere diverſo a gravitate conſtanti, illa mora in extremis limitibus poteſt eſſe adhuc multo diuturnior, & excurſus in diſtantiis ſenſibilibus ab utrovis maximo multo magis celer. Deveniet autem particula ad medium extremarum illarum duarum diſpoſitionum diutius perſeverantium poſt æqualia temporum intervalla, ut æquales pendulorum oſcillationes ſunt æque diuturnæ, ac idcirco dum particula progreditur per medium homogeneum, recurrent illæ ipſæ binæ diſpoſitiones poſt æqua-

lia

lia intervalla ſpatiorum pendentia a conſtanti velocitate particulæ, & a conſtanti tempore, quo particulæ cujusvis oſcillatio durat. Demum ſumma virium, quam novum medium, ad quod accedit particula, exercet in omnia particulæ puncta, non erit ſane eadem in diverſis illis oſcillantis particulæ diſpoſitionibus.

Inde binæ diſpoſitiones conſtantes vicium in maxima particularum parte appellente in iis limitibus: in parte exigua appellente inter eos diſperſio.

497. Hiſce omnibus rite conſideratis, concipiatur jam ille fere continuus affluxus particularum etiam homogenearum ad ſuperficiem duo heterogenea media dirimentem. Multo maximus numerus adveniet in altera ex binis illis oppoſitis diſpoſitionibus, non quidem in medio ipſius, ſed prope ipſam, & admodum exiguus erit numerus earum, quæ adveniunt cum diſpoſitione ſatis remota ab illis extremis. Quæ in hiſce intermediis adveniunt, mutabunt utique diſpoſitiones ſuas in progreſſu inter illa duo plana, inter quæ agit vis motum particulæ perturbans, ita, ut in datis ab utrovis plano diſtantiis vires ad diverſas particulas pertinentes, ſint admodum diverſæ inter ſe. Quare illæ, quæ retro regredientur, non eandem ad ſenſum recuperabunt in regreſſu velocitatem perpendicularem, quam habuerunt in acceſſu, adeoque non reflectentur in angulo reflexionis æquali ad ſenſum angulo incidentiæ, & illæ, quæ ſuperabunt intervallum illud omne, in appulſu ad planum ulterius, aliæ aliam ſummam virium expertæ, habebunt admodum diverſa inter ſe incrementa, vel decrementa velocitatum perpendicularium, & proinde in admodum diverſis angulis egredientur diſperſæ. At quæ advenient cum binis illis diſpoſitionibus contrariis, habebunt duo genera virium, quarum ſingula pertinebunt conſtanter ad claſſes ſingulas, cum quarum uno idcirco facilius in illo continuo curvaturæ flexu devenietur ad poſitionem illis planis parallelam, ſive ad extinctionem velocitatis perpendicularis, cum altero difficilius: adeoque habebuntur in binis illis diſpoſitionibus oppoſitis binæ vices, altera facilioris, altera difficilioris reflexionis, adeoque facilioris tranſitus, quæ quidem regredientur poſt æqualia ſpatiorum intervalla, quanquam ita, ut ſumma facilitas in media diſpoſitione ſita ſit, a qua quæ minus, vel magis in appulſu diſcedunt, magis e contrario, vel minus de illa facilitate participent. Is ipſe acceſſus major, vel minor ad ſummam illam facilitatem in media diſpoſitione ſitam in Benvenutiana diſſertatione ſuperius memorata exhibetur per curvam quandam continuam hinc, & inde æque inflexam circa ſuum axem, & inde reliqua omnia, quæ ad vices, & earum conſectaria pertinent, luculentiſſime explicantur.

Unde diſcrimen rationis luminis reflexi ad tranſmiſſum.

498. Porro hinc & illud patet, qui fieri poſſit, ut e radiis homogeneis ad eandem ſuperficiem advenientibus alii tranſmittantur, & alii reflectantur, prout nimirum advenerint in altera e binis diſpoſitionibus: & quoniam non omnes, qui cum altera ex extremis illis diſpoſitionibus adveniunt, adveniunt

niunt prorſus in media diſpoſitione, fieri utique poterit, ut ratio reflexorum ad transmiſſos ſit admodum diverſa in diverſis circumſtantiis, nimirum diverſi mediorum diſcriminis, vel diverſæ inclinationis in acceſſu: ubi enim inæqualitas virium eſt minor, vel major perpendicularis velocitas per illam extinguenda ad habendam reflexionem, non reflectentur, niſi illæ particulæ, quæ advenerint in diſpoſitione illi mediæ quamproxima, adeoque multo pauciores, quam ubi vel inæqualitas virium eſt major, vel velocitas perpendicularis eſt minor, unde fiet, ut quemadmodum experimur, quo minus eſt mediorum diſcrimen, vel major incidentiæ angulus, eo minor radiorum copia reflectetur: ubi & illud notandum maxime, quod ubi in continuo flexu curvaturæ viæ particulæ cujuſvis, quæ via jam in alteram plagam eſt cava, jam in alteram, prout prævalent attractiones denſioris medii, vel repulſiones, devenitur identidem ad poſitionem fere parallelam ſuperficiei dirimenti media, velocitate perpendiculari fere extincta, exiguum diſcrimen virium poteſt determinare parallelismum ipſum, ſive illius perpendicularis velocitatis extinctionem totalem: quanquam eo veluti anfractu ſuperato, ubi demum reditur ad planum citerius in reflexione, vel ulterius in refractione, ſumma omnium actionum, quæ determinat velocitatem perpendicularem totalem, debeat eſſe ad ſenſum eadem, nimirum nihil mutata ad ſenſum ab exigua illa differentia virium, quam peperit exiguum diſpoſitionis diſcrimen a media diſpoſitione.

Unde diſcrimen in intervallis vicium. 499. Atque hoc pacto ſatis luculenter jam explicatum eſt diſcrimen inter binas vices, ſed ſupereſt exponendum, unde diſcrimen intervalli vicium, quod propoſuimus num. 472. Quod diverſi colorati radii diverſa habeant intervalla, nil mirum eſt: nam & diverſæ velocitates diverſa requirunt intervalla ſpatii inter vices oppoſitas, quando etiam eæ vices redeant æqualibus temporis intervallis, & diverſus particularum heterogenearum textus requirit diverſa oſcillationum tempora. Quod in diverſis mediis particulæ ejuſdem generis habeant diverſa intervalla, itidem facile colligitur ex diverſa velocitate, quam in iis haberi poſt refractionem oſtendimus num. 493; ſed præterea in ipſa mediorum mutatione inæqualis actio inter puncta particulam componentia poteſt utique, & vero videtur etiam debere oſcillationis magnitudinem, & fortaſſe etiam ordinem mutare, adeoque celeritatem oſcillationis ipſius. Demum ejuſmodi mutatio pro diverſa inclinatione viæ particulæ advenientis ad ſuperficiem, diverſa utique eſſe debet, ob diverſam poſitionem motuum punctorum ad ſuperficiem ipſam, & ad maſſam agentem in ipſa puncta. Quamobrem patet, eas omnes tres cauſas debere diſcrimen aliquod exhibere inter diverſa intervalla, uti reapſe ex obſervatione colligitur.

Diſcrimen id 500. Si poſſemus noſſe peculiares conſtitutiones particula-

rum ad diverſos coloratos radios pertinentium, ordinem, & numerum, ac vires, & velocitates punctorum ſingulorum; tum mediorum conſtitutionem ſuam in ſingulis, ac ſatis Geometriæ, ſatis imaginationis haberemus, & mentis ad omnia ejuſmodi ſolvenda problemata; liceret a priori determinare intervallorum longitudines varias, & eorundem mutationes pro tribus illis diverſis circumſtantiis exhibere. Sed quoniam longe citra eum locum conſiſtimus, debemus illas tantummodo colligere per obſervationes, quod ſumma dexteritate Newtonus præſtitit, qui determinatis per obſervationem ſingulis, mira inde conſectaria deduxit, & Naturæ phænomena explicavit, uti multo luculentius videre eſt in illa ipſa Benvenutiana diſſertatione. Illud unum ex proportionibus a Newtono inventis haud difficulter colligitur, ea diſcrimina non pendere a ſola particularum celeritate, nam celeritatum proportiones novimus per ſinuum rationem: & facile itidem deducitur ex Theoria, quod etiam multo facilius infertur partim ex Theoria, & partim ex obſervatione, radium, qui poſt quotcunque vel reflexiones, vel refractiones regulares devenit ad idem medium, eandem in eo velocitatem habere ſemper; nam velocitates in reflexione manent, & in mutatione mediorum ſunt in ratione reciproca ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti; ac tam Theoria, quam obſervatio facile oſtendit, ubi planis parallelis dirimantur media quotcunque, & radius in data inclinatione ingreſſus e primo abeat ad ultimum, eundem fore refractionis angulum in ultimo medio, qui eſſet, ſi a primo immediate in ultimum tranſiviſſet. Sed hæc innuiſſe ſit ſatis.

non poſſe definiri, niſi per obſervationes: non pendere a ſola velocitate.

501. Illud etiam innuam tantummodo, quod Newtonus in Opticis Quæſtionibus exponit, eſſe miram quandam cryſtalli Iſlandicæ proprietatem, quæ radium quemvis, dum refringit, diſcerpit in duos, & alium uſitato modo refringit, alium inuſitato quodam, ubi & certæ quædam obſervantur leges, quarum explicationes ipſe ibidem inſinuat haberi poſſe per vires diverſas in diverſis lateribus particularum luminis, ac ſolum adnotabo illud, ex num. 423 patere, in mea Theoria nullam eſſe difficultatem agnoſcendi in diverſis lateribus ejuſdem particulæ diverſas diſpoſitiones punctorum, & vires, qua ipſa diverſitate uſi ſumus ſuperius ad explicandam ſolidorum cohæſionem, & organicam formam, ac certas figuras tot corporum, quæ illas vel affectant conſtanter, vel etiam acquirunt.

Quod de cryſtallo Iſlandica Newtonus prodidit, id in hac Theoria nullam habere difficultatem.

502. Remanet demum diffractio luminis explicanda, quam itidem num. 472 propoſueramus. Ea eſt quædam velut inchoata reflexio, & refractio. Dum radius advenit ad eam diſtantiam a corpore diverſæ naturæ ab eo, per quod progreditur, quæ virium inæqualitatem inducit, incurvat viam vel accedendo, vel recedendo, & directionem mutat. Si corporis ſuperficies ibi eſſet ſatis ampla, vel reflecteretur ad angulos æquales, vel immergeretur intra novum illud medium, & refringeretur;

Diffractionem eſſe inchoatam reflexionem, vel refractionem.

geretur: at quoniam acies ibidem progreſſum ſuperficiei interrumpit; progreditur quidem radius aciem ipſam evitans, & circa illam prætervolat; ſed egreſſus ex illa diſtantia directionem conſervat poſtremo loco acquiſitam, & cum ea, diverſa utique a priore, moveri pergit: ut adeo tota luminis Theoria ſibi ubique admodum conformis ſit, & cum generali Theoria mea apprime conſentiens, cujus rami quidam ſunt bina Newtoni præclariſſima comperta virium, quibus cæleſtia corpora motus peragunt ſuos, & quibus particulæ luminis reflectuntur, refringuntur, diffringuntur. Sed de luce, & coloribus jam ſatis.

De ſapore, & odore: multorum error in ratione denſitatis odoris propagati.

503. Poſt ipſam lucem, quæ oculos percellit, & viſionem parit, ac ideam colorum excitat, pronum eſt devbi ad ſenſus ceteros, in quibus multo minus immorabimur, cum circa eos multo minora habeamus comperta, quæ determinatam phyſicam explicationem ferant. Saporis ſenſus excitatur in palato a ſalibus. De angulosa illorum forma jam diximus num. 464, quæ ad diverſum excitandum motum in papillis palati abunde ſufficit; licet etiam dum diſſolvuntur, vires varias pro varia punctorum diſpoſitione exercere debeant, quæ ſaporum diſcrimen inducant. Odor eſt quidam tenuis vapor ex odoriferis corporibus emiſſus, cujus rei indicia ſunt ſane multa, nec omnino aſſentiri poſſum illi, qui odorem etiam, ut ſonum, in tremore medii cujuſdam interpoſiti cenſet conſiſtere. Porro quæ evaporationum ſit cauſa, explicavimus abunde num. 462. Illud unum hic innuam, errare illos, uti pluribus oſtendi in prima parte meæ diſſertationis *De Lumine*, qui multi ſane ſunt, & præſtantes Phyſici, qui odoribus etiam tribuunt proprietatem lumini debitam, ut nimirum eorum denſitas minuatur in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a corpore odorifero. Ea proprietas non convenit omnibus iis, quæ a dato puncto diffunduntur in ſphæram, ſed quæ diffunduntur cum uniformi celeritate, ut lumen. Si enim concipiantur orbes concentrici tenuiſſimi datæ craſſitudinis; ii erunt ut ſuperficies, adeoque ut quadrata diſtantiarum a communi centro, ac denſitas materiæ erit in ratione ipſorum reciproca; ſi maſſa ſit eadem: ut ea in ulterioribus orbibus ſit eadem, ac in citerioribus; oportet ſane, tota materia, quæ erat in citerioribus ipſis, progrediatur ad ulteriores orbes motu uniformi, quo fiet, ut, appellente ad citeriorem ſuperficiem orbis ulterioris particula, quæ ad citeriorem citerioris appulerat, appellat ſimul ad ulteriorem ulterioris, quæ appulerat ſimul ad ulteriorem citerioris, materia tota ex orbe citeriore in ulteriorem accurate tranſlata: quod niſi fiat, vel niſi loco uniformis progreſſus habeatur accurata compenſatio velocitatis imminutæ, & impeditæ a progreſſu partis vaporum, quæ compenſatio accurata eſt admodum improbabilis; non habebitur denſitas reciproce proportionalis orbibus, ſive eorum ſuperficiebus, vel diſtantiarum quadratis.

504. So-

504. Sonus geometricas determinationes admittit plures, & quod pertinet ad vibrationes chordæ elaſticæ, vel campani æris, vel motum impreſſum aeri per tibias, & tubas, id quidem in Mechanica locum habet, & mihi commune eſt cum communibus theoriis. Quod autem pertinet ad progreſſum ſoni per aerem uſque ad aures, ubi delatus ad tympanum excitat eum motum, a quo ad cerebrum propagato idea ſoni excitatur, res eſt multo operoſior, & pendet plurimum ab ipſa medii conſtitutione: ac ſi accurate ſolvi debeat problema, quo quæratur ex data medii fluidi elaſticitate propagatio undarum, & ratio inter oſcillationum celeritates, a qua multipliciter variata pendent omnes toni, & conſonantiæ, ac diſſonantiæ, & omnis ars muſica, ac tempus, quo unda ex dato loco ad datam diſtantiam propagatur; res eſt admodum ardua; ſi ſine ſubſidiariis principiis, & gratuitis hypotheſibus tractari debeat, & determinationi reſiſtentiæ fluidorum eſt admodum affinis, cum qua motum in fluido propagatum communem habet. Exhibebo hic tantummodo ſimpliciſſimi caſus undas, ut appareat, qua via ineundam cenſeam in mea Theoria ejuſmodi inveſtigationem.

De ſono difficultas in determinandis undis excitatis in fluido elaſtico.

505. Sit in recta linea diſpoſita ſeries punctorum ad data intervalla æqualia a ſe invicem diſtantium, quorum bina quæque ſibi proxima ſe repellant viribus, quæ creſcant imminutis diſtantiis, & dentur ipſæ. Concipiatur autem ea ſeries ex utraque parte in infinitum producta, & uni ex ejus punctis concipiatur externa vi celerrime agente in ipſum multo magis, quam agant puncta in ſe invicem, breviſſimo tempuſculo impreſſa velocitas quædam finita in ejuſdem rectæ directione verſus alteram plagam, ut dexteram, ac reliquorum punctorum motus conſideretur. Utcunque exiguum accipiatur tempuſculum poſt primam ſyſtematis perturbationem, debent illo tempuſculo habuiſſe motum omnia puncta. Nam in momento quovis ejus tempuſculi punctum illud debet acceſſiſſe ad punctum ſecundum poſt ſe dexterum, & receſſiſſe a ſiniſtro, velocitate nimirum in eo genita majore, quam generent vires mutuæ, quæ ſtatim agent in utrumque proximum punctum, aucta diſtantia a ſiniſtro, & imminuta a dextero, qua fiet, ut ſiniſtrum urgeatur minus ab ipſo, quam a ſibi proximo ſecundo ex illa parte, & dexterum ab ipſo magis, quam a poſteriore ipſi proximo, & differentia virium producet illico motum aliquem, qui quidem initio, ob differentiam virium tempuſculo infiniteſimo infiniteſimam, erit infinities minor motu puncti impulſi, ſed erit aliquis: eodem pacto tertium punctum utraque ex parte debet illo tempuſculo infiniteſimo habere motum aliquem, qui erit infiniteſimus reſpectu ſecundi, & ita porro. Poſt tempuſculum utcunque exiguum omnia puncta æquilibrium amittent, & motum habebunt aliquem. Interea ceſſante actione vis impellentis punctum primum incipiet ipſum retar-

Quo pacto oriantur undæ in ſerie continua punctorum ſe invicem repellentium.

Digitized by Google

dari vi repulſiva ſecundi dexteri prævalente ſupra vim ſecundi ſiniſtri, ſed adhuc progredietur, & accedet ad ſecundum, ac ipſum accelerabit: verum poſt aliquod tempus retardatio continua puncti impulſi, & acceleratio ſecundi reducent illa ad velocitatem eandem: tum vero non ultra accedent ad ſe invicem, ſed recedent, quo receſſu incipiet retardari etiam punctum primum dexterum, ac paullo poſt extinguetur tota velocitas puncti impulſi, quod incipiet regredi: aliquanto poſt incipiet regredi & punctum ſecundum dexterum, & aliquanto poſt tertium, ac ita porro aliud poſt aliud. Sed interea punctum impulſum, dum regreditur, incipiet urgeri magis a primo ſiniſtro, & acceleratio minuetur: tum habebitur retardatio, tum motus iterum reflexus. Dum id punctum iterum incipit regredi verſus dexteram, erit aliquod e dexteris, quod tunc primo incipiet regredi verſus ſiniſtram, & dum per eaſdem vices punctum impulſum iterum reflexit motum verſus ſiniſtram, aliud dexterum remotius incipiet regredi verſus ipſam ſiniſtram, ac ita porro motus ſemper progreditur ad dexteram major, & incipient regredi nova puncta alia poſt alia. Undæ amplitudinem determinabit diſtantia duorum punctorum, quæ ſimul eunt, & ſimul redeunt, ac celeritatem propagationis ſoni tempus, quod requiritur ad unam oſcillationem puncti impulſi, & diſtantia a ſe invicem punctorum, quæ ſimul cum eo eunt, & redeunt; & quod ad dexteram accidit, idem accidit ad ſiniſtram. Sed & ea perquiſitio eſt longe altioris indaginis, quam ut hic inſtitui debeat; & ad veras ſoni undas elaſticas referendas non ſufficit una ſeries punctorum jacentium in directum, ſed congeries punctorum, vel particularum circumquaque diſperſarum, & ſe repellentium.

Solutio difficultatis pertinentis ad propagationem rectilineam diverſorum ſonorum admodum facilis in hac Theoria.

506. Interea illud unum adjiciam, in mea Theoria admodum facile ſolvi difficultatem, quam Eulerus objecit Mairanio, explicanti propagationem diverſorum ſonorum, a quibus diverſi toni pendent, per diverſa genera particularum elaſticarum, quæ habentur in aere, quorum ſingula ſingulis ſonis inſerviant, ut diverſi ſunt colorati radii cum diverſo conſtanti refrangibilitatis gradu, & colore. Eulerus illud objicit, uti tam multa ſunt ſonorum genera, quæ ad noſtras, & aliorum aures ſimul poſſint deferri, ita debere haberi continuam ſeriem particularum omnium generum ad ea deferenda, quod haberi omnino non poſſit, cum circa globum quenvis in eodem plano non niſi ſex tantummodo alii globi in gyrum poſſint conſiſtere. Difficultas in mea Theoria nulla eſt, cum particulæ aliæ in alias non agant per immediatum contactum, ſed in aliqua diſtantia, quæ diametro globorum poteſt eſſe major in ratione quacunque utcunque magna. Cum igitur certi globuli in iiſdem diſtantiis poſſint eſſe inertes reſpectu certorum, & activi reſpectu aliorum; patet, poſſe multos diverſorum generum globulos eſſe permixtos ita, ut actionem aliorum ſentiant alii. Quin

immo

Digitized by Google

immo licet activi ſint globuli, fieri debet, ut alii habeant motus conformes tum eos, qui pendent a viribus mutuis inter duos globulos, a quibus proveniunt undæ, tum eos, qui pendent ab interna diſtributione punctorum, a qua proveniunt ſingularum particularum interni vibratorii motus, & qui itidem ad diverſum ſonorum genus plurimum conferre poſſint, & diſſimilium globorum oſcillationes ſe mutuo turbent, ſimilium perpetuo poſt primas actiones actionibus aliis conformibus augeantur, quemadmodum in conſonantibus inſtrumentorum chordis cernimus, quarum una percuſſa ſonant & reliquæ. Ubique libertas motuum, & diſpoſitionis, quæ ſublato immediato impulſu, & accurata continuitate in corporum textu, acquiritur ad explicandam naturam, eſt perquam idonea, & opportuna.

De calore & frigore: materiæ cientis calorem expanſio orta ab elaſticitate: fixatio ejuſdem, & velocitas ut torrentis cujuſdam.

507. Quod pertinet ad tactiles proprietates, quid ſit ſolidum, fluidum, rigidum, molle, elaſticum, flexile, fragile, grave, abunde explicavimus: quid lævigatum, quid aſperum, per ſe patet. Caloris cauſam repono in motu vehementi inteſtino particularum igneæ, vel ſulphureæ ſubſtantiæ fermenteſcentis potiſſimum cum particulis luminis, & qua ratione id fieri poſſit, expoſuimus. Frigus haberi poteſt per ipſum defectum ejuſmodi ſubſtantiæ, vel defectum motus in ipſa. Haberi poſſunt etiam particulæ, quæ frigus cieant actione ſua, ut nitroſæ, per hoc, quod ejuſmodi particularum motum ſiſtant, & eas, attractione mutuas ipſarum vires vincente, ad ſe rapiant, ac ſibi affundant quodammodo, veluti alligatas. Poteſt autem generari frigus admodum intenſum in corpore calido per ſolum etiam acceſſum corporis frigefacti ob ſolum ejuſmodi ſubſtantiæ defectum. Ea enim, dum fermentat, & in ſuo naturali volatilizationis ſtatu permanet, nititur elaſticitate ſua ipſa ad expanſionem, per quam, ſi in aliquo medio concluſa ſit, utcunque inerte reſpectu ipſius, ad æqualitatem per ipſum diffunditur, unde fit, ut ſi uno in loco dematur aliqua ejus pars, ſtatim illuc ex aliis tantum devolet, quantum ad illam æqualitatem requiritur. Hinc nimirum, ſi in aere libero ceſſet fermentantis ejuſmodi ſubſtantiæ quantitas, vel per imminutam continuationem impulſuum ad continuandum motum, ut imminuta radiorum Solis copia per hyemem, ac in locis remotioribus ab Æquatore, vel per acceſſum ingentis copiæ particularum ſiſtentium ejuſdem ſubſtantiæ motum, unde fit, ut in climatis etiam non multum ab Æquatore diſtantibus ingentia pluribus in locis habeantur frigora, & glacies per nitroſorum effluviorum copiam; e corporibus omnibus expoſitis aeri perpetuo erumpet magna copia ejuſdem fermenteſcentis ibi adhuc, & elaſticæ materiæ igneæ; & ea corpora remanebunt admodum frigida per ſolam imminutionem ejus materiæ, quibus ſi manum admoveamus, ingens illico ex ipſa manu particularum earundem multitudo avolabit transfuſa illuc, ut res ad æqualitatem reducatur,

catur, & tam ipſa ceſſatio illius inteſtini motus, qua immutabitur ſtatus fibrarum organici corporis, quam ipſe rapidus ejus ſubſtantiæ in aliam irrumpentis torrens, eam poterit, quam adeo moleſtam experimur, frigoris ſenſationem excitare.

Imago in aeris fixatione, & affluxu.

508. Torrentis ejuſmodi ideam habemus in ipſo velociſſimo aeris motu, qui ſi in aliqua ſpatii parte repente ad fixitatem reducatur in magna copia, ex aliis omnibus advolat celerrime, & horrendos aliquando celeritate ſua effectus parit. Sic ubi turbo vorticoſus, & aerem inferne exſugens prope domum concluſam tranſeat, aer internus expanſiva ſua vi omnia evertit: avolant tecta, diffringuntur feneſtræ, & tabulata, ac omnes portæ, quæ cubiculorum mutuam communicationem impediunt, repente diſſiliunt, & ipſi parietes nonnumquam evertuntur, ac corruunt, quemadmodum Romæ ante aliquot obſervavimus annos, & in diſſertatione *De Turbine* ſuperius memorata, quam tum edidi, pluribus expoſui.

Attractio, quæ poteſt inteſtinum motum ſiſtere, & fixare: communicatio ad æqualem ſaturitatem poſt partem fixatam: ſaturitatis varia diſcrimina.

509. Verum hæc ſola ſubſtantiæ hujuſce fermentantis expanſiva vis non eſt ſatis ad rem explicandam, ſed requiritur etiam certa vis mutua, qua ejuſmodi ſubſtantia in alias quaſdam attrahatur magis, in alias minus, quod qui fieri poſſit, vidimus, ubi de diſſolutione, & præcipitatione egimus: & ejuſmodi attractio poteſt eſſe ita valida, ut motum ipſum inteſtinum prorſus impediat appreſſione ipſa, ac fixationem ejus ſubſtantiæ inducat, quæ ſi minor ſit, permittet quidem motus fermentatorii continuationem, ſed a ſe totam maſſam divelli non permittet, niſi accedente corpore, quod majorem exerceat vim, & ipſam ſibi rapiat. Hic autem raptus fieri poteſt ob duplicem cauſam: primo quidem, quod alia ſubſtantia majorem abſolutam vim habeat in ejuſmodi ſubſtantiam igneam, quam alia, pari etiam particularum numero: deinde, quod licet ea æque, vel etiam minus trahat, adhuc tamen cum utraque in minoribus diſtantiis trahat plus, in majoribus minus, illa habeat ejus ſubſtantiæ multo minus etiam pro ratione attractionis ſuæ, quam altera: nam in hoc ſecundo caſu, adhuc ab hac poſteriore avellerentur particulæ affuſæ ipſius particulis ad diſtantias aliquanto majores, & affunderentur particulis prioris ſubſtantiæ, donec in utravis ſubſtantia haberetur æqualis ſaturitas, ſi ejus partes inter ſe conferantur, & æqualis itidem attractiva vis particularum ſubſtantiæ igneæ maxime remotarum a particulis utriuſque ſubſtantiæ, quibus ea affunditur: ſed copia ipſius ſubſtantiæ igneæ poſſit adhuc eſſe in iis binis ſubſtantiis in quacunque ratione diverſa inter ſe; cum poſſit in altera ob vim longius pertinentem certa vis haberi in diſtantia majore, quam in altera, adeoque altitudo ejuſmodi veluti marium in altera eſſe major, minor in altera, & in iiſdem diſtantiis poſſit in altera haberi ob vim majorem denſitas major ſubſtantiæ ipſius igneæ affuſæ, quam in altera. Ex hiſce quidem principiis, ac diverſis combinationibus, mirum ſa-

ne,

ne, quam multa deduci poſſint ad explicationem Naturæ perquam idoneis.

Quæ a diffuſione ad æqualitatem conſequantur potiſſimum reſpectu refrigerationis, & conglaciationis.

510. Sic etiam ex hac diffuſione ad ejuſmodi æqualitatem eandem inter diverſas ejuſdem ſubſtantiæ partes, ſed admodum diverſam inter ſubſtantias diverſas, facile intelligitur, qui fiat, ut manus in hyeme expoſita libero aeri minus ſentiat frigoris, quam ſolido cuipiam ſatis denſo corpori, quod ante ipſi aeri frigido diu fuerit expoſitum, ut marmori, & inter ipſa corpora ſolida, multo majus frigus ab altero ſentiat, quam ab altero, ac ab aere humido multo plus, quam a ſicco, rapta nimirum in diverſis ejuſmodi circumſtantiis eodem tempore admodum diverſa copia igneæ ſubſtantiæ, quæ calorem in manu fovebat. Atque hic quidem & analogiæ ſunt quædam cum iis, quæ de refractione diximus: nam plerumque corpora, quæ plus habent materiæ, niſi oleoſa, & ſulphoroſa ſint, majorem habent vim refractivam, pro ratione denſitatis ſuæ, & corpora itidem communiter, quo denſiora ſunt, eo citius manum admotam calore ſpoliant, quæ idcirco ſi lineam telam libero expoſitam aeri contingat in hyeme, multo minus frigeſcit, quam ſi lignum, ſi marmora, ſi metalla. Fieri itidem poteſt, ut aliqua ſubſtantia ejuſmodi ſubſtantiam igneam repellat etiam, ſed ob aliam ſubſtantiam admixtam ſibi magis attrahentem, adhuc aliquid ſurripiat magis, vel minus, prout ejus admixtæ ſubſtantiæ plus habet, vel minus. Sic fieri poſſet, ut aer ejuſmodi ſubſtantiam igneam reſpueret, ſed ob heterogenea corpora, quæ ſuſtinet, inter quæ inprimis eſt aqua in vapores elevata, ſurripiat nonnihil; ubi autem in ipſo volitantes particulæ, quæ ad fixitatem adducunt, vel expellunt ejuſmodi ſubſtantiam igneam, accedant ad alias, ut aqueas, fieri poteſt, ut repente habeantur & concretiones, atque congelationes, ac inde nives, & grandines. A diffuſione vero ad æqualitatem intra idem corpus fieri utique debet, ut ubi altius infra Terræ ſuperficiem deſcenſum ſit, permanens habeatur caloris gradus, ut in fodinis, ad exiguam profunditatem pertinente effectu viciſſitudinum, quas habemus in ſuperficie ex tot ſubſtantiarum permixtionibus continuis, & acceſſu, ac receſſu ſolarium radiorum, quæ omnia ſe mutuo compenſant ſaltem intra annum, antequam ſenſibilis differentia haberi poſſit in profundioribus locis: ac ex diverſa vi, quam diverſæ ſubſtantiæ exercent in ejuſmodi ſubſtantiam igneam, provenire debet & illud, quod experimenta evincunt, ut nimirum nec eodem tempore æque frigeſcant diverſæ ſubſtantiæ aeri libero expoſitæ, nec caloris imminutio certam denſitatum rationem ſectetur, ſed varietur admodum independenter ab ipſa. Eodem autem pacto & alia innumera ex iiſdem principiis, ubique ſane conformibus admodum facile explicantur.

Eodem pa-

511. Patet autem ex iiſdem principiis repeti poſſe explicatio-

explicari & electricitatem : Principia Frankliniana theoriæ Electricitatis.

tionem etiam præcipuorum omnium ex Electricitatis phænomenis, quorum Theoriam a Franklino mira ſane ſagacitate inventam in America & exornavit plurimum, & confirmavit, ac promovit Taurini P. Beccaria vir doctiſſimus opere egregio ea de re edito ante hos aliquot annos. Juxta ejuſmodi Theoriam huc omnia reducuntur: eſſe quoddam fluidum electricum, quod in aliis ſubſtantiis & per ſuperficiem, & per interna ipſarum viſcera poſſit pervadere, per alias motum non habeat, licet ſaltem harum aliquæ ingentem contineant ejuſdem ſubſtantiæ copiam ſibi firmiſſime adhærentem, nec ſine frictione, & motu inteſtino effundendam, quarum priora ſint per communicationem electrica, poſteriora vero electrica natura ſua: in prioribus illis diffundi ſtatim id fluidum ad æqualitatem in ſingulis; licet alia majorem, alia minorem ceteris paribus copiam ejuſdem poſcant ad quandam ſibi veluti connaturalem ſaturitatem: hinc e duobus ejuſmodi corporibus, quæ reſpectu naturæ ſuæ non eundem habeant ſaturitatis gradum, eſſe alterum reſpectu alterius electricum per exceſſum, & alterum per defectum, quæ ubi admoveantur ad eam diſtantiam, in qua particulæ circa ipſa corpora diffuſæ, & iis utcunque adhærentes ad modum atmoſphærarum quarundam, poſſint agere aliæ in alias, e corpore electrico per exceſſum fluere illico ejuſmodi fluidum in corpus electricum per defectum, donec ad reſpectivam æqualitatem deventum ſit, in quo effluxu & ſubſtantiæ ipſæ, quæ fluidum dant, & recipiunt, ſimul ad ſe invicem accedant, ſi ſatis leves ſint, vel libere pendeant, & ſi motus coacervatæ materiæ ſit vehemens, exploſiones habeantur, & ſcintillæ, & vero etiam fulgurationes, tonitrua, & fulmina. Hinc nimirum facile repetuntur omnia conſueta electricitatis phænomena, præter Batavicum experimentum phialæ, quod multo generalius eſt, & in Frankliniano plano æque habet locum. Id enim phænomenum ad aliud principium reducitur: nimirum ubi corpora natura ſua electrica exiguam habent craſſitudinem, ut tenuis vitrea lamella, poſſe in altera ſuperficie congeri multo majorem ejus fluidi copiam, dummodo ex altera ipſi ex adverſo reſpondente æqualis copia fluidi ejuſdem extrahatur recepta in alterum corpus per communicationem electricum, quod ut per ſatis amplam ſuperficiei partem fieri poſſit, non excurrente fluido per ejuſmodi ſuperficies; aqua affunditur ſuperficiei alteri, & ad alteram manus tota apprimitur, vel auro inducitur ſuperficies utraque, quod ſit tanquam vehiculum, per quod ipſum fluidum poſſit inferri, & efferri, quod tamen non debet uſque ad marginem deduci, ut citerior inauratio cum ulteriore conjungatur, vel ad illam ſatis accedat: ſi enim id fiat, tranſfuſo ſtatim fluido ex altera ſuperficie in alteram, obtinetur æqualitas, & omnia ceſſant electrica ſigna.

Eorum expli-

512. Hujuſmodi Theoriæ ea pars, quæ continet reſpectivam illam

illam ſaturitatem, conſpirat cum iis, quæ diximus de ignea ſubſtantia, ubi ipſam reſpectivam ſaturitatem abunde explicavimus. Dum autem fluidum vi mutua agente abit ex altera ſubſtantia in alteram; facile patet, debere ipſa etiam ea corpora, quorum particulæ ipſum fluidum, quanquam viribus inæqualibus, ad ſe trahunt, ad ſe invicem accedere, ac facile itidem patet, cur aer humidus, in quo ob admixtas aquæ particulas vidimus citius manum frigeſcere, electricis phænomenis contrarius ſit, vaporibus abripientibus illico, quod in catena a globi ſibi proximi frictione in ipſo excitatum, & avulſum congeritur. Secunda pars, ex qua Batavicum experimentum pendet, & ſucceſſus plani Frankliniani, aliquanto difficilior, explicatione tamen ſua non caret. Fieri utique poteſt, ut in certis corporibus ingens ſit ejus ſubſtantiæ copia ob attractionem ingentem, & ad exiguas diſtantias pertinentem, congeſta, quæ in aliquanto majore diſtantia in repulſionem tranſeat, ſed attractioni non prævalentem. Hæc repulſio cum illa copia materiæ poteſt eſſe in cauſa, ne per ejuſmodi ſubſtantias tranſire poſſit is vapor, & ne per ipſam ſuperficiem excurrat, nec vero ad eam accedat ſatis; niſi alterius ſubſtantiæ adjunctæ actio ſimul ſuperveniat, & adjuvet. Tum vero ubi lamina ſit tenuis, poteſt repulſio, quam exercent particulæ fluidi prope alteram ſuperficiem ſiti, agere in particulas ſitas circa ſuperficiem alteram: ſed adhuc fieri poteſt, ut ea non poſſit ſatis ad vincendam attractionem, qua hærent particulis ſibi proximis: verum ſi ea adjuvetur ex una parte ab attractione corporis admoti per communicationem electrici, & ex altera creſcat acceſſu novi fluidi advecti ad ſuperficiem oppoſitam, quod vim ipſam repulſivam intendat; tum vero ipſa prævaleat. Ipſa autem prævalente, effluet ex ulteriore ſuperficie ejus fluidi pars novum illud corpus admotum ingreſſa, ac ex ejus partis remotione, ceſſante parte vis repulſivæ, quam nimirum id, quod effluit, exercebat in particulas citerioris ſuperficiei, ipſi citeriori ſuperficiei adhæreat jam idcirco major copia fluidi electrici admota per aquam, vel aurum, donec tamen, communicatione extrorſum reſtituta per ſeriem corporum ſola communicatione electricorum, defluxus ex altera ſuperficie pateat ad alteram. Porro explicationem hujuſmodi & illud confirmat, quod experimentum in lamina nimis craſſa non ſuccedit. Quod autem per ſubſtantiam natura ſua electricam non permeet, ut æqualitatem acquirat, id ipſum provenire poſſet ab exigua diſtantia, ad quam extendatur ingens ejus attractiva vis in illam ſubſtantiam fluidam, & aliquanto majore diſtantia ſuarum particularum a ſe invicem: nam in eo caſu altera particula ſubſtantiæ per ſe electricæ, utut ſpoliata magna parte ſui fluidi, non poterit rapere partem ſatis magnam fluidi alteri parti affuſi, & appreſſi.

catio in hac Theoria.

513. Hæc quidem an eo modo ſe habeant, definire non licet. *Quod videatur*

 niſi

eſſe diſcrimen inter materiam electricam, & igneam.

niſi & illud oſtendatur ſimul, rem aliter ſe habere non poſſe. Sed illud jam patet, Theoriam meam, ſervato ſemper eodem agendi modo, ſuggerere ideam earum etiam diſpoſitionum materiæ, quæ poſſint maxime omnium ardua, & compoſita explicare Naturæ phænomena, ac corporum diſcrimina. Illud unum hic addam; quoniam & ingens inter igneam ſubſtantiam, & electricum fluidum analogia deprehenditur, & habetur itidem diſcrimen aliquod; fieri etiam poſſe, ut inter ſe in eo tantummodo diſcrepent, quod altera ſit cum actuali fermentatione, & inteſtino motu, quamobrem etiam comburat, & calefaciat, & dilatet, ac rarefaciat ſubſtantias, altera ad fermenteſcendum apta ſit, ſed ſine illa, ſaltem tanta agitatione, quantam fermentatio inducit orta ex colliſione ingenti mutua, vel ex aliarum admixtione ſubſtantiarum, quæ ſint ad fermentandum idoneæ.

De magnetica vi: directionem, & ejus variationem pendere ab attractione, & mutatione maſſarum ingentium attrahentium.

514. Quod ad magneticam vim pertinet, adnotabo illud tantummodo, ejus phænomena omnia reduci ad ſolam attractionem certarum ſubſtantiarum ad ſe invicem. Nam directio, ad quam & inclinatio, & declinatio reducitur, repeti utique poteſt ab attractione ipſa ſola. Videmus acum magneticam inclinari ſtatim prope fodinas ferri, intra quas idcirco nullus eſt pyxidis magneticæ uſus. Si ingens adeſſet in ipſis polis, & in iis ſolis, maſſa ferrea; omnes acus magneticæ dirigerentur ad polos ipſos: ſed quoniam ubique terrarum fodinæ ferreæ habentur, ſi circa polos eædem ſint in multo majore copia, quam alibi; dirigentur utique acus polos verſus, ſed cum aliqua deviatione in reliquas maſſas per totam Tellurem diſperſas, quæ nunquam poterit certum ſuperare graduum numerum; niſi plus æquo ad fodinam aliquam accedatur. Declinatio ejuſmodi diverſa erit in diverſis locis, ob diverſam eorum locorum poſitionem ad omnes ejuſmodi maſſas, & vero etiam variabitur, cum fodinæ ferri & deſtruantur in dies novæ, & generentur, ac augeantur, & minuantur in horas. Variatio intra unum diem exigua erit, cum eæ mutationes in fodinis intra unum diem exiguæ ſint: procedente tempore evadet major, eritque omnino irregularis; ſi mutationes, quæ in fodinis accidunt, ſint etiam ipſæ irregulares.

Attractionem, & polos cohærere cum hac Theoria: difficultas de diſtantia ad quam vis ea extenditur: conjectura de ſolutione ipſius.

515. Quod autem ad attractionem pertinet, eam in particulis haberi poſſe patet, & ab earum textu debere pendere: plurima autem ſunt magnetiſmi phænomena, quæ oſtendant, mutata diſpoſitione particularum generari magneticam vim, vel deſtrui, & multo frequentius intendi, vel remitti, cujus rei exempla paſſim occurrunt apud eos, qui de magneticis agunt. Poli autem ex altera parte attractivi, ex altera repulſivi, qui habentur in magnetiſmo itidem, cohærent cum Theoria; cum virium ſumma ex altera parte poſſit eſſe major, quam ex altera. Difficultatem aliquam majorem parit diſtantia ingens, ad quam ejuſmodi vis extenditur: at fieri utique id ipſum poteſt per aliquod effluviorum intermedium genus, quod tenuitate

tate

tate ſua effugerit huc uſque obſervantium oculos, & quod per intermedias vires ſuas connectat etiam maſſas remotas, ſi forte ex ſola diverſa combinatione punctorum habentium vires ab eadem illa mea curva expreſſas id etiam phænomenon provenire non poſſit. Sed ad hæc omnia rite evolenda, & illuſtranda ſingulares tractatus, & longæ perquiſitiones requirerentur; hic mihi ſatis eſt indicaſſe ingentem Theoriæ meæ fœcunditatem, & uſum in difficillimis quibuſcunque Phyſicæ etiam particularis partibus pertractandis.

Quid materia, & unde ejus vires: tria diverſa principia, a quibus provenire poſſunt.

516. Supereſt, ut poſtremo loco dicamus hic aliquid de alterationibus, & transformationibus corporum. Pro materia mihi ſunt puncta indiviſibilia, inextenſa, prædita vi inertiæ, & viribus mutuis expreſſis per ſimplicem continuam curvam habentem determinatas illas proprietates, quas expreſſi a num. 117, & quæ per æquationem quoque algebraicam definiri poteſt. An hæc virium lex ſit intrinſeca, & eſſentialis ipſis indiviſibilibus punctis; an ſit quiddam ſubſtantiale, vel accidentale ipſis ſuperadditum, quemadmodum ſunt Peripateticorum formæ ſubſtantiales, vel accidentales; an ſit libera lex Auctoris Naturæ, qui motus ipſos ſecundum legem a ſe pro arbitrio conſtitutam dirigat: illud non quæro, nec vero inveniri poteſt per phænomena, quæ eadem ſunt in omnibus iis ſententiis. Tertia eſt cauſarum occaſionalium ad guſtum Carteſianorum, ſecunda Peripateticis inſervire poteſt, qui in quovis puncto poſſunt agnoſcere materiam, tum formam ſubſtantialem exigentem accidens, quod ſit formalis lex virium, ut etiam, ſi velint, deſtructa ſubſtantia, remanere eadem accidentia in individuo, poſſint conſervare individuum iſtud accidens, unde ſenſibilitas remanebit prorſus eadem, & quæ pro diverſa combinatione ejuſmodi accidentium pertinentium ad diverſa puncta, erit diverſa. Prima ſententia videtur eſſe plurimorum e Recentioribus, qui impenetrabilitatem, & activas vires, quas admittunt Leibnitiani, & Newtoniani paſſim, videntur agnoſcere pro primariis materiæ proprietatibus in ipſa ejus eſſentia ſitis. Poteſt utique hæc mea Theoria adhiberi in omnibus hiſce philoſophandi generibus, & ſuo cujuſque peculiari cogitandi modo aptari poteſt.

Homogeneitas elementorum. Si ea non admittatur, quanto plures combinationes per diverſas leges virium: formam ſubſtantialem, & accidentia poſſe Peripateticos, ſi velint, agnoſcere in ipſis punctis.

517. Hæc materia mihi eſt prorſus homogenea, quod pertinet ad legem virium, & argumenta, quæ habeo pro homogeneitate, expoſui num. 92. Siqua occurrent Naturæ phænomena, quæ per unicum materiæ genus explicari non poſſint; poterunt adhiberi plura genera punctorum cum pluribus legibus inter ſe diverſis, atque id ita, ut tot leges ſint, quot ſunt binaria generum, & præterea, quot ſunt ipſa genera, ut illarum ſingulæ exprimant vires mutuas inter puncta pertinentia ad bina ſingulorum binariorum genera, & harum ſingulæ vires mutuas inter puncta pertinentia ad idem genus, ſingulæ pro generibus ſingulis. Porro inde mirum ſane, quanto major

Digitized by Google

combinationum numerus oriretur, & quanto facilius explicarentur omnia phænomena. Poſſent autem illæ leges exponi per curvas quaſdam, quarum aliquæ haberent aliquid commune, ut aſymptoticum impenetrabilitatis arcum, & arcum gravitatis, ac aliæ ab aliis poſſent diſtare magis, ut habeantur quædam genera, & quædam differentiæ, quæ corporum elementa in certas claſſes diſtribuerent; & hic Peripateticis, ſi velint, occaſio daretur admittendi materiam ubique homogeneam, ac formas ſubſtantiales diverſas, quæ accidentalem virium formam diverſam exigant, & vero etiam plures accidentales formas, quæ diverſas determinent vires, ex quibus componatur vis totalis unius elementi reſpectu ſui ſimilium, vel reſpectu aliorum.

Mira varietas conſectariorum: poſſibilitas quotlibuerit Mundorum in eodem ſpatio cum apparenti compenetratione, ſine ulla notitia unius cujuſvis in aliis.

518. Poſſet autem admitti vis in quibuſdam generibus nulla, & tunc ſubſtantia unius ex iis generibus liberrime permearet per ſubſtantiam alterius ſine ullo occurſu, qui in numero finito punctorum indiviſibilium nullus haberetur, adeoque tranſiret cum impenetrabilitate reali, & compenetratione apparente: ac poſſet unum genus eſſe colligatum cum alio per legem virium, quam habeant cum tertio, ſine ulla lege virium mutua inter ipſa, vel poſſent ea duo genera nullum habere nexum cum ullo tertio: atque in hoc poſteriore caſu haberi poſſent plurimi Mundi materiales, & ſenſibiles in eodem ſpatio ita inter ſe diſparati, ut nullum alter cum altero haberet commercium, nec alter ullam alterius notitiam poſſet unquam acquirere. Mirum ſane, quam multæ aliæ in caſibus illius nexus cujuſpiam duorum generum cum tertio combinationes haberi poſſint ad explicanda Naturæ phænomena: ſed argumenta, quæ pro homogeneitate protuli, locum habent pro omnibus punctis, cum quibus nos commercium aliquod habere poſſumus, pro quibus ſolis inductio locum habere poteſt. An autem ſint alia punctorum genera vel hic in noſtro ſpatio, vel alibi in diſtantia quavis, vel ſi id ipſum non repugnat, in aliquo alio ſpatii genere, quod nullam habeat relationem cum noſtro ſpatio, in quo poſſint eſſe puncta ſine ulla relatione diſtantiæ a punctis in noſtro ſpatio exiſtentibus, nos prorſus ignoramus, nihil enim eo pertinens omnino ex Naturæ phænomenis colligere poſſumus, & nimis eſt audax, qui eorum omnium, quæ condidit Divinus Naturæ Fabricator limitem ponat ſuam ſentiendi, & vero etiam cogitandi vim.

Formam in homogeneitatis ſuppoſitione eſſe numerum, & diſpoſitionem punctorum, quæ ſunt radix omnium proprietatum: quæ dici poſſint formæ ſpecificæ:

519. Sed redeundo ad meam homogeneorum elementorum Theoriam, ſingulares corporum formæ erunt combinatio punctorum homogeneorum, quæ habetur a diſtantiis, & poſitionibus, ac præter ſolam combinationem velocitas, & directio motus punctorum ſingulorum: pro individuis vero corporum maſſis accedit punctorum numerus. Dato numero & diſpoſitione punctorum in data maſſa, datur radix omnium proprietatum, quas habet eadem maſſa in ſe, & omnium relationum,

quas

quas eadem habere debet cum aliis maſſis, quas nimirum determinabunt numeri, & combinationes, ac motus earum, & datur radix omnium mutationum, quæ ipſi poſſunt accidere. Quoniam vero ſunt quædam combinationes peculiares, quæ exhibent quaſdam peculiares proprietates conſtantes, quas determinavimus, & expoſuimus, nimirum ſuæ pro cohæſione, & variis ſoliditatum gradibus, ſuæ pro fluiditate, ſuæ pro elaſticitate, ſuæ pro mollitie, ſuæ pro certis acquirendis figuris, ſuæ pro certis habendis oſcillationibus, quæ & per ſe, & per vires ſibi affixas diverſos ſapores pariant, & diverſos odores, & colorum diverſas conſtantes proprietates exhibeant, ſunt autem aliæ combinationes, quæ inducunt motus, & mutationes non permanentes, uti eſt omne fermentationum genus; poſſunt a primis illis conſtantium proprietatum combinationibus deſumi ſpecificæ corporum formæ, & differentiæ, & per haſce poſteriores habebuntur alterationes, & transformationes. *unde alterationes, & transformationes.*

520. Inter illas autem proprietates conſtantes poſſunt ſeligi quædam, quæ magis conſtantes ſint, & quæ non pendeant a permixtione aliarum particularum, vel etiam, quæ ſi amittantur, facile, & prompte acquirantur, & illæ haberi pro eſſentialibus illi ſpeciei, quibus conſtanter mutatis habeatur transformatio, iiſdem vero manentibus, habeatur tantummodo alteratio. Sic ſi fluidi particulæ alligentur per alias, ut motum circa ſe invicem habere non poſſint, ſed illarum textus, & virium genus maneat idem; conglaciatum illud fluidum dicetur tantummodo alteratum, non vero etiam mutatum ſpecifice. Ita alterabitur etiam, & non ſpecifice mutabitur corpus, aucta quantitate materiæ igneæ, quam in poris continet, vel aucto motu ejuſdem, vel etiam aucta aliqua ſuarum partium oſcillatione, ac dicetur calefactione nova alteratum tantummodo: & aquæ maſſa, quæ poſt ebullitionem redit ad priorem formam, erit per ipſam ebullitionem alterata, non transformata: figuræ itidem mutatio, ubi ex cera, vel metallo diverſa fiunt opera, alterationem quandam inducet. At ubi mutatur ille textus, qui habebatur in particulis, atque id mutatione conſtanti, & quæ longe alia phænomena præbeat; tum vero dicetur corrumpi, & transformari corpus. Sic ubi e ſolidis corporibus generetur permanens aer elaſticus, & vapores elaſtici ex aqua, ubi aqua in terram concreſcat, ubi commixtis ſubſtantiis pluribus arcte inter ſe cohæreant novo nexu earum particulæ, & novum mixtum efforment, ubi mixti particulæ ſeparatæ per ſolutionem nexus ipſius, quod accidit in putrefactione, & in fermentationibus plurimis, novam ſingulæ conſtitutionem acquirant, habebitur transformatio. *Diſcrimen inter transformationem, & alterationem.*

521. Si poſſemus inſpicere intimam particularum conſtitutionem, & textum, ac diſtinguere a ſe invicem particulas ordinum gradatim altiorum a punctis elementaribus ad hæc noſtra corpora; fortaſſe inveniremus aliqua particularum genera *Quid requiretur ad inſpiciendam formam intimam, unde liceret*

ita

a priori reducere maſſas ad genera, & ſpecies: quid præſtandum, cum id non liceat.

ita ſuæ formæ tenacia, ut in omnibus permutationibus ea nunquam corrumpantur, ſed mutentur quorundam altiorum ordinum particulæ per ſolam mutationem compoſitionis, quam habent a diverſa diſpoſitione particularum conſtantium ordinis inferioris; liceret multo certius dividere corpora in ſuas ſpecies, & diſtinguere elementa quædam, quæ haberi poſſent pro ſimplicibus, & inalterabilibus vi Naturæ, tum compoſitiones mixtorum ſpecificas, & eſſentiales ab accidentalibus proprietatibus diſcernere. Sed quoniam in intimum ejuſmodi textum penetrare nondum licet; eas proprietates debemus diligenter notare, quæ ab illo intimo textu proveniunt, & noſtris ſenſibus ſunt perviæ, quæ quidem omnes conſiſtunt in viribus, motu, & mutatione diſpoſitionis maſſularum grandiuſcularum, quæ ſenſibus ſe noſtris objiciunt, & conſtanter habitas, vel facile, & brevi recuperatas diſtinguere a tranſitoriis, vel facile, & conſtanter amiſſas, & ex illarum aggregato diſtinguere ſpecies, haſce vero habere pro accidentalibus.

Videri, nos nunquam poſſe devenire ad cognoſcendam intimam ſubſtantiam, & eſſentiam, ac diſcrimina ſpecifica.

522. Verum quod ad omne hoc argumentum pertinet, non erit abs re, ſi poſtremo loco huc transferam ex Stayana *Recentiore Philoſophia*, ac meis in eam adnotationibus, illud, quod habeo ad verſum 547 libri 1: „ Quamvis intrinſecam corporum naturam intueri non liceat, non eſſe abjiciendum, affirmat, Naturæ inveſtigandæ ſtudium: poſſe ex externis illis „ proprietatibus plures detegi in dies: id ipſum ſummæ laudi „ eſſe: ideam ſane, quam habemus confuſam ſubſtantiæ eas habentis proprietates, proprietatibus ipſis auctis extendimus. „ Rem illuſtrat aptiſſimo exemplo ejus ſubſtantiæ, quam aurum appellamus, ac ſeriem proprietatum eo ordine proponit, quo ipſas detectas eſſe veroſimiliter arbitratur: colorem „ fulvum, pondus graviſſimum, ductilitatem, fuſilitatem, quod „ in fuſione nihil amittat, quod rubiginem non contrahat. „ Diu his tantummodo proprietatibus auri ſubſtantiam contineri eſt creditum, fero additum, ſolvi per illam, quam dicunt aquam regiam, & præcipitari immiſſo ſale. Porro & „ aliæ ſupererunt plurimæ ejuſmodi proprietates olim fortaſſe „ detegendæ: quo plures detegimus, eo plus ad confuſam illam naturæ auri cognitionem accedimus: a clara, atque intima ipſius naturæ contemplatione adhuc abſumus. Idem, „ quod in hoc vidimus peculiari corpore, de corporis in genere natura affirmat. Inveſtigandas proprietates, quibus detectis illum intimum proprietatum fontem attingi nunquam „ poſſe: nil niſi inania proferri vocabula, ubi intimæ proprietates inveſtigantur.

Quid tamen præſtari poſſit circa generales proprietates, & generalia principia: id eſſe hic præſtitum.

523. Hæc ego quidem ex illo: tum meam hanc ipſam Theoriam reſpiciens, quam & ipſe libro 10 expoſuit nondum edito, ſic perſequor: „ Quid autem, ſi partim obſervatione, „ partim ratiocinatione adhibita, conſtaret demum, materiam „ homogeneam eſſe, ac omne diſcrimen inter corpora prove-

„ nire

„ nire a forma, nexu, viribus, & motibus particularum, quæ
„ ſint intima origo ſenſibilium omnium proprietatum. Ea
„ noſtros ſenſus non alia effugiunt ratione, niſi ob nimis exi-
„ guam particularum molem: nec noſtræ mentis vim, niſi ob
„ ingentem ipſarum multitudinem, & ſublimiſſimam, utut
„ communem, virium legem, quibus fit, ut ad intimam ſin-
„ gularum ſpecierum compoſitionem cognoſcendam aſpirare non
„ poſſimus. At generalium corporis proprietatum, & genera-
„ lium diſcriminum explicationem libro 10 ex intimis iis prin-
„ cipiis petitam, exhibebimus fortaſſe non infeliciter: peculia-
„ rium corporum textum olim cognoſci, difficillimum quidem
„ eſſe, arbitror, prorſus impoſſibile, affirmare non auſim.

324. Demum ibidem illud addo, quod pertinet ad genera, & ſpecies: „ Interea ſpecificas naturas æſtimamus, & diſtin- **Quo pacto interea ſpecies diſtinguamus.**
„ guimus a collectione illa externarum proprietatum, in quo
„ plurimum confert ordo, quo deteguntur. Si quædam col-
„ lectio, quæ ſola innotuerat, inveniatur ſimul cum nova
„ quadam proprietate conjuncta, in aliis fere æquali numero
„ cum alia diverſa; eam, quam pro ſpecie infima habeba-
„ mus, pro genere quodam habemus continente ſub ſe illas
„ ſpecies, & nomen, quod prius habuerant, pro utraque reti-
„ nemus. Si diu invenimus conjunctam ubique cum aliqua
„ nova, deinde vero alicubi multo poſterius inveniatur ſine
„ illa nova; tum, nova illa jam in naturæ ideam admiſſa,
„ hanc ſubſtantiam ea carentem ab ejuſmodi natura arcemus,
„ nec ipſi id nomen tribuimus. Si nunc inveniretur maſſa,
„ quæ ceteras omnes enumeratas auri proprietates haberet,
„ ſed aqua regia non ſolveretur, eam non eſſe aurum dicere-
„ mus. Si initio compertum eſſet, alias ejuſmodi maſſas ſol-
„ vi, alias non ſolvi per aquam regiam, ſed per alium liquo-
„ rem, & utrumque in æquali fere earum maſſarum numero
„ notatum eſſet, putatum fuiſſet, binas eſſe auri ſpecies, qua-
„ rum altera alterius liquoris ope ſolveretur.

Hæc ego ibi; unde adhuc magis patet, quid ſpecificæ formæ ſint, & inde, quid ſit transformatio. Sed de his omnibus jam ſatis.

A P-

APPENDIX
Ad Metaphyſicam pertinens
DE
ANIMA, & DEO.

Argumentum hujus Appendicis, & cur ſit addita.

525 QUæ pertinent ad diſcrimen animæ a materia, & ad modum, quo anima in corpus agit, rejecta Leibnitianorum harmonia præſtabilita, perſecutus jam ſum in parte prima a num. 153. Hic primum & id ipſum diſcrimen evolvam magis, & addam de ipſius animæ, & ejus actuum vi, ac natura, nonnulla, quæ cum eodem operis argumento arctiſſime connectuntur: tum ad eum colligendum, qui ſemper maximus eſſe debet omnium philoſophicarum meditationum fructus, nimirum ad ipſum potentiſſimum, ac ſapientiſſimum Auctorem Naturæ conſcendam.

Diſcrimen inter animam & corpus: in hoc omnia peragi per diſtantias locales, motus, ac vires inducentes motum localem.

526. Inprimis hic iterum patet, quantum diſcrimen ſit inter corpus, & animam, ac inter ea, quæ corporeæ materiæ tribuimus, & quæ in noſtra ſpirituali ſubſtantia experimur. Ibi omnia perſecimus tantummodo per diſtantias locales, & motus, ac per vires, quæ nihil aliud ſint, niſi determinationes ad motus locales, ſive ad mutandas, vel conſervandas locales diſtantias certa lege neceſſaria, & a nulla materiæ ipſius libera determinatione pendentes. Nec vero ullas ego repræſentativas vires in ipſa materia agnoſco, quarum nomine haud ſcio, an ii ipſi, qui utuntur, ſatis norint, quid intelligant, nec ullum aliud genus virium, aut actionum ipſi tribuo, præter illud unum, quod reſpicit localem motum, & acceſſus mutuos, ac receſſus.

In anima nos experiri ſenſationes, & cogitationes, ac volitiones: Vim eſſe in nobis innatam, qua videamus harum diſcrimina, & relationem, quam habent ad ſubſtantias, a quibus procedunt eſſentialiter diverſas.

527. At in ea noſtra ſubſtantia, qua vivimus, nos quidem intimo ſenſu, & reflexione, duplex aliud operationum genus experimur, & agnoſcimus, quarum alterum dicimus ſenſationem, alterum cogitationem, & volitionem. Profecto idea, quam de illis habemus intimam, & prorſus experimentalem, eſt longe diverſa ab idea, quam habemus, localis diſtantiæ, & motus. Et quidem illud mihi, ut in prima parte innui, omnino perſuaſum eſt, ineſſe animis noſtris vim quandam, qua ipſas noſtras ideas, & illos, non locales, ſed animaſticos motus, quos in nobis ipſis inſpicimus, intime cognoſcamus, & non ſolum ſimiles a diſſimilibus poſſimus diſcernere, quod omnino facimus, cum poſt equi viſi ideam, ſe nobis idea piſcis objicit, & hunc dicimus non eſſe equum; vel cum in primis

primis principiis ideas conformes affirmando conjungimus, diſformes vero ſeparamus negando; verum etiam ipſorum non localium motuum, & idearum naturam immediate videamus, atque originem; ut idcirco nobis evidenter conſtet per ſeſe, alias oriri in nobis a ſubſtantia aliqua externa ipſi animo, & admodum diſcrepante ab ipſo, utut etiam ipſi conjuncta, quam corpus dicimus, alias earum occaſione in ipſo animo exurgere, atque enaſci per longe aliam vim: ac primi generis eſſe ſenſationes ipſas, & directas ideas, poſterioris autem omne reflexionum genus, judicia, diſcurſus, ac voluntatis actus tam varios: qua interna evidentia, & conſcientia ſua illi etiam, qui de corporum, de aliorum extra ſe objectorum exiſtentia dubitare vellent, ac idealiſmum, & egoiſmum affectant, coguntur vel inviti internum ejuſmodi ineptiſſimis dubitationibus aſſenſum negare, & quotieſcunque directe, & vero etiam reflexe, ac ſerio cogitant, & loquuntur, aut agunt, ita agere, loqui, cogitare, ut alia etiam extra ſe poſita ſibi ſimilia, & ſpiritualia, & materialia entia agnoſcant: neque enim libros conſcriberent, & ederent, & ſuam rationibus confirmare ſententiam niterentur; niſi illis omnino perſuaſum eſſet, exiſtere extra ipſos, qui, quæ ſcripſerint, & typis vulgaverint, perlegant, qui eorum rationes voce expreſſas aure excipiant, & victi demum ſe dedant.

528. Et vero ex motibus quibuſdam localibus in noſtro corpore factis per impulſum ab externis corporibus, vel per ſe etiam eo modo, quo ab externis fierent, ac delatis ad cerebrum (in eo enim alicubi videtur debere eſſe ſaltem præcipua ſedes animæ, ad quam nimirum tot nervorum fibræ pertingunt idcirco, ut impulſiones propagatæ, vel per ſuccum volatilem, vel per rigidas fibras quaquaverſus deferri poſſint, & inde imperium in univerſum exerceri corpus) exurgunt motus quidam non locales in animo, nec vero liberi, & ideæ coloris, ſaporis, odoris, ſoni, & vero etiam doloris, qui oriuntur quidem ex motibus illis localibus; ſed intima conſcientia teſte, qua ipſorum naturam, & originem intuemur, longe aliud ſunt, quam motus ipſi locales: ſunt nimirum vitales actus, utut non liberi. Præter hos autem in nobis ipſis illud aliud etiam operationum genus perſpicimus cogitandi, ac volendi, quod alii & brutis itidem attribuunt, cum quibus illud primum operationum genus commune nobis eſſe cenſent jam omnes, præter Carteſianos paucos, Philoſophi: nam & Leibnitiani brutis ipſis animam tribuunt, quanquam non immediate agentem in corpus: ſed ex iis, qui ipſam cogitandi, & volendi vim brutis attribuunt, in iis agnoſcunt paſſim omnes, qui ſapiunt, noſtra inferiorem longe, & ita a materia pendentem, ut ſine illa nec vivere poſſint, nec agere; dum noſtras animas etiam a corpore ſeparatas credimus poſſe eoſdem æque cogitationis, & volitionis actus exercere.

Duo genera actuum vitalium, quæ in nobis perſpicimus, ſenſationes, & cogitationes, ac volitiones, quas poſſumus etiam ſine corpore exercere.

Si ea brutis conveniant, quanto imperfectiora in iis eſſe debeant, & quid de voce *ſpiritus*.

529. Porro ex his, qui cogitationem, & voluntatem brutis attribuunt; alii utrique generi applicant nomen ſpiritus, ſed diſtinguunt diverſa ſpirituum genera, alii vocem ſpiritualis ſubſtantiæ tribuunt illis ſolis, quæ cogitare, & velle poſſint etiam ſine ullo nexu cum corpore, & ſine ulla materiæ organica diſpoſitione, & motu, qui neceſſarius eſt brutis, ut vivant. Atque id quidem admodum facile revocari poteſt ad litem de nomine, & ad ideam, quæ affigatur huic voci *ſpiritus*, vel *ſpiritualis*, cujus vocis latina vis originaria non niſi tenuem flatum ſignificat; nec magna erit in vocum uſurpatione difficultas; dummodo bene diſtinguantur a ſe invicem materia expers omni & ſentiendi, & cogitandi, ac volendi vi, a viventibus ſenſu præditis; & in viventibus ipſis anima immortalis, ac per ſe ipſam etiam extra omne organicum corpus capax cogitationis, & voluntatis, a brutis longe imperfectioribus, vel quia ſolum ſentiendi vim habeant omnis cogitationis, & voluntatis expertia, vel quia, ſi cogitent, & velint, longe imperfectiores habeant ejuſmodi operationes, ac diſſoluto per organici corporis corruptionem nexu cum ipſo corpore, prorſus diſpereant.

Diſcrimen inter motus, a quibus idea excitatur, & ideam ipſam: quatuor acceptiones vocis *color*.

530. Ceterum longe aliud profecto eſt & tenuitas lamellæ, quæ determinat hunc potius, quam illum coloratum radium ad reflexionem, ut ad oculos noſtros deveniat, in quo ſenſu adhibet coloris nomen vulgus, & opifices; & diſpoſitio punctorum componentium particulam luminis, quæ certum ipſi conciliat refrangibilitatis gradum, certum in certis circumſtantiis intervallum vicium facilioris reflexionis, & facilioris tranſmiſſus, unde fit, ut certam in oculi fibris impreſſionem faciat, in quo ſenſu nomen coloris adhibent Optici; & impreſſio ipſa facta in oculo, & propagata ad cerebrum, in quo ſenſu coloris nomen Anatomici uſurpare poſſunt; & longe aliud quid, & diverſum ab iis omnibus, ac ne analogum quidem illis, ſaltem ſatis arcto analogiæ, & omnimodæ ſimilitudinis genere, eſt idea illa, quæ nobis excitatur in animo, & quam demum a prioribus illis localibus motibus determinatam intuemur in nobis ipſis, ac intima noſtra conſcientia, & animi vis, de cujus vera in nobis ipſis exiſtentia dubitare omnino non poſſumus, evidentiſſima voce admonent ea de re, & certos nos reddunt.

Commercium animæ cum corpore continere tria legum genera: quæ ſint priora duo.

531. Porro commercium illud inter animam, & corpus, quod unionem appellamus, tria habet inter ſe diverſa legum genera, quarum bina ſunt prorſus diverſa ab ea etiam, quæ habetur inter materiæ puncta, tertium in aliquo genere convenit cum ipſa, ſed ita longe in aliis plurimis ab ea diſtat, ut a materiali mechaniſmo penitus remotum ſit. Priores ſunt in ordine ad motus locales organici noſtri corporis, vel potius ejus partis, ſive ea ſit fluidum quoddam tenuiſſimum, ſive ſint ſolidæ fibræ; & ad motus non locales, ſed animaſticos noſtri animi,

nimi, nimirum ad excitationem idearum, & ad voluntatis actus. Utroque legum genere ad quoſdam motus corporis excitantur quidam animi actus, & vice verſa, & utrumque requirit inter cetera poſitionem certam in partibus corporis ad ſe invicem, & certam animæ poſitionem ad ipſas: ubi enim læſione quadam ſatis magna organici corporis ea mutua poſitio partium ſatis turbatur, ejuſmodi legum obſervantia ceſſat: nec vero ea locum habere poteſt, ſi anima procul diſtet a corpore extra ipſum ſita.

In altero ex iis nexus inter animam, & corpus neceſſarius, in altero liber: exponuntur ambo.

532. Sunt autem ejuſmodi legum duo genera: alterum genus eſt illud, cujus nexus eſt neceſſarius, alterum, cujus nexus eſt liber: habemus enim & liberos, & neceſſarios motus, & ſæpe fit, ut aliquis apoplexia ictus amittat omnem, ſaltem reſpectu aliquorum membrorum, facultatem liberi motus; at neceſſarios, non eos tantum, qui ad nutritionem pertinent, & a ſola machina pendent, ſed & eos, quibus excitantur ſenſationes, retineat. Unde apparet & illud, diverſa eſſe inſtrumenta, quibus ad ea duo diverſa motuum genera utimur. Quanquam & in hoc ſecundo legum genere fieri poſſet, ut nexus ibi quidem aliquis neceſſarius habeatur, ſed non mutuus. Ut nimirum tota libertas noſtra conſiſtat in excitandis actibus voluntatis, & eorum ope etiam ideis mentis, quibus ſemel libero animaſtico motu intrinſeco excitatis, per legem hujus ſecundi generis debeant illico certi locales motus exoriri in ea corporis noſtri parte, quæ eſt primum inſtrumentum liberorum motuum, nulli autem ſint motus locales partis ullius noſtri corporis, nullæ ideæ noſtræ mentis, quæ animum certa lege determinent ad hunc potius, quam illum voluntatis liberum actum; licet fieri poſſit, ut certa lege ad id inclinent, & actus alios aliis faciliores reddant, manente tamen ſemper in animo, in ipſa illa ejus facultate, quam dicimus voluntatem, poteſtate liberrima eligendi illud etiam, contra quod inclinatur, & efficiendi, ut ex mera ſua determinatione præponderet etiam illud, quod independenter ab ea minorem habet vim. In eodem autem genere nexus quidam neceſſarii erunt itidem inter motus locales corporis, ac ideas mentis, cum quibuſdam indeliberatis animi affectionibus, quæ leges, quam multæ ſint, quam variæ, & an ſingula genera ad unicam aliquam ſatis generalem reduci poſſint, id vero nobis quidem ſaltem huc uſque eſt penitus inacceſſum.

Tertium genus in quo conveniat cum nexu mutuo inter puncta materiæ, & in quo ab eo plurimum differat.

533. Tertium legum genus convenit cum lege mutua punctorum in hoc genere, quod ad motum localem pertinet animæ ipſius, ac certam ejus poſitionem ad corpus, & ad certam organorum diſpoſitionem. Durante nimirum diſpoſitione, a qua pendet vita, anima neceſſario debet mutare locum, dum locum mutat corpus, atque id ipſum quodam neceſſario nexu, non libero: ſi enim præceps gravitate ſua corpus ruit, ſi ab alio repente impellitur, ſi vehitur navi, ſi ex ipſius ani-

mæ voluntate progreditur, moveri utique cum ipſo debet neceſſario & anima, ac illam eandem reſpectivam ſedem tenere, & corpus comitari ubique. Diſſoluto autem eo nexu organicorum inſtrumentorum, abit illico, & a corpore, jam ſuis inepto uſibus, diſcedit. At in eo hæc virium lex localem motum animæ reſpiciens plurimum differt a viribus materiæ, quod nec in infinitum protenditur, ſed ad certam quandam ſatis exiguam diſtantiam, nec illam habet tantam reciprocationem determinationis ad acceſſum, & receſſum cum tot illis limitibus, vel ſaltem nullum earum rerum habemus indicium. Fortaſſe nec in minimis diſtantiis a quovis materiæ puncto determinationem ullam habet ad receſſum, cum potius ipſa compenetrari cum materia poſſe videatur: nam ex phænomenis nec illud certo colligi poſſe arbitror, an cum ullo materiæ puncto compenetretur. Deinde nec hujuſmodi vires habet perennes, & immutabiles, pereunt enim deſtructa organizatione corporis, nec eas habet, cum ſuis ſimilibus, nimirum cum aliis animabus, cum quibus idcirco nec impenetrabilitatem habet, nec illos nexus cohæſionum, ex quibus materiæ ſenſibilitas oritur. Atque ex iis tam multis diſcriminibus, & tam inſignibus, ſatis luculenter patet, quam longe hæc etiam lex pertinens ad unionem animæ cum corpore a materiali mechaniſmo diſtet, & penitus remota ſit.

Ubi ſit ſedes animæ, ex puris phænomenis ſciri non poſſe.

534. Ubi ſit animæ ſedes, ex *puris phænomenis certo noſſe* omnino non poſſumus: an nimirum ea ſit præſens certo cuidam punctorum numero, & toti ſpatio intermedio habens virtualem illam extenſionem, quam num. 84 in primis materiæ elementis rejecimus, an compenetretur cum uno aliquo puncto materiæ, cui unita ſecum ferat & neceſſarios illos, & liberos nexus, ut vel illud punctum cum aliis etiam legibus agat in alia puncta quædam, vel ut, enatis certis quibuſdam in eo motibus, cætera fiant per virium legem toti materiæ communem; an ipſa exiſtat in unico puncto ſpatii, quod a nullo materiæ puncto occupetur, & inde nexum habeat cum certis punctis, reſpectu quorum habeat omnes illas motuum localium, & animalticorum leges, quas diximus; id ſane *ex puris Naturæ phænomenis*, & vero etiam, ut arbitror, ex reflexione, & meditatione quavis, quæ fiat *circa ipſa phænomena*, nunquam nobis innoteſcet.

Demonſtratur id ipſum producendo, quid oporteret noſſe ad reſolvendam ejuſmodi quæſtionem ex phænomenis.

535. Nam ad id determinandum ex phænomenis utcunque conſideratis, oporteret noſſe, an ea phænomena poſſint haberi eadem quovis ex iis modis, an potius requiratur aliquis ex iis determinatus ut conjunctio, localis etiam, animæ cum magna corporis parte, vel etiam cum toto corpore. Ad id autem cognoſcendum oporteret diſtinctam habere notitiam earum legum, quas ſecum trahit conjunctio animæ cum corpore, & totius diſpoſitionis punctorum omnium, quæ corpus conſtituunt, ac legis virium mutuarum inter materiæ puncta, tum etiam habere

bere tantam Geometriæ vim, quanta opus eſt ad determinandos omnes motus, qui ex ſola mechanica diſtributione eorundem punctorum oriri poſſint. Iis omnibus opus eſſet ad videndum, an ex motibus, quos anima imperio ſuæ voluntatis, vel neceſſitate ſuæ naturæ induceret in unicum punctum, vel in aliqua determinata puncta, conſequi deinde poſſent per ſolam legem virium communem punctis materiæ omnes reliqui ſpirituum, & nervorum motus, qui habentur in motibus noſtris ſpontaneis, & omnes motus tot particularum corporis, ex quibus pendent ſecretiones, nutritio, reſpiratio, ac alii noſtri motus non liberi. At illa omnia nobis incognita ſunt, nec ad illud adeo ſublime Geometriæ genus adſpirare nobis licet, qui nondum penitus determinare potuimus motus omnes trium etiam maſſularum, quæ certis viribus in ſe invicem agant.

536. Fuerunt, qui animam concluſerint intra certam aliquam exiguam corporis noſtri particulam, ut Carteſius intra glandulam pinealem: at deinde compertum eſt, ea parte ſola non contineri: nam ea parte dempta, vita ſuperfuit: ſic ſine pineali glandula aliquando vitam perduraſſe, compertum jam eſt, ut animalia aliqua etiam ſine cerebro vitam produxerunt. Alii diffuſionem animæ per totum corpus impugnant ex eo, quod aliquando homines, reſciſſa etiam manu, dixerint, ſe digitorum dolorem ſentire, tanquam ſi adhuc haberent digitos; qui dolor cum ſentiatur abſque eo, quod anima ibi digitis ſit præſens; inde inferri poſſe arbitrantur, quotieſcumque digitorum ſentimus dolorem, illam ſentiri ſine præſentia animæ in digitis. At ea ratio nihil evincit: fieri enim poſſet, ut ad habendum prima vice ſenſum, quem in digitorum dolore experimur, requireretur præſentia animæ in ipſis digitis, ſine qua ejus doloris idea primo excitari non poſſit, poſſit autem efformata ſemel per ejuſmodi præſentiam excitari iterum ſine ipſa per eos motus nervorum, qui cum motu fibrarum digiti in primo illo ſenſu conjuncti fuerant: præterquamquod adhuc remanet definiendum illud, an ad nutritionem requiratur præſentis animæ impulſus aliquis, an ea per ſolum mechaniſmum obtineri poſſit tota ſine ulla animæ operatione.

Falſitas plurium opinionum de ejus ſede: non probari, eam non extendit per totum corpus.

537. Hæc omnia abunde oſtendunt, phænomenis rite conſultis nihil ſatis certo definiri poſſe circa animæ ſedem, nec ejus diffuſionem per magnam aliquam corporis partem, vel etiam per totum corpus excludi. Quod ſi vel per ingentem partem, vel etiam per totum corpus protendatur, id ipſum etiam cum mea theoria optime conciliabitur. Poterit enim anima per illam virtualem extenſionem, de qua egimus a num. 83, exiſtere in toto ſpatio, quo continentur omnia puncta conſtituentia illam partem, vel totum corpus: atque eo pacto adhuc magis in mea theoria differet anima a materia; cum ſimplicia materiæ elementa non niſi in ſingulis ſpatii punctis exiſtant ſingula ſingulis momentis temporis, anima autem licet itidem ſimplex,

Concluſio pro ignoratione: ubi & quomodo poſſit eſſe.

plex, adhuc tamen ſimul exiſtet in punctis ſpatii infinitis conjungens cum unico momento temporis ſeriem continuam punctorum ſpatii, cui toti ſimul erit præſens per illam ſuam extenſionem virtualem, ut & Deus per infinitam Immenſitatem ſuam præſens eſt punctis infinitis ſpatii (& ille quidem omnibus omnino), ſive in iis materia ſit, ſive ſint vacua.

Nunquam produci ab anima motum, niſi æqualem in partes oppoſitas: quid inde conſequatur.

538. Et hæc quidem de ſede animæ: illud autem poſtremo loco addendum hic cenſeo de legibus omnibus conſtituentibus ejus conjunctionem cum corpore, quod eſt obſervationibus conforme, quod diximus num. 74, & 387, nunquam ab anima produci motum in uno materiæ puncto, quin in alio aliquo æqualis motus in partem contrariam producatur, unde fit, ut nec liberi, nec neceſſarii materiæ motus ab animabus noſtris orti perturbent actionis, & reactionis æqualitatem, conſervationem ejuſdem ſtatus centri communis gravitatis, & conſervationem ejuſdem quantitatis motus in Mundo in eandem plagam computari.

Tranſitus ad Auctorem Naturæ, cujus perfectiones in hac Theoria elucent maxime.

539. Hæc quidem de anima: jam quod pertinet ad ipſum Divinum Naturæ Opificem, in hac Theoria elucet maxime & neceſſitas ipſum omnino admittendi, & ſumma ipſius, atque infinita Potentia, Sapientia, Providentia, quæ venerationem a nobis demiſſiſſimam, & ſimul gratum animum, atque amorem expoſcant: ac vaniſſima illorum ſomnia corruunt penitus, qui Mundum vel caſu quodam fortuito putant, vel fatali quadam neceſſitate potuiſſe condi, vel per ſe ipſum exiſtere ab æterno ſuis neceſſariis legibus conſiſtentem.

Error tribuentium Mundi originem caſui fortuito: caſum eſſe vocem vanam ſine re.

540. Et primo quidem quod ad caſum pertinet, ſic ratiocinantur: finiti terminorum numeri combinationes numero finitas habent, combinationes autem per totam infinitam æternitatem debent extitiſſe numero infinitæ; etiamſi nomine combinationum aſſumamus totam ſeriem pertinentem ad quotcunque millenos annos. Quamobrem in fortuita atomorum agitatione, ſi omnia ſe æqualiter habuerint, ut in longa fortuitorum ſerie ſemper accidit, debuit quævis ex ipſis redire infinitis vicibus, adeoque infinities major eſt probabilitas pro reditu hujus individuæ combinationis, quam habemus, quocunque finito numero vicium redeuntis mero caſu, quam pro non reditu. Hi quidem inprimis in eo errant, quod putent eſſe aliquid, quod in ſe ipſo revera fortuitum ſit; cum omnia determinatas habeant in Natura cauſas, ex quibus profluunt, & idcirco a nobis fortuita dicantur quædam, quia cauſas, a quibus eorum exiſtentia determinatur, ignoramus.

Numerum combinationum in terminis etiam numero finitis eſſe infinitum; ſi rite omnia expendantur.

541. Sed eo omiſſo, falſiſſimum eſt, numerum combinationum eſſe finitum in terminis numero finitis; ſi omnia, quæ ad Mundi conſtitutionem neceſſaria ſunt, perpendantur. Eſt quidem finitus numerus combinationum, ſi nomine combinationis aſſumatur tantummodo ordo quidam, quo alii termini poſt alios jacent: hinc ultro agnoſco illud: ſi omnes litteræ, quæ

Vir-

Virgilii poema componunt, verſentur temere in ſacco aliquo, tum extrahantur, & ordinentur omnes litteræ, aliæ poſt alias, atque ejuſmodi operatio continuetur in infinitum, redituram & ipſam combinationem Virgilianam numero vicium quenvis determinatum numerum ſuperante. At ad Mundi conſtitutionem habetur inprimis diſpoſitio punctorum materiæ in ſpatio patente in longum, latum, & profundum: porro rectæ in uno plano ſunt infinitæ, plana in ſpatio ſunt infinita, & pro quavis recta in quovis plano infinita ſunt curvarum genera, quæ cum eadem ex dato puncto directione oriantur, in quarum ſingularum claſſibus infinities plures ſunt, quæ per datum punctorum numerum non tranſeant. Quare ubi ſeligenda ſit curva, quæ tranſeat per omnia materiæ puncta, jam habemus infinitum ſaltem ordinis tertii. Præterea, determinata ejuſmodi curva, poteſt variari in infinitum diſtantia puncti cujuſvis a ſibi proximo: quamobrem numerus diſpoſitionum poſſibilium pro quovis puncto materiæ adhuc ceteris manentibus eſt infinitus, adeoque is numerus ex omnium mutationibus poſſibilibus eſt infinitus ordinis expoſiti a numero punctorum aucto ſaltem ternario. Iterum velocitas, quam habet dato tempore punctum quodvis, poteſt variari in infinitum, & directio motus poteſt variari in infinitum ordinis ſecundi ob directiones infinitas in eodem plano, & plana infinita in ſpatio. Quare cum conſtitutio Mundi, & ſequentium phænomenorum ſeries pendeat ab ipſa velocitate, & directione motus; numerus, qui exprimit gradum infiniti, ad quem aſſurgit numerus caſuum diverſorum, debet multiplicari ter per numerum punctorum materiæ.

542. Eſt igitur numerus caſuum diverſorum non finitus, ſed infinitus ordinis expoſiti a quarta potentia numeri punctorum aucta ſaltem ternario, atque id etiam determinata curva virium, quæ poteſt itidem infinitis modis variari. Quamobrem numerus combinationum relativarum ad Mundi conſtitutionem non eſt finitus pro dato quovis momento temporis, ſed infinitus ordinis altiſſimi, reſpectu infiniti ejus generis, cujus generis eſt infinitum numeri punctorum ſpatii in recta quapiam, quæ concipiatur utrinque in infinitum producta. At huic infinito eſt analogum infinitum momentorum temporis in tota utraque æternitate, cum unicam dimenſionem habeat tempus. Igitur numerus combinationum eſt infinitus ordinis in immenſum altioris ordine infiniti momentorum temporis, adeoque non ſolum non omnes combinationes non debent redire infinities; ſed ratio numeri earum, quæ non redeunt, eſt infinita ordinis altiſſimi, quam nimirum exponit quarta potentia numeri punctorum aucta ſaltem binario, vel, ſi libeat variare virium leges, ſaltem ternario. Quamobrem ruit futile ejuſmodi, atque inane argumentum.

Cujus ordinis infinitus ſit: nimirum altiſſimi, & in immenſum altioris numero momentorum temporis in tota æternitate.

543. Sed inde etiam illud eruitur, in immenſo iſto combina-

In ipſo im-

Digitized by Google

menſo combinationum numero in immenſum plures eſſe combinationes inordinatas, quam ordinatas.

binationum numero infinities eſſe plures pro quovis genere combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos, & maſſam temere volitantium punctorum, quam quæ exhibeant Mundum ordinatum, & certis conſtantem perpetuis legibus. Sic ex. gr. ad efformandas particulas, quæ conſtanter ſuam formam retineant, requiritur collocatio in punctis illis, in quibus ſunt limites, & quorum numerus debet eſſe infinities minor, quam numerus punctorum ſitorum extra ipſos: nam interſectiones curvæ cum axe debent fieri in certis punctis, & inter ipſa debent intercedere ſegmenta axis continua, habentia puncta ſpatii infinita. Quamobrem niſi ſit aliquis, qui ex omnibus æque per ſe poſſibilibus ſeligat unam ex ordinatis; infinities probabilius eſt, infinitate ordinis admodum elevati, obventuram inordinatam combinationum ſeriem, & chaos, non ordinatam, & Mundum, quem cernimus, & admiramur. Atque ad vincendam determinate eam infinitam improbabilitatem, requiritur infinita vis Conditoris Supremi ſeligentis unam ex iis infinitis.

Non determinari ab homine individuum: ſed eo determinante intra limites, ad quos cognitio pertingit, reliquam indeterminationem vinci ab Ente in infinitum libero.

544. Nec vero illud objici poteſt, etiam hominem, qui ſtatuam aliquam effingat, finita vi eligere illam individuam formam, quam illi dat, inter infinitas, quæ haberi poſſunt. Nam inprimis ille eam individuam non eligit, ſed determinat modo admodum confuſo figuram quandam, & individua illa oritur ex Naturæ legibus, & Mundi conſtitutione illa individua, quam naturæ Opifex Infinitus infinitam indeterminationem ſuperans determinavit, per quam ab ejus voluntatis actu oriuntur illi certi motus in ejus brachiis, & ab hiſce motus inſtrumentorum. Quin etiam in genere idcirco tam multi Philoſophi determinationem ad individuum, & determinationem ad omnes illos gradus, ad quos cognitio creati determinantis non pertingit, rejecerunt in Deum infinita cognoſcendi, & diſcernendi vi præditum, neceſſaria ad determinandum unum individuum caſum ex infinitis ad idem genus pertinentibus; cum creatæ mentis cognitio ad finitum tantummodo graduum diverſorum numerum diſtincte percipiendum extendi poſſit: ſine ullo autem determinante ex caſibus infinitis, & quidem tanto infinitatis gradu, individuus unus præ aliis per ſe, aut per fortuitam eventualitatem prodire omnino non poteſt.

Hunc ordinem non poſſe dici per ſe neceſſarium: prima impugnatio a nullo nexu, qui videtur haberi inter diſtantiam, & vim, quæ idcirco liberum determinantem requirunt.

545. Sed nec dici poteſt, hunc ipſum ordinem neceſſarium eſſe, & æternum, ac per ſe ſubſiſtere, caſu quovis ſequente determinato a proxime præcedente, & a lege virium intrinſeca, & neceſſaria iis individuis punctis, & non aliis. Nam contra hoc ipſum miſerum ſane effugium quamplurima ſunt, quæ opponi poſſunt. Inprimis admodum difficile eſt, ut homo ſibi ſerio perſuadeat, hanc unam virium legem, quam habet hoc individuum punctum reſpectu hujus individui puncti, fuiſſe poſſibilem, & neceſſariam, ut nimirum in hac individua diſtan-

diſtantia ſe potius attrahant, quam repellant, & ſe attrahant tanta potius attractione, quam alia. Nulla apparet ſane connexio inter diſtantiam tantam, & tantam talis ſpeciei vim, ut ibi non potuerit eſſe alia quævis, & ut hanc potius, quam aliam pro hiſce punctis non ſelegerit arbitrium entis habentis infinitam determinativam potentiam, vel pro hiſce punctis id, ſi libeat, ex natura ſua petentibus, non poſuerit alia puncta illam aliam petentibus ex ſua itidem natura.

546. Præterea cum & infinitum, & infinite parvum in ſe determinatum, & in ſe tale, in creatis ſit impoſſibile (quod de infinito in extenſione demonſtravi (t) pluribus in locis, nec una tantum demonſtratione, ut in diſſertatione *De Natura, & uſu infinitorum, & infinite parvorum*, ac in diſſertatione adjecta meis *Sectionum Conicarum Elementis*, Element. tom. 3); finitus eſt numerus punctorum materiæ, vel ſaltem in communi etiam ſententia finita eſt materiæ exiſtentis maſſa, quæ finitum ſpatium occupare debet, & non in infinitum protendi. Porro cur hic ſit potius numerus punctorum, hæc potius maſſæ quantitas in Natura, quam alia; nulla ſane ratio eſſe poteſt, niſi arbitrium entis infinita determinativa potentia præditi, & nemo ſanus ſibi facile ſerio perſuadebit, in quodam determinato numero punctorum haberi neceſſitatem exiſtentiæ potius, quam in alio quovis.

Secunda a numero punctorum finito, qui determinantem voluntatem poſcit.

547. Accedit illud, quod ſi Mundus cum hiſce legibus fuiſſet ab æterno; extitiſſent jam motus æterni, & lineæ á ſingulis punctis deſcriptæ debuiſſent fuiſſe jam in infinitum productæ: nam in ſe ipſas non redeunt ſine arbitrio entis infinitam improbabilitatem vincentis, cum demonſtraverim ſupra pluribus in locis infinities improbabilius eſſe, ali-

Tertia ab æternitate, per quam duraſſent motus, cum linea neceſſario infinita: ejus impoſſibilitas.

Kk

(t) *En unam ex ejuſmodi demonſtrationibus. Sit in fig. 71 ſpatium a* C *verſus* AE *infinitum, & in eo angulus rectilineus* ACE *biſariam ſectus per rectam* CD. *Sit autem* GH *parallela* CA, *quæ occurrat* CD *in* H, *ac producatur ita, ut* HF *fiat dupla* GH, *ducaturque* CF, *& omnes* CA, CB, CD, CE *in infinitum producantur. Inprimis totum ſpatium infinitum* ECD *debet eſſe æquale infinito* ACD: *nam ob angulum* ACE *biſariam ſectum ſibi invicem congruerent. Deinde triangulum* HCF *eſt duplum* HCG, *ob* FH *duplam* HG. *Eodem pacto ductis aliis* ghf *ipſi parallelis*, hCf *erit duplum* hCg, *adeoque & area* FHhf *dupla* HGgh. *Quare & ſumma omnium* FHhf *dupla ſummæ omnium* HGgh, *nimirum tota area infinita* BCD *dupla infinitæ* DCE, *adeoque dupla* ACD, *nimirum pars dupla totius, quod eſt abſurdum. Porro abſurdum oritur ab ipſa infinitate, ſi enim ſint arcus circulares* GMI, gmi *centro* C; *ſector* ICM *erit æqualis* GCM, *& triangulum* FCH *duplum* GCH. *Donec ſumus in quantitatibus finitis, res bene procedit, quia* FCH *non eſt pars* ICM, *ſicut* BCD *eſt pars* ACD, *nec* MCG, *&* HCG *ſunt unum, & idem, ut* DCE *eſt unicum infinitum abſolutum contentum cruribus* CD, CE. *Abſurdum oritur tantummodo, ubi ſublatis prorſus limitibus, a quibus oriuntur diſcrimina ſpatiorum incluſorum iiſdem angulis ad* C, *ſit ſuppoſitio infiniti abſoluti, quæ contradictionem involvit.* Fig. 71.

aliquod punctum redire aliquando ad locum, quem alio temporis momento occupaverit, quam nullum redire unquam. Porro infinitum in extenſione impoſſibile prorſus eſſe, ego quidem demonſtravi, uti monui, & illa impoſſibilitas pertinere debet ad omne genus linearum, quæ in infinitum productæ ſint. Poteſt utique motus continuari in infinitum per æternitatem futuram, quia ſi aliquando cœpit, nunquam habebitur momentum temporis, in quo jam fuerit exiſtentia infinitæ lineæ: ſecus vero, ſi per æternitatem præcedentem jam extiterit: nec in eo futuram æternitatem cum præterita prorſus analogam eſſe cenſeo, ut illud indefinitum futuræ non ſit verum quoddam infinitum præteritæ. Quod ſi linea infinita non fuerit, & quies eſt infinities adhuc improbabilior, quam regreſſus pro unico temporis momento ad idem ſpatii punctum, ac multo magis æterna quies; utique nec motum habuit æternum materia, nec exiſtere potuit ab æterno, cum ſine & quiete, & motu exiſtere non potuerit, adeoque creatione omnino, & Creatore fuit opus, qui idcirco infinitam haberet effectivam potentiam, ut omnem creare poſſet materiam, ac infinitam determinativam vim, ut libero arbitrio ſuo utens ex omnibus infinitis poſſibilibus momentis totius æternitatis in utramque partem indefinitæ illud poſſet ſeligere individuum momentum, in quo materiam crearet, ac ex omnibus infinitis illis poſſibilibus ſtatibus, & quidem tam ſublimi infinitatis gradu, ſeligere illum individuum ſtatum, complectentem unam ex illis curvis per omnia puncta dato ordine accepta tranſeuntibus, ac in ea determinatas illas diſtantias, ac determinatas motuum velocitates, & directiones.

Validiſſima ab impoſſibilitate ſeriei infinitæ terminorum, in qua alii ab aliis determinentur ad exiſtendum ſine extrinſeco determinante: ea hic demonſtratur.

548. Verum hiſce omnibus etiam omiſſis, eſt illud a determinatione itidem neceſſaria repetitum, in quavis Theoria validiſſimum, ſed adhuc magis in mea, in qua omnia phænomena pendent a curva virium, & inertiæ vi. Nimirum materia licet ponatur ejuſmodi, ut habeat neceſſariam, & ſibi eſſentialem vim inertiæ, & virium activarum legem; adhuc ut quovis dato tempore poſteriore habeat determinatum ſtatum, quem habet, debet determinari ad ipſum a ſtatu præcedenti, qui ſi fuiſſet diverſus, diverſus eſſet & ſubſequens; neque enim lapis, qui ſequenti tempore eſt in Tellure, ibi eſſet; ſi immediate antecedenti fuiſſet in Luna. Quare ſtatus ille, qui habetur tempore ſequenti, nec a ſe ipſo, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum exiſtente, habet determinationem ad exiſtendum, & proprietates, quas habet materia perennes, indifferentiam per ſe continent, nec ullam determinationem inducunt. Determinationem igitur, quam habet ille ſtatus ad exiſtendum, accipit a ſtatu præcedenti. Porro ſtatus præcedens non poteſt determinare ſequentem, niſi quatenus ipſe determinate exiſtit. Ipſe autem nullam itidem in ſe habet determinationem ad exiſtendum, ſed illam accipit a præcedente.

Ergo

Ergo nihil habemus adhuc in ipſo ſecundum ſe conſiderato determinationis ad exiſtendum pro poſtremo illo ſtatu. Quod de ſecundo diximus, dicendum de tertio præcedente, qui determinationem debet accipere a quarto, adeoque in ſe nullam habet determinationem pro exiſtentia ſui, nec idcirco ullam pro exiſtentia poſtremi. Verum eodem pacto progrediendo in infinitum, habemus infinitam ſeriem ſtatuum, in quorum ſingulis habemus merum nihil in ordine ad determinatam exiſtentiam poſtremi ſtatus. Summa autem omnium nihilorum utcunque numero infinitorum eſt nihil: jam diu enim conſtitit, illum Guidonis Grandi, utut ſummi Geometræ, paralogiſmum fuiſſe, quo ex expreſſione ſeriei parallelæ ortæ per diviſionem $\frac{1}{1+1}$ intulit ſummam infinitorum *zero* eſſe revera æqualem dimidio. Non poteſt igitur illa ſeries per ſe determinare exiſtentiam cujuſcunque certi ſui termini, adeoque nec tota ipſa poteſt determinate exiſtere, niſi ab ente extra ipſam poſito determinetur.

In quo hoc argumentum differat a communi adhibente impoſſibilitatem ſeriei contingentium ſine ente neceſſario.

549. Hoc quidem argumento jam ab annis multis uti ſoleo, quod & cum aliis pluribus communicavi, neque id ab uſitato argumento, quo rejicitur ſeries contingentium infinita ſine ente extrinſeco dante exiſtentiam ſeriei toti, in alio differt, quam in eo, quod a contingentia res ad determinationem eſt translata, & a defectu determinationis pro ſua cujuſque exiſtentia res eſt translata ad defectum determinationis pro exiſtentia unius determinati ſtatus aſſumpti pro poſtremo: id autem præſtiti, ne eludatur argumentum dicendo, in tota ſerie haberi determinationem ad ipſam totam, cum pro quovis termino habeatur determinatio intra eandem ſeriem, nimirum in termino præcedente. Illa reductione ad vim determinativam exiſtentiæ poſtremi quæſitam per omnem ſeriem, devenitur ad ſeriem nihilorum reſpectu ipſius, quorum ſumma adhuc eſt nihilum.

Attributa, quæ Ens extrinſecum habere debet.

550. Jam vero hoc ens extrinſecum ſeriei ipſi, quod hanc ſeriem elegit præ ſeriebus aliis infinitis ejuſdem generis, infinitam habere debet determinativam, & electivam vim, ut unam illam ex infinitis ſeligat. Idem autem & cognitionem habere debuit, & ſapientiam, ut hanc ſeriem ordinatam inter inordinatas ſelegerit: ſi enim ſine cognitione, & electione egiſſet, infinities probabilius fuiſſet, ab illo determinatum iri aliquam ex inordinatis, quam unam ex ordinatis, ut hanc; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas ſit infinita, & quidem ordinis altiſſimi, adeoque & exceſſus probabilitatis pro cognitione, & ſapientia, ac libera electione ſupra probabilitatem pro cæco agendi modo, fataliſmo, & neceſſitate, ſit infinitus, qui idcirco certitudinem inducit.

Infinita improbabilitas.

551. Atque hic notandum & illud, pro quovis indivi-

 duo

quæ hic occurrit, a quo uno vinci poſſit: nimirum a ſolo infinite libero.

duo ſtatu reſpondente cuivis momento temporis, & multo magis pro quavis individua ſerie reſpondente cuivis continuo tempori, improbabilitas determinatæ ipſius exiſtentiæ eſt infinita, & nos deberemus eſſe certi de ejus non exiſtentia, niſi determinaretur ab infinito determinante, & niſi ejus determinationis notitiam nos haberemus. Sic ſi in urna ſint nomina centum, & unum, & agatur de uno determinato, an extractum inde prodierit, centuplo major eſt improbabilitas ipſi contraria: ſi mille, & unum, millecupla: ſi numerus ſit infinitus; improbabilitas erit infinita, quæ in certitudinem tranſit: ſed ſi quis viderit extractionem, & nobis nunciet; tota improbabilitas illa repente corruit. Verum & in hoc exemplo individua illa determinatio a creato agente non habebitur inter infinitas poſſibiles, niſi ex legibus ab infinito determinante jam determinatis in Natura, & ab ejuſdem determinatione ad individuum, uti paullo ante dicebamus de individuæ figuræ electione pro ſtatua.

Quanta ſapientia opus fuerit ad ſeligendum numerum, & ordinem punctorum, & legem virium.

552. Porro qui aliquanto diligentius perpenderit vel illa pauca, quæ adnotavimus neceſſaria in diſtributione punctorum ad efformanda diverſa particularum genera, quæ exhibeant diverſa corpora, videbit ſane, quanta ſapientia, & potentia ſit opus ad ea omnia perſpicienda, eligenda, præſtanda. Quid vero, ubi cogitet, quanta altiſſimorum Problematum indeterminatio occurrat in infinito illo combinationum poſſibilium numero, & quanta cognitione opus fuerit ad eligendas illas potiſſimum, quæ neceſſariæ erant ad hanc uſque adeo inter ſe connexorum phænomenorum ſeriem exhibendam? Cogitet, quid una lux præſtare debeat; ut ſe propaget ſine occurſu, ut diverſam pro diverſis coloribus refrangibilitatem habeat, & diverſa vicium intervalla, ut calorem, & igneas fermentationes excitet: interea vero aptandus fuit corporum textus, & laminarum craſſitudo ad ea potiſſimum remittenda radiorum genera, quæ illos determinatos colores exhiberent ſine ceterarum & alterationum, & transformationum jactura, diſponendæ oculorum partes, ut imago pingeretur in fundo, & propagaretur ad cerebrum; ac ſimul nutritioni daretur locus, & alia ejuſmodi præſtanda ſexcenta. Quid unus aer, qui ſimul pro ſono, pro reſpiratione, & vero etiam nutritione animalium, pro diurni caloris conſervatione per noctem, pro ventis ad navigationem, pro vaporibus continendis ad pluvias, pro innumeris aliis uſibus eſt conditus? Quid gravitas, qua perennes fiunt planetarum motus, & cometarum, qua omnia compacta, & coadunata in ipſorum globis, qua una ſuis maria continentur littoribus, & currunt fluvii, imber in terram decidit, & eam irrigat, ac fœcundat, ſua mole ædificia conſiſtunt, temporis menſuram exhibent pendulorum oſcillationes?

ſi ea

Digitized by Google

ſi ea repente deficeret; quo noſter inceſſus, quo ſitus viſcerum, quo aer ipſe ſua elaſticitate diſſiliens? Homo hominem arreptum a Tellure, & utcunque exigua impulſum vi, vel uno etiam oris flatu impetitum, ab hominum omnium commercio in infinitum expelleret, nunquam per totam æternitatem rediturum.

553. Sed quid ego hæc ſingularia perſequor? quanta Geometria opus fuit ad eas combinationes inveniendas, quæ tot organica nobis corpora exhiberent, tot arbores, & flores educerent, tot brutis animantibus, & hominibus tam multa vitæ inſtrumenta ſubminiſtrarent? Pro fronde unica efformanda quanta c gnitione opus fuit, & providentia, ut motus omnes per tot ſæcula perdurantes, & cum omnibus aliis motibus tam arcte connexi illas individuas materiæ particulas eo adducerent, ut illam demum, illo determinato tempore frondem illius determinatæ curvaturæ producerent? quid autem hoc ipſum reſpectu eorum, ad quæ nulli noſtri ſenſus pervadunt, quæ longiſſime ſupra teleſcopiorum, & infra microſcopiorum poteſtatem latent? Quid reſpectu eorum, quæ nulla poſſumus contemplatione aſſequi, quorum nobis nullam omnino licet, ne leviſſimam quidem conjecturam adipiſci, de quibus idcirco, ut phraſi utar, quam alibi ad aliquid ejuſdem generis exprimendum adhibui, de quibus inquam, hoc ipſum, ignorari ea a nobis, ignoramus? Ille profecto unus immenſam Divini Creatoris potentiam, ſapientiam, providentiam humanæ mentis captum omnem longiſſime ſuperantes, ignorare poteſt, qui penitus mente cæcutit, vel ſibi ipſi oculos eruit, & omnem mentis obtundit vim, qui Natura altiſſimis undique inclamante vocibus aures occludit ſibi, ne quid audiat, vel potius (nam occludere non eſt ſatis) & cochleam, & tympanum, & quidquid ad auditum utcunque confert, proſcindit, dilacerat, eruit, ac a ſe longiſſime projectum amovet.

Congeries eorum, quæ evincunt in eligente potentiam, ſapientiam, providentiam, immenſas.

554. Sed in hac tanta eligentis, ac omnia providentis Supremi Conditoris ſapientia, atque exequentis potentia, quam admirari debemus perpetuo, & venerari, illud adhuc magis cogitandum eſt nobis, quantum inde in noſtros etiam uſus promanarit, quos utique reſpexit ille, qui videt omnia, & fines ſibi iſtos omnes conſtituit, qui per ea omnia & noſtræ ipſi exiſtentiæ viam ſtravit, ac nos præ infinitis aliis hominibus, qui exiſtere utique poterant, elegit ab ipſo Mundi exordio, motus omnes, ad horum, quibus utimur, organorum formationem diſpoſuit, præter ea tam multa, quæ ad tuendam, & conſervandam hanc vitam, ad tot commoda, & vero etiam voluptates conducerent. Nam illud omnino credendum firmiſſime, non ſolum ea omnia vidiſſe unico intuitu Auctorem Naturæ, ſed omnes eos animo ſibi conſtitutos habuiſſe fines, ad quos conducunt media, quæ videmus adhibita.

Quid proſpiciendum fuerit pro noſtra exiſtentia, & noſtris commodis: quantum ipſi inde ſimus obſtricti.

555. Haud ego quidem Leibnitianis, & aliis quibuſcunque Opti-

Mundum non

eſſe poſſibilium optimum, cum in poſſibilibus nullus terminus ſit ultimus: nec officere ſapientiæ, ac bonitati infinitæ, quod non fecerit, nec potentiæ, quod non potuerit id facere.

Optimiſmi defenſoribus aſſentior, qui Mundum hunc, in quo vivimus, & cujus pars ſumus, omnium perfectiſſimum eſſe arbitrantur, ac Deum faciunt natura ſua determinatum ad id creandum quod perfectiſſimum ſit, ac eo ordine, qui perfectiſſimus ſit. Id ſane nec fieri poſſe arbitror: cum nimirum in quovis poſſibilium genere ſeriem agnoſcam finitorum tantummodo, quanquam in infinitum productam, ut num. 90. expoſui, in qua, ut in diſtantiis duorum punctorum nulla eſt minima, nulla maxima; ita ibidem nulla ſit perfectionis maximæ, nulla minimæ, ſed quavis finita perfectione utcunque magna, vel parva, ſit alia perfectio major, vel minor: unde fit, ut quancunque ſeligat Naturæ Auctor, neceſſario debeat alias majores omittere: nec vero ejus potentiæ illud officit, quod creare non poſſit optimum, aut maximum, ut nec officit, quod non poſſit ſimul creare totum, quodcunque creare poteſt: nam id eo evadit, ut non poſſit ſe in eum ſtatum redigere, in quo nihil melius, aut majus, vel abſolute nihil aliud creare poſſit: nec officit aut ſapientiæ, aut bonitati infinitæ, quod optimum non ſeligat, ubi optimum eſt nullum.

Quam multa peſſima conſectaria ſecum trahat ſententia Mundi perfectiſſimi.

556. Ex alia parte determinatio illa ad optimum, & libertatem Divinam tollit, & contingentiam rerum omnium, cum, quæ exiſtunt, neceſſaria fiant, quæ non exiſtunt, evadant impoſſibilia: ac præterea nobis quodammodo in illa hypotheſi debemus, quod exiſtimus, non illi. Qui enim potuit non exiſtere id, quod habuit pro ſua exiſtentia rationem prævalentem, quam Naturæ Auctor cum viderit, non potuerit non ſequi, nec vero potuerit non videre? Qui exiſtere potuit id, quod eandem habuit non exiſtendi neceſſitatem? Quid vero illi pro noſtra exiſtentia debeamus, qui nos condidit idcirco, quia in nobis invenit meritum majus, quam in iis, quos omiſit, & a ſua ipſius natura neceſſario determinatus fuit, & adactus ad obſequendum ipſi huic noſtro intrinſeco, & eſſentiali merito prævalenti? Diſtinguendum eſt inter hæc duo: unum eſſe alio melius, & eſſe melius creare potius unum, quam aliud. Illud primum habetur ubique, hoc ſecundum nuſquam, ſed æque bonum eſt creare, vel non creare quodcunque, quod phyſicam bonitatem quancunque habeat, utcunque majorem, vel minorem alio quovis omiſſo: ſolum enim Divinæ libertatis exercitium infinities perfectius eſt quavis perfectione creata, quæ idcirco nullum poteſt offerre Divinæ libertati meritum determinativum ad ſe creandum.

Media tamen idonea neceſſario eligi ab ipſo Auctore Naturæ ad fines ſibi propoſitos: quantum illi debeamus.

557. Cum ea infinita libertate Divina componitur tamen illud, quod ad ſapientiam pertinet, ut ad eos fines, quos ſibi pro liberrimo ſuo arbitrio præfixit Deus, media ſemper apta debeat ſeligere, quæ finem propoſitum fruſtrari non ſinant. Porro hæc media etiam in noſtrum bonum ſelegit plurima, dum totam Naturam conderet, quod quem a nobis exigat beneficiorum memorem, & gratum animum, quem etiam tan-

tæ beneficentiæ reſpondentem amorem cum ingenti illa admiratione, & veneratione conjunctum, nemo non videt.

Deduci nos inde ad revelationem, quæ tamen huc non pertineat, ad opus nimirum pure philoſophicum.

558. Supereſt & illud innuendum, neminem ſanæ mentis hominem dubitare poſſe, quin, qui tantam in ordinanda Natura providentiam oſtendit, tantam erga nos in nobis ſeligendis, in conſulendo noſtris & indigentiis, & commodis beneficentiam, illud etiam præſtare voluerit, ut cum adeo imbecilla ſit, & hebes mens noſtra, & ad ipſius cognitionem per ſeſe vix quidquam poſſit, ſe ipſe nobis per aliquam revelationem voluerit multo uberius præbere cognoſcendum, colendum, amandum: quo ubi devenerimus, quæ inter tam multas falſo jactatas abſurdiſſimas revelationes unica vera ſit, perſpiciemus utique admodum facile. Sed ea jam Philoſophiæ Naturalis fines excedunt, cujus in hoc opere Theoriam meam expoſui, & ex qua uberes hoſce, & ſolidos demum fructus percepi.

SUP-

Digitized by Google

SUPPLEMENTA.

§. I.

De Spatio, ac Tempore (*a*).

Argumentum: quæ ſpatii attributa.

1. EGo materiæ extenſionem prorſus continuam non admitto, ſed eam conſtituo punctis prorſus indiviſibilibus, & inextenſis a ſe invicem disjunctis aliquo intervallo, & connexis per vires quaſdam jam attractivas, jam repulſivas pendentes a mutuis ipſorum diſtantiis. Videndum hic, quid mihi ſit in hac ſententia ſpatium, ac tempus, quomodo utrumque dici poſſit continuum, diviſibile in infinitum, æternum, immenſum, immobile, neceſſarium, licet neutrum, ut in ipſa adnotatione oſtendi, ſuam habeat naturam realem ejuſmodi proprietatibus præditam.

Neceſſario ab omnibus admitti debere reales modos exiſtendi locales, & temporarios.

2. Inprimis illud mihi videtur evidens, tam eos, qui ſpatium admittunt abſolutum, natura ſua reali, continuum, æternum, immenſum, tam eos, qui cum Leibnitianis, & Carteſianis ponunt ſpatium ipſum in ordine, quem habent inter ſe res, quæ exiſtunt, præter ipſas res, quæ exiſtunt, debere admittere modum aliquem non pure imaginarium, ſed realem exiſtendi, per quem ibi ſint, ubi ſunt, & qui exiſtat tum, cum ibi ſunt, pereat cum ibi eſſe deſierint, ubi erant. Nam admiſſo etiam in prima ſententia ſpatio illo, ſi hoc, quod eſt, eſſe rem aliquam in ea parte ſpatii, haberetur tantummodo per rem, & ſpatium; quotieſcunque exiſteret res, & ſpatium, haberetur hoc, quod eſt rem illam in ea ſpatii parte collocari. Rurſus ſi in poſteriore ſententia ordo ille, qui locum conſtituit, haberetur per ipſas tantummodo res, quæ ordinem illum habent, quotieſcunque res illæ exiſterent, eodem ſemper exiſterent ordine illo, nec proinde unquam locum mutarent. Atque id, quod de loco dixi, dicendum pariter de tempore.

Quocunque is modus nomine appelletur.

3. Neceſſario igitur admittendus eſt realis aliquis exiſtendi modus, per quem res eſt ibi, ubi eſt, & tum, cum eſt. Sive is modus dicatur res, ſive modus rei, ſive aliquid, ſive nonnihil; is extra noſtram imaginationem eſſe debet, & res ipſum mutare poteſt, habens jam alium ejuſmodi exiſtendi modum, jam alium.

Modi reales,

4. Ego igitur pro ſingulis materiæ punctis, ut de his lo-

(a) *Hic, & ſequens paragraphus habentur in Supplementis tomi* 1. Philoſophiæ Recentioris *Benedicti Stay* §. 6, & 7.

loquar, e quibus ad res etiam immateriales eadem omnia facile transferri poſſunt, admitto bina realia modorum exiſtendi genera, quorum alii ad locum pertineant, alii ad tempus, & illi locales, hi dicantur temporarii. Quodlibet punctum habet modum realem exiſtendi, per quem eſt ibi, ubi eſt, & alium, per quem eſt tum, cum eſt. Hi reales exiſtendi modi ſunt mihi reale tempus, & ſpatium: horum poſſibilitas a nobis indefinite cognita eſt mihi ſpatium vacuum, & tempus itidem, ut ita dicam, vacuum, ſive etiam ſpatium imaginarium, & tempus imaginarium.

qui ſint reale ſpatium, & tempus.

5. Modi illi reales ſinguli & oriuntur, ac pereunt, & indiviſibiles prorſus mihi ſunt, ac inextenſi, & immobiles, ac in ſuo ordine immutabiles. Ii & ſua ipſorum loca ſunt realia, ac tempora, & punctorum, ad quæ pertinent. Fundamentum præbent realis relationis diſtantiæ, ſive localis inter duo puncta, ſive temporariæ inter duos eventus. Nec aliud eſt in ſe, quod illam determinatam diſtantiam habeant illa duo materiæ puncta, quam quod illos determinatos habeant exiſtendi modos, quos neceſſario mutent, ubi eam mutent diſtantiam. Eos modos, qui in ordine ad locum ſunt, dico puncta loci realia, qui in ordine ad tempus, momenta, quæ partibus carent ſingula, ac omni illa quidem extenſione, hæc duratione, utraque diviſibilitate deſtituuntur.

Eorum natura, & relationes.

6. Porro punctum materiæ prorſus indiviſibile, & inextenſum, alteri puncto materiæ contiguum eſſe non poteſt: ſi nullam habent diſtantiam; prorſus coeunt: ſi non coeunt penitus; diſtantiam aliquam habent. Neque enim, cum nullum habeant partium genus, poſſunt ex parte coire tantummodo, & ex parte altera ſe contingere, ex altera mutuo averſari. Præjudicium eſt quoddam ab infantia, & ideis ortum per ſenſus acquiſitis, a debita reflexione deſtitutis, qui nimirum nobis maſſas ſemper ex partibus a ſe invicem diſtantibus compoſitas exhibuerunt, cum videmur nobis puncta etiam indiviſibilia, & inextenſa poſſe punctis adjungere ita, ut ſe contingant, & oblongam quandam ſeriem conſtituant. Globulos re ipſa nobis confingimus, nec abſtrahimus animum ab extenſione illa, & partibus, quas voce, & ore ſecludimus.

Contiguitas punctorum ſpatii impoſſibilis.

7. Porro ubi bina materiæ puncta a ſe invicem diſtant, ſemper aliud materiæ punctum poteſt collocari in directum ultra utrumque ad eandem diſtantiam, & alterum ultra hoc, & ita porro, ut patet, ſine ullo fine. Poteſt itidem inter utrumque collocari in medio aliud punctum, quod neutrum continget: ſi enim alterum contigeret, utrumque contingeret, adeoque cum utroque congrueret, & illa etiam congruerent, non diſtarent, contra hypotheſim. Dividi igitur poterit illud intervallum in partes duas, ac eodem argumento illa itidem duo in alias quatuor, & ita porro ſine ullo fine. Quamobrem, utcunque ingens fuerit binorum punctorum intervallum, ſemper

Poſſe binis punctis addi alia in directum ad diſtantias æquales, interſeri alia in infinitum.

aliud haberi poterit majus, utcunque id fuerit parvum, ſemper aliud haberi poterit minus, ſine ullo limite, & fine.

Exiſtentia puncta ſpatii ſemper fore finita numero, & in finitis diſtantiis: in poſſibilibus nullum finem.

8. Hinc ultra, & inter bina loci puncta realia quæcunque alia loci puncta realia poſſibilia ſunt, quæ ab iis recedant, vel ad ipſa accedant ſine ullo limite determinato, & diviſibilitas realis intervalli inter duo puncta in infinitum eſt, ut ita dicam, interſeribilitas punctorum realium ſine ullo fine. Quotieſcunque illa puncta loci realia interpoſita fuerint, interpoſitis punctis materiæ realibus, finitus erit eorum numerus, finitus intervallorum numerus illo priore interceptorum, & ipſi ſimul æqualium: at numerus ejuſmodi partium poſſibilium finem habebit nullum. Illorum ſingulorum magnitudo certa erit, ac finita: horum magnitudo minuetur ultra quoſcunque limites, ſine ullo determinato hiatu, qui adjectis novis intermediis punctis imminui adhuc non poſſit; licet nec poſſit actuali diviſione, ſive interpoſitione exhauriri.

Quomodo inde ſpatium infinitum, continuum, neceſſarium, æternum, immobile per cognitionem præciſivam.

9. Hinc vero dum concipimus poſſibilia hæc loci puncta, ſpatii infinitatem, & continuitatem habemus, cum diviſibilitate in infinitum. In exiſtentibus limes eſt ſemper certus, certus punctorum numerus, certus intervallorum: in poſſibilibus nullus eſt finis. Poſſibilium abſtracta cognitio, excludens limitem a poſſibili augmento intervalli, & diminutione, ac hiatu, infinitatem lineæ imaginariæ, & continuitatem conſtituit, quæ partes actu exiſtentes non habet, ſed tantummodo poſſibiles. Cumque ea poſſibilitas & æterna ſit, & neceſſaria, ab æterno enim, & neceſſario verum fuit, poſſe illa puncta cum illis modis exiſtere; ſpatium hujuſmodi imaginarium continuum, infinitum, ſimul etiam æternum fuit, & neceſſarium, ſed non eſt aliquid exiſtens, ſed aliquid tantummodo potens exiſtere, & a nobis indefinite conceptum: immobilitas autem ipſius ſpatii a ſingulorum punctorum immobilitate orietur.

In momentis eadem, quæ in punctis: poſt primum nullum ſecundum, aut ultimum: ſed in tempore unica dimenſio, in ſpatio triplex.

10. Atque hæc omnia, quæ hucuſque de loci punctis ſunt dicta, ad temporis momenta eodem modo admodum facile transferuntur, inter quæ ingens quædam habetur analogia. Nam & punctum a puncto, & momentum a momento quovis determinato certam diſtantiam habet, niſi coeunt, qua major, & minor haberi alia poteſt ſine ullo limite. In quovis intervallo ſpatii imaginarii, ac temporis adeſt primum punctum, vel momentum, & ultimum, ſecundum vero, & penultimum habetur nullum: quovis enim aſſumpto pro ſecundo, vel penultimo, cum non coeat cum primo, vel ultimo, debet ab eo diſtare, & in eo intervallo alia itidem poſſibilia puncta vel momenta interjacent. Nec punctum continuæ lineæ, nec momentum continui temporis, pars eſt, ſed limes & terminus. Linea continua, & tempus continuum generari intelligentur non repetitione puncti, vel momenti, ſed ductu continuo, in quo intervalla alia aliorum ſint partes, non ipſa puncta, vel momenta, quæ continuo ducuntur. Illud unicum erit di-

diſcrimen, quod hic ductus in ſpatio fieri poterit, non in unica directione tantum per lineam, ſed in infinitis per planum, quod concipietur ductu continuo in latus lineæ jam conceptæ, & iterum in infinitis per ſolidum, quod concipietur ductu continuo plani jam concepti, in tempore autem unicus ductus durationis habebitur, quod idcirco ſoli lineæ erit analogum, & dum ſpatii imaginarii extenſio habetur triplex in longum, latum, & profundum, temporis habetur unica in longum, vel diuturnum tantummodo. In triplici tamen ſpatii, & unico temporis genere, punctum, ac momentum erit principium quoddam, a quo ductu illo ſuo hæc ipſa generata intelligentur.

Quodvis punctum materiæ habere integrum ſpatium, ac tempus imaginarium ſuum: quid ſit compenetratio.

11. Illud jam hic diligenter notandum: non ſolum ubi duo puncta materiæ exiſtunt, & aliquam diſtantiam habent, exiſtere duos modos, qui relationis illius diſtantiæ fundamentum præbeant, & ſint bina diverſa puncta loci realia, quorum poſſibilitas a nobis concepta exhibeat bina puncta ſpatii imaginarii, adeoque infinitis numero poſſibilibus materiæ punctis reſpondere infinitos numero poſſibiles exiſtendi modos, ſed cuivis puncto materiæ reſpondere itidem infinitos poſſibiles exiſtendi modos, qui ſint omnia ipſius puncti poſſibilia loca. Hæc omnia ſatis ſunt ad totum ſpatium imaginarium habendum, & quodvis materiæ punctum habet ſuum ſpatium imaginarium immobile, infinitum, continuum, quæ tamen omnia ſpatia pertinentia ad omnia puncta ſibi invicem congruunt, & habentur pro unico. Nam ſi aſſumatur unum punctum reale loci ad unum materiæ punctum pertinens, & conferatur cum omnibus punctis realibus loci pertinentibus ad aliud punctum materiæ; eſt unum inter hæc poſteriora, quod ſi cum illo priore coexiſtat, relationem inducet diſtantiæ nullius, quam compenetrationem appellamus. Unde patet punctorum, quæ exiſtunt, diſtantiam nullam non eſſe nihil, ſed relationem inductam a binis quibuſdam exiſtendi modis. Reliquorum quivis cum illo eodem priore induceret relationem aliam, quam dicimus cujuſdam determinatæ diſtantiæ, & poſitionis. Porro illa loci puncta, quæ nullius diſtantiæ relationem inducunt, pro eodem accipimus, & quenvis ex infinitis hujuſmodi punctis ad infinita puncta materiæ pertinentibus pro eodem accipimus, ac ejuſdem loci nomine intelligimus. Ea autem haberi debere pro quovis punctorum binario, ſic patet. Si tertium punctum ubicunque collocetur, habebit aliquam diſtantiam, & poſitionem reſpectu primi. Summoto primo, poterit ſecundum collocari ita, ut habeat eandem illam diſtantiam, & poſitionem, reſpectu tertii, quam habebat primum. Igitur modus hic, quo exiſtit, pro eodem habetur, ac modus, quo exiſtebat illud primum, & ſi hi bini modi ſimul exiſterent, nullius diſtantiæ relationem inducerent inter primum, ac ſecundum: & hæc pariter, quæ hic de ſpatii punctis dicta ſunt, æque temporis momentis conveniunt.

 12. An

Plura momenta ejuſdem puncti non poſſe coexiſtere.

12. An autem poſſint ſimul exiſtere, id vero pertinet ad relationem, quam habent puncta loci cum momentis temporis, ſive ſpectetur unicum materiæ punctum, ſive plura. Inprimis plura momenta ejuſdem puncti materiæ coexiſtere non poſſunt, ſed alia neceſſario poſt alia, ſic itidem bina puncta localia ejuſdem puncti materiæ conjungi non poſſunt, ſed alia jacere debent extra alia, atque id ipſum ex eorum natura, &, ut ajunt, eſſentia.

Combinationes quatuor ſpatii, & temporis pro unico puncto materiæ, quatuor pro binis maxime notabiles: idea ſingularis ſpatii alterius alibi poſiti.

13. Deinde conſiderentur conjunctiones variæ punctorum loci, & momentorum. Quodvis punctum materiæ, ſi exiſtit, conjungit aliquod punctum ſpatii cum aliquo momento temporis. Nam neceſſario alicubi exiſtit, & aliquando exiſtit; ac ſi ſolum etiam exiſtat, ſemper ſuum habet, & localem, & temporarium exiſtendi modum, per quod, ſi aliud quodpiam exiſtat, quod ſuos itidem habebit modos, diſtantiæ & localis, & temporariæ relationem ad ipſum acquiret. Id ſaltem omnino accidet, ſi omnium, quæ exiſtunt, vel exiſtere poſſunt, commune eſt ſpatium, ut puncta localia unius, punctis localibus alterius perfecte congruant, ſingula ſingulis. Quid enim, ſi alia ſint rerum genera, vel a noſtris diſſimilium, vel noſtris etiam prorſus ſimilium, quæ aliud, ut ita dicam, infinitum ſpatium habeant, quod a noſtro itidem infinito non per intervallum quoddam finitum, vel infinitum diſtet, ſed ita alienum ſit, ita, ut ita dicam, alibi poſitum, ut nullum cum hoc noſtro commercium habeat, nullam relationem diſtantiæ inducat. Atque id ipſum de tempore etiam dici poſſet extra omne noſtrum æternum tempus collocato. At id menti, ipſum conanti concipere, vim ſummam infert, ac a cogitatione directa admitti vel nullo modo poteſt, vel ſaltem vix poteſt. Quamobrem iis rebus, vel rerum ſpatiis, & temporibus, quæ ad nos nihil pertinere poſſent, prorſus omiſſis, agamus de noſtris hiſce. Si igitur primo idem punctum materiæ conjungat idem punctum ſpatii, cum pluribus momentis temporis aliquo a ſe invicem intervallo disjunctis; habebitur regreſſus ad eundem locum. Si ſecundo id conjungat cum ſerie continua momentorum temporis continui; habebitur quies, quæ requirit tempus aliquod continuum cum eodem loci puncto, ſine qua conjunctione habetur continuus motus, ſuccedentibus ſibi aliis, atque aliis loci punctis, pro aliis, atque aliis momentis temporis. Si tertio idem punctum materiæ conjungat idem momentum temporis cum pluribus punctis loci a ſe invicem diſtantibus aliquo intervallo; habebitur illa, quam dicimus replicationem. Si quarto id conjungat cum ſerie continua punctorum loci aliquo intervallo continuo contentorum, habebitur quædam quam plures Peripatetici admiſerunt, virtualem appellantes extenſionem, qua indiviſibilis, & partibus omnino deſtituta materiæ particula ſpatium diviſibile occuparet. Sunt aliæ quatuor combinationes, ubi plura materiæ puncta

ꝺa conſiderentur. Nimirum quinto ſi conjungant idem momentum temporis cum pluribus punꝺis loci, in quo ſita eſt coexiſtentia. Sexto ſi conjungant idem punꝺum ſpatii cum diverſis momentis temporis, quod fieret in ſucceſſivo appulſu diverſorum punꝺorum materiæ ad eundem locum. Septimo ſi conjungant idem momentum temporis cum eodem punꝺo ſpatii, in quo ſita eſſet compenetratio. Oꝺavo ſi nec momentum ullum, nec punꝺum ſpatii commune habeant, quod haberetur, ſi nec coexiſterent, nec ea loca occuparent, quæ ab aliis occupata fuiſſent aliquando.

Relationes earum ad ſe invicem: quæ, & quomodo poſſibiles.

14. Ex hiſce oꝺo caſibus primo reſpondet tertius, ſecundo quartus, quinto ſextus, ſeptimo oꝺavus. Tertium caſum, nimirum replicationem, communiter cenſent naturaliter haberi non poſſe. Quartum cenſent multi habere animam rationalem, quam putant eſſe in ſpatio aliquo diviſibili, ut plures Peripatetici in toto corpore, alii Philoſophi in quadam cerebri parte, vel in aliquo nervorum ſucco ita, ut cum indiviſibilis ſit, tota ſit in toto ſpatio, & tota in quavis ſpatii parte, quemadmodum eadem indiviſibilis Divina Natura eſt tota in toto ſpatio, & tota in qualibet ſpatii parte, ubique neceſſario præſens, & omnibus creatarum rerum realibus locis coexiſtens, ac adſtans. Eundem alii caſum in materia admittunt, cujus particulas eodem paꝺo extendi putant, ut diximus; licet ſimplices ſint, licet partibus expertes, non modo aꝺu ſeparatis, ſed etiam diſtinꝺis, ac tantummodo ſeparabilibus. Eam ſententiam ampleꝺendam eſſe non cenſeo idcirco, quod ubicunque materiam loca diſtinꝺa occupantem ſenſu percipimus, ſeparabilem etiam, ingenti ſaltem adhibita vi, videmus; ſejunꝺis partibus, quæ diſtabant: nec vero alio ullo argumento excludimus a Natura replicationem, niſi quia nullam materiæ partem, quantum ſenſu percipere poſſumus, videmus, bina ſimul occupare loca. Virtualis illa extenſio materiæ infinities ulterius progreditur ultra ſimplicem replicationem.

Quietem, & regreſſum ad eundem locum in Natura eſſe in infinitum improbabiles, & inde ingens analogia.

15. Si ſecundus caſus quietis, & primus caſus regreſſus ad eundem locum naturaliter haberi poſſent, eſſet is quidem deſeꝺus quidam analogiæ inter ſpatium, & tempus. At mihi videor probare illud poſſe, neutrum unquam in Natura contingere, adeoque naturaliter haberi non poſſe. Id autem evinco hoc argumento. Sit punꝺum materiæ quodam momento in quodam ſpatii punꝺo, & pro quovis alio momento ignorantes, ubi ſit, quæramus, quanto probabilius ſit, ipſum alibi eſſe, quam ibidem. Tanto erit probabilius illud, quam hoc, quanto plura ſunt alia ſpatii punꝺa, quam illud unicum. Hæc in quavis linea ſunt infinita, infinitus in quovis plano linearum numerus, infinitus in toto ſpatio planorum numerus. Quare numerus aliorum punꝺorum eſt infinitus tertii generis, adeoque illa probabilitas major infinities tertii generis infinitate, ubi de quovis alio determinato momento agitur. Agatur jam indefinite

finite

finite de omnibus momentis temporis infiniti, decreſcet prior probabilitas in ea ratione, qua momenta creſcunt, in quorum aliquo ſaltem poſſet ibidem eſſe punctum. Sunt autem momenta numero infinita infinitate ejuſdem generis, cujus puncta poſſibilia in linea infinita. Igitur adhuc agendo de omnibus momentis infiniti temporis indefinite, eſt infinities infinite improbabilius, quod punctum in eodem illo priore ſit loco, quam quod ſit alibi. Conſideretur jam non unicum punctum loci determinato unico momento occupatum, ſed quodvis punctum loci, quovis indefinite momento occupatum, & adhuc probabilitas regreſſus ad aliquod ex iis creſcet, ut creſcit horum loci punctorum numerus, qui infinito etiam tempore eſt infinitus ejuſdem ordinis, cujus eſt numerus linearum, in quovis plano. Quare improbabilitas caſus, quo determinatum quodpiam materiæ punctum redeat, quovis indefinite momento temporis, ad quodvis indefinite punctum loci, in quo alio quovis fuit momento temporis indefinite ſumpto, remanet infinita primi ordinis. Eadem autem pro omnibus materiæ punctis, quæ numero finita ſunt, decreſcit in ratione finita ejus numeri ad unitatem (quod ſecus accidit in communi ſententia, in qua punctorum materiæ numerus eſt infinitus ordinis tertii). Quare adhuc remanet infinita improbabilitas regreſſus puncti materiæ cujuſvis indefinite, ad punctum loci quodvis, occupatum quovis momento præcedenti indefinite, regreſſus inquam, habendi quovis indefinite momento ſequenti temporis, qui regreſſus idcirco ſine ullo erroris metu debet excludi, cum infinitam improbabilitatem in relativam quandam impoſſibilitatem migrare cenſendum ſit: quæ quidem Theoria communi ſententiæ applicari non poteſt. Quamobrem eo pacto, patet, in mea materiæ punctorum Theoria e Natura tolli & quietem, quam etiam ſupra excluſimus, & vero etiam regreſſum ad idem loci punctum, in quo ſemel ipſum punctum materiæ extitit: unde fit, ut omnes illi primi quatuor caſus excludantur ex Natura, & in iis accurata temporis, & ſpatii ſervetur analogia.

Nullum punctum materiæ advenire ad ullum punctum ſpatii, in quo aliquando fuerit aliud punctum quodvis. In ſola coexiſtentia reſpondente huic adventui lædi analogiam.

16. Quin imo ſi quæratur, an aliquod materiæ punctum occupare debeat quopiam momento punctum loci, quod alio momento aliquo aliud materiæ punctum occupavit; adhuc improbabilitas erit infinities infinita. Nam numerus punctorum materiæ exiſtentium eſt finitus, adeoque ſi pro regreſſu puncti cujusvis ad puncta loci a ſe occupata adhibeatur regreſſus ad puncta occupata a quovis alio, numerus caſuum creſcit in ratione unitatis ad numerum punctorum finitum utique, nimirum in ratione finita tantummodo. Hinc improbabilitas appulſus alicujus puncti materiæ indefinite ſumpti ad punctum ſpatii aliquando ab alio quovis puncto occupati adhuc eſt infinita, & ipſe appulſus habendus pro impoſſibili, quo quidem pacto excluditur & ſextus caſus, qui in eo ipſo ſitus erat regreſſu, & multo magis ſeptimus, qui binorum punctorum materiæ

riæ ſimultaneum appulſum continet ad idem aliquod loci punctum, ſive compenetrationem. Octavus autem pro materia excluditur, cum tota ſimul creata perpetuo duret tota, adeoque ſemper idem momentum habeat commune. (*b*) Solus quintus caſus, quo plura materiæ puncta idem momentum temporis cum diverſis punctis loci conjungant, non modo poſſibilis eſt, ſed etiam neceſſarius pro omnibus materiæ punctis, coexiſtentibus nimirum: fieri enim non poteſt, ut ſeptimus, & octavus excludantur; niſi continuo ob id ipſum includatur quintus ille, ut conſideranti patebit facile. Quamobrem in eo analogia deficit, quod poſſint plura materiæ puncta conjungere diverſa puncta ſpatii cum eodem momento temporis, qui eſt hic caſus quintus, non autem poſſit idem punctum ſpatii, cum pluribus momentis temporis, qui eſt caſus tertius, quem defectum neceſſario inducit excluſio ſeptimi, & octavi, quorum altero incluſo, excludi poſſet hic quintus, ut ſi poſſent materiæ puncta, quæ ſimul creata ſunt, nec pereunt, non coexiſtere, tum enim idem momentum cum diverſis loci punctis nequaquam conjungeretur.

Qui caſus ſint poſſibiles per Divinam Omnipotentiam: uſus ſuperioris theorematis in Impenetrabilitate.

17. Ex illis 7 caſibus videntur omnino ſaltem *6* per Divinam Omnipotentiam poſſibiles, dempta nimirum virtuali illa materiæ extenſione, de qua dubium eſſe poterit, quia deberet ſimul exiſtere numerus abſolute infinitus punctorum illorum loci realium, quod impoſſibile eſt; ſi infinitum numero actu exiſtens repugnat in modis ipſis. Quoniam autem poſſunt omnia exiſtere alia poſt alia puncta loci in quavis linea conſtituta, in motu nimirum continuo, & poſſunt itidem momenta omnia temporis continui, alia itidem poſt alia in rei cujuſvis duratione; ambigi poterit, an poſſint & omnia ſimul ipſa loci puncta, quam quæſtionem definire non auſim. Illud unum moneo, ſententiam hanc meam de ſpatii natura, & continuitate præcipuas omnes difficultates, quibus premuntur reliquæ, penitus

---

(b) *Hic caſus nuſquam itidem haberetur; ſi duratio non eſſet quid continenter permanens, ſed loco ipſius admitteretur quædam exiſtentia, ut ita dicam, ſaltitans, nimirum ſi quodvis materiæ punctum (& idem poteſt transferri ad quævis creata entia) exiſteret tantum in momentis indiviſibilibus a ſe invicem remotis, in omnibus vero intermediis poſſibilibus omnino non exiſteret. Eo caſu coexiſtentia eſſet infinite improbabilis eodem fere argumento, quo adventus unius puncti materiæ ad punctum ſpatii, in quo aliud quodvis punctum unquam fuerit. In eodem nullum haberetur reale continuum ne in motu quidem: diverſæ celeritates multo melius explicarentur: multo magis pateret, quomodo vita inſecti breviſſima poſſit æquivalere vitæ cuivis longiſſimæ, per eundem nimirum numerum exiſtentiarum inter extrema momenta. Verum & excluſio cujuſvis coexiſtentiæ abriperet ſecum omnes prorſus influxus phyſicos immediatos, ac determinationes, & deberet haberi continua reproductio, immo creatio nova perpetua, & alia ejuſmodi, quæ admitti non poſſunt, haberentur.*

tus evitare, & ad omnia, quæ huc pertinent, explicanda commodiſſimam eſſe. Tum illud addo, excluſo appulſu puncti cujuſvis materiæ ad punctum loci, ad quod punctum quodvis materiæ quovis momento appellit, & inde compenetratione, veram impenetrabilitatem materiæ neceſſario conſequi, quod in decimo nobis libro (*k*) plurimum proderit. Nimirum niſi vires repulſivæ prohiberent; liberrime maſſa quævis per quamvis aliam maſſam permearet, ſine ullo periculo occurſus ullius puncti cum alio quovis, ubi haberetur apparens quædam compenetratio ſimilis penetrationi luminis per cryſtalla, olei per ligna, & marmora, ſine ulla reali compenetratione punctorum. In maſſis craſſioribus, & minori celeritate præditis vires repulſivæ motum ulteriorem plerumque impediunt ſine ullo impactu, & ſenſibilem etiam illam, ac apparentem compenetrationem excludunt: in tenuiſſimis, & celerrimis, ut in luminis radiis per homogeneas ſubſtantias, vel per alios radios propagatis, evitatur per celeritatem ipſam, actionum exigua inæqualitas, ex circumjacentium punctorum inæquali diſtantia orta, ac liberrimus habetur progreſſus in omnes plagas ſine ullo occurſus periculo, quod ſummam, & unicam difficultatem propagationis luminis per ſubſtantiam emiſſam, & progredientem, penitus amovet. Sed de his jam ſatis.

(k) *Stayanæ nimirum philoſophiæ, in quo Auctor elegantiſſimus, & doctiſſimus hanc meam Philoſophiam exponit. Hunc ejus theorematis fructum jam cepimus hic ſupra, ubi in ipſo opere de impenetrabilitate egimus, & de apparenti compenetratione, quæ ſine viribus mutuis haberetur a num.* 360.

§. II.

Digitized by Google

§. II.

De Spatio, & Tempore, ut a nobis cognoſcuntur.

18. Diximus in ſuperiore Supplemento de ſpatio, ac tempore, ut ſunt in ſe ipſis: ſupereſt, ut illud attingam, quod pertinet ad ipſa, ut cognoſcuntur. Nos nequaquam immediate cognoſcimus per ſenſus illos exiſtendi modos reales, nec diſcernere poſſumus alios ab aliis. Sentimus quidem a diſcrimine idearum, quæ per ſenſus excitantur in animo, relationem determinatam diſtantiæ, & poſitionis, quæ e binis quibuſque localibus exiſtendi modis exoritur, ſed eadem idea oriri poteſt ex innumeris modorum, ſive punctorum realium loci binariis, quæ inducant relationes æqualium diſtantiarum, & ſimilium poſitionum tam inter ſe, quam ad noſtra organa, & ad reliqua circumjacentia corpora. Nam bina materiæ puncta, quæ alicubi datam habent diſtantiam, & poſitionem inductam a binis quibuſdam exiſtendi modis, alibi poſſunt per alios binos exiſtendi modos habere relationem diſtantiæ æqualis, & poſitionis ſimilis, diſtantiis nimirum ipſis exiſtentibus parallelis. Si illa puncta, & nos, & omnia circumjacentia corpora mutent loca realia, ita tamen, ut omnes diſtantiæ æquales maneant, & prioribus parallelæ; nos eaſdem prorſus habebimus ideas, quin imo eaſdem ideas habebimus; ſi manentibus diſtantiarum magnitudinibus, directiones omnes in æquali angulo converterentur, adeoque æque ad ſe invicem inclinarentur, ac prius. Et ſi minuerentur etiam diſtantiæ illæ omnes, manentibus angulis, & manente illarum ratione ad ſe invicem, vires autem ex ea diſtantiarum mutatione non mutarentur, rite mutata virium ſcala illa, nimirum curva illa linea, per cujus ordinatas ipſæ vires exprimuntur; nullam nos in noſtris ideis mutationem haberemus. *Nos nec modos exiſtendi locales poſſe abſolute cognoſcere, nec abſolutas diſtantias, & magnitudines.*

19. Hinc autem conſequitur illud, ſi totus hic Mundus nobis conſpicuus motu parallelo promoveatur in plagam quamvis, & ſimul in quovis angulo convertatur, nos illum motum, & converſionem ſentire non poſſe. Sic ſi cubiculi, in quo ſumus, & camporum, ac montium tractus omnis motu aliquo Telluris communi ad ſenſum ſimul convertatur; motum ejuſmodi ſentire non poſſumus: ideæ enim eædem ad ſenſum excitantur in animo. Fieri autem poſſet, ut totus itidem Mundus nobis conſpicuus in dies contraheretur, vel produceretur, ſcala virium tantundem contracta, vel producta: quod ſi fieret; nulla in animo noſtro idearum mutatio haberetur, adeoque nullus ejuſmodi mutationis ſenſus. *Motum communem nobis, & Mundo non poſſe a nobis cognoſci, nec ſi ipſe in quavis ratione augeatur, vel minuatur totus.*

20. Ubi vel objecta externa, vel noſtra organa mutant illos ſuos exiſtendi modos ita, ut prior illa æqualitas, vel ſimili- *Mutata poſitione noſtra,*

& omnium, quæ videmus, non mutari noſtras ideas, & idcirco nos motum nec nobis adſcribere, nec reliquis.

ſimilitudo non maneat, tum vero mutantur ideæ, & mutationis habetur ſenſus, ſed ideæ eædem omnino ſunt, ſive objecta externa mutationem ſubeant, ſive noſtra organa, ſive utrumque inæqualiter. Semper ideæ noſtræ differentiam novi ſtatus a priore referent, non abſolutam mutationem, quæ ſub ſenſus non cadit. Sic ſive aſtra circa Terram moveantur, ſive Terra motu contrario circa ſe ipſam nobiſcum; eædem ſunt ideæ, idem ſenſus. Mutationes abſolutas nunquam ſentire poſſumus, diſcrimen a priori forma ſentimus. Cum autem nihil adeſt, quod nos de noſtrorum organorum mutatione commoneat; tum vero nos ipſos pro immotis habemus communi præjudicio habendi pro nullis in ſe, quæ nulla ſunt in noſtra mente, cum non cognoſcantur, & mutationem omnem objectis extra nos ſitis tribuimus. Sic errat, qui in navi clauſus ſe immotum cenſet, littora autem, & montes, ac ipſam undam moveri arbitratur.

Quomodo judicemus de æqualitate duorum, ex æqualitate cum tertio: nunquam haberi congruentiam in longitudine, ut nec in tempore, ſed inferri a cauſis.

21. Illud autem notandum inprimis ex hoc principio immutabilitatis eorum, quorum mutationem per ſenſum non cognoſcimus, oriri etiam methodum, quam adhibemus in comparandis intervallorum magnitudinibus inter ſe, ubi id, quod pro menſura aſſumimus, habemus pro immutabili. Utimur autem hoc principio, *quæ ſunt æqualia eidem*, *ſunt æqualia inter ſe*, ex quo deducitur hoc aliud, ad ipſum pertinens, *quæ ſunt æque multipla*, *vel ſubmultipla alterius*, *ſunt itidem inter ſe æqualia*, & hoc alio, *quæ congruunt*, *æqualia ſunt*. Aſſumimus ligneam, vel ferream decempedam, quam uni intervallo ſemel, vel centies applicatam ſi inveniamus congruentem, tum alteri intervallo applicatam itidem ſemel, vel centies itidem congruentem, illa intervalla æqualia dicimus. Porro illam ligneam, vel ferream decempedam habemus pro eodem comparationis termino poſt tranſlationem. Si ea conſtaret ex materia prorſus continua, & ſolida, haberi poſſet pro eodem comparationis termino; at in mea punctorum a ſe invicem diſtantium ſententia, omnia illius decempedæ puncta, dum transferuntur, perpetuo diſtantiam revera mutant. Diſtantia enim conſtituitur per illos reales exiſtendi modos, qui mutantur perpetuo. Si mutentur ita, ut qui modi ſuccedunt, fundent reales æqualium diſtantiarum relationes; terminus comparationis non erit idem, adhuc tamen æqualis erit, & æqualitas menſuratorum inrervallorum rite colligetur. Longitudinem decempedæ in priore ſitu per illos priores reales modos conſtitutæ, cum longitudine in poſteriore ſitu conſtituta per hoſce poſteriores, immediate inter ſe conferre nihilo magis poſſumus, quam illa ipſa intervalla, quæ menſurando conferimus. Sed quia nullam in tranſlatione mutationem ſentimus, quæ longitudinis relationem nobis oſtendat, idcirco pro eadem habemus longitudinem ipſam. At ea revera ſemper in ipſa tranſlatione non nihil mutabitur. Fieri poſſet, ut ingentem etiam mutationem aliquam ſubiret

& ipſa,

Digitized by Google

& ipſa, & noſtri ſenſus, quam nos non ſentiremus, & ad priorem reſtituta locum ad priori æqualem, vel ſimilem ſtatum rediret. Exigua tamen aliqua mutatio habetur omnino idcirco, quod vires, quæ illa materiæ puncta inter ſe nectunt, mutata poſitione ad omnia reliquarum Mundi partium puncta, non nihil immutantur. Idem autem & in communi ſententia accidit. Nullum enim corpus ſpatiolis vacat interjectis, & omnis penitus compreſſionis, ac dilatationis eſt incapax, quæ quidem dilatatio, & compreſſio ſaltem exigua in omni translatione omnino habetur. Nos tamen menſuram illam pro eadem habemus, cum, ut monui, nullam mutationem ſentiamus.

Concluſio: diſcrimen vulgi a Philoſophis in judicando.

22. Ex his omnibus conſequitur, nos abſolutas diſtantias nec immediate cognoſcere omnino poſſe, nec per terminum communem inter ſe comparare, ſed æſtimare magnitudines ab ideis, per quas eas cognoſcimus, & menſuras habere pro communibus terminis, in quibus nullam mutationem factam eſſe vulgus cenſet. Philoſophi autem mutationem quidem debent agnoſcere, ſed cum nullam violatæ notabili mutatione æqualitatis cauſam agnoſcant, mutationem ipſam pro æqualiter facta habent.

Licet translata decempeda, mutentur modi, qui intervalli relationem conſtituunt; tamen intervalla æqualia haberi pro eodem ex cauſis.

23. Porro licet, ubi puncta materiæ locum mutant, ut in decempeda translata, mutetur revera diſtantia, mutatis iis modis realibus, quæ ipſam conſtituunt; tamen ſi mutatio ita fiat, ut poſterior illa diſtantia æqualis prorſus priori ſit, ipſam appellabimus eandem, & nihil mutatam ita, ut eorundem terminorum æquales diſtantiæ dicantur diſtantia eadem, & magnitudo dicatur eadem, quæ per eas æquales diſtantias definitur, ut itidem ejuſdem directionis nomine intelligantur binæ etiam directiones parallelæ; nec mutari diſtantiam, vel directionem dicemus in ſequentibus, niſi diſtantiæ magnitudo, vel paralleliſmus mutetur.

Eadem ad tempus transferenda, ſed in eo etiam vulgo notum eſſe, intervallum temporarium non poſſe transferri idem pro comparatione duorum: errari ab eo circa ſpatium.

24. Quæ de ſpatii menſura diximus, haud difficulter ad tempus transferentur, in quo itidem nullam habemus certam, & conſtantem menſuram. Deſumimus a motu illam, quam poſſumus, ſed nullum habemus motum prorſus æquabilem. Multa, quæ huc pertinent, & quæ ad idearum ipſarum naturam, & ſucceſſionem ſpectant, diximus in notis. Unum hic addo, in menſura temporis, ne vulgus quidem cenſere ab uno tempore ad aliud tempus eandem temporis menſuram transferri. Videt aliam eſſe, ſed æqualem ſupponit ob motum ſuppoſitum æqualem. In menſura locali æque in mea ſententia, ac in menſura temporaria impoſſibile eſt certam longitudinem, ut certam durationem e ſua ſede abducere in alterius ſedem, ut binorum comparatio habeatur per tertium. Utrobique alia longitudo, ut alia duratio ſubſtituitur, quæ priori illi æqualis cenſetur, nimirum nova realia punctorum ejuſdem decempedæ loca novam diſtantiam conſtituentia, ut

novus ejuſdem ſtyli circuitus, ſive nova temporaria diſtantia inter bina initia, & binos fines. In mea Theoria eadem prorſus utrobique habetur analogia ſpatii, & temporis. Vulgus tantummodo in menſura locali eundem haberi putat comparationis terminum: Philoſophi ceteri fere omnes eundem ſaltem haberi poſſe per menſuram perfecte ſolidam, & continuam, in tempore tantummodo æqualem: ego vero utrobique æqualem tantum agnoſco, nuſpiam eandem.

§. III.

§. III.

Solutio analytica Problematis determinantis naturam Legis Virium. (*a*)

Denominatio, ac præparatio.

25. UT haſce conditiones impleamus, formulam invenie- mus algebraicam, quæ ipſam continebit legem noſtram, ſed hic elementa communia vulgaris Carteſianæ algebræ ſupponemus ut nota, ſine quibus res omnino confici nequaquam poteſt. Dicatur autem ordinata y, abſciſſa x, ac ponatur $xx = z$. Capiantur omnium AE, AG, AI &c (Fig. 1.) valores cum ſigno negativo, & ſumma quadratorum omnium ejuſmodi valorum dicatur a, ſumma productorum e binis quibuſque quadratis b, ſumma productorum e ternis c, & ita porro; productum autem ex omnibus dicatur f. Numerus eorundem valorum dicatur m. His poſitis ponatur $z^{m} + az^{m-1} + bz^{m-2} + cz^{m-3}$ &c..... $+ f = \text{P}$. Si ponatur P $= o$, patet æquationis ejus omnes radices fore reales, & poſitivas, nimirum ſola illa quadrata quantitatum AE, AG, AI &c, qui erunt valores ipſius z; adeoque cum ob $xx = z$, ſit $x = \pm \sqrt{z}$, patet, valores x fore tam AE, AG, AI poſitivas, quam AE', AG' &c negativas.

Aſſumptio cujuſdam valoris ad rem idonei.

26. Deinde ſumatur quæcunque quantitas data per z, & conſtantes quomodocunque, dummodo non habeat ullum diviſorem communem cum P, ne evaneſcente z, eadem evaneſcat; ac facta x infiniteſima ordinis primi, evadat infiniteſima ordinis ejuſdem, vel inferioris, ut erit quæcunque formula $z^{r} + gz^{r-1} + bz^{r-2}$ &c $+ l$, quæ poſita $= o$ habeat radices quotcunque imaginarias, & quotcunque, & quaſcunque reales, (dummodo earum nulla ſit ex iis AE, AG, AI &c, ſive poſitiva, ſive negativa) ſi deinde tota multiplicetur per z. Ea dicatur Q.

Formula continens æquationem quæſitam.

27. Si jam fiat $\text{P} - \text{Q}f = o$; dico, hanc æquationem ſatisfacere reliquis omnibus hujus curvæ conditionibus, & rite determinato valore Q, poſſe infinitis modis ſatisfieri etiam poſtremæ conditioni expoſitæ ſexto loco.

28.

(d) *Hæc ſolutio excerpta eſt ex diſſertatione* De Lege Virium in Natura exiſtentium. *Accedit iis, quæ inde ſunt eruta, ſcholium 3 primo adjectum in ha editione Veneta prima. Ipſum problema hic ſolvendum habetur in ipſo hoc Opere parte 1 num. 117, ac ejus conditiones num. 118.*

Æquationem fore ſimplicem non reſolubilem in plures.

28. Nam inprimis, quoniam valores P, & Q poſiti $= o$ nullam habent radicem communem, nullum habebunt diviſorem communem. Hinc hæc æquatio non poteſt per diviſionem reduci ad binas, adeoque non eſt compoſita ex binis æquationibus, ſed ſimplex, & proinde ſimplicem quandam curvam continuam exhibet, quæ ex aliis non componitur. Quod erat primum.

Exhibituram datum numerum interſectionum curvæ, in datis punctis.

29. Deinde curva hujuſmodi ſecabit axem C′AC in iis omnibus, & ſolis punctis, E, G, I &c E′, G′, &c. Nam ea ſecabit axem C′AC ſolum in iis punctis, in quibus $y = o$, & ſecabit in omnibus. Porro ubi fuerit $y = o$, erit & $Qy = o$, adeoque ob $P - Qy = o$; erit $P = o$. Id autem continget ſolum in iis punctis, in quibus z fuerit una e radicibus æquationis $P = o$, nimirum, ut ſupra vidimus, in punctis E, G, I, vel E′, G′, &c. Quare ſolum in his punctis evaneſcet y, & curva axem ſecabit. Secaturam autem in his omnibus patet ex eo, quod in his omnibus punctis erit $P = o$. Quare erit etiam $Qy = o$. Non erit autem $Q = o$; cum nulla ſit radix communis æquationum $P = o$, & $Q = o$. Quare erit $y = o$, & curva axem ſecabit. Quod erat ſecundum.

Singulas ordinatas reſponſuras ſingulis abſciſſis.

30. Præterea cum ſit $P - Qx = o$, erit $y = \frac{P}{Q}$; determinata autem utcunque abſciſſa x, habebitur determinata quædam z, adeoque & P, Q erunt unicæ, & determinatæ. Erit igitur etiam y unica, & determinata; ac proinde reſpondebunt ſingulis abſciſſis z ſingulæ tantum ordinatæ y. Quod erat tertium.

Abſciſſis hinc inde æqualibus reſponſuras æquales ordinatas.

31. Rurſus ſive x aſſumatur poſitiva, ſive negativa, dummodo ejuſdem longitudinis ſit, ſemper valor $z = xx$ erit idem; ac proinde valores tam P, quam Q erunt ſemper iidem. Quare ſemper eadem y. Sumptis igitur abſciſſis z æqualibus hinc, & inde ab A, altera poſitiva, altera negativa, reſpondebunt ordinatæ æquales. Quod erat quartum.

Primum arcum fore crus aſymptoticum cum area infinita.

32. Si autem x minuatur in infinitum, ſive ea poſitiva ſit, ſive negativa; ſemper z minuetur in infinitum, & evadet infiniteſima ordinis ſecundi. Quare in valore P decreſcent in infinitum omnes termini præter y, quia omnes præter eum multiplicantur per z, adeoque valor P erit adhuc finitus. Valor autem Q, qui habet formulam ductam in z totam, minuetur in infinitum, eritque infiniteſimus ordinis ſecundi. Igitur $\frac{P}{Q} = y$ augebitur in infinitum ita, ut evadat infinita ordinis ſecundi. Quare curva habebit pro aſymptoto rectam AB, & area BAED excreſcet in infinitum, & ſi ordinatæ y poſitivæ aſſumantur ad partes AB, & exprimant vires repulſivas, arcus aſymptoticus ED jacebit ad partes ipſas AB. Quod erat quintum.

33. Pa-

Poſt eas conditiones remanere indeterminationem parem cuicunque acceſſui ad quaſvis curvas in punctis datis quibuſvis.

33. Patet igitur, utcunque aſſumpto Q cum datis conditionibus, ſatisfieri primis quinque conditionibus curvæ. Jam vero poteſt valor Q variari infinitis modis ita, ut adhuc impleat ſemper conditiones, cum quibus aſſumptus eſt. Ac proinde arcus curvæ intercepti interſectionibus poterunt infinitis modis variari ita, ut primæ quinque ipſius curvæ conditiones impleantur; unde fit, ut poſſint etiam variari ita, ut ſextam conditionem impleant.

Quid requiratur, ut tranſeat per quævis earum puncta.

34. Si enim dentur quotcunque, & quicunque arcus, quarumcunque curvarum, modo ſint ejuſmodi, ut ab aſymptoto A B perpetuo recedant, adeoque nulla recta ipſi aſymptoto parallela eos arcus ſecet in pluribus, quam in unico puncto, & in iis aſſumantur puncta quotcunque, utcunque inter ſe proxima; poterit admodum facile aſſumi valor P ita, ut curva per omnia ejuſmodi puncta tranſeat, & idem poterit infinitis modis variari ita, ut adhuc ſemper curva tranſeat per eadem illa puncta.

Quomodo id præſtandum.

35. Sit enim numerus punctorum aſſumptorum quicunque $= r$, & a ſingulis ejuſmodi punctis demittantur rectæ parallelæ A B uſque ad axem C A C, quæ debent eſſe ordinatæ curvæ quæſitæ, & ſingulæ abſciſſæ ab A uſque ad ejuſmodi ordinatas dicantur M 1, M 2, M 3 &c, ſingulæ autem ordinatæ N' 1, N' 2, N' 3 &c. Aſſumatur autem quædam quantitas $A z^{r} + B z^{r-1} + C z^{r-2} \dots + G z$, quæ ponatur $= R$. Tum alia aſſumatur quantitas T ejuſmodi, ut evaneſcente z evaneſcat quivis ejus terminus, & ut nullus ſit diviſor communis valoris P, & valoris $R + T$, quod facile fiet, cum innoteſcant omnes diviſores quantitatis P. Ponatur autem $Q = R + T$, & jam æquatio ad curvam erit $P - Ry - Ty = o$. Ponantur in hac æquatione ſucceſſive M 1, M 2, M 3 &c pro x, & N 1, N 2, N 3 &c. pro y. Habebuntur æquationes numero r, quæ ſingulæ continebunt valores A, B, C, ... G, unius tantum dimenſionis ſingulos, numero pariter r, & præterea datos valores M 1, M 2, M 3 &c, N 1, N 2, N 3 &c, ac valores arbitrarios, qui in T ſunt coefficientes ipſius z.

Progreſſus ulterior.

36. Per illas æquationes numero r admodum facile determinabuntur illi valores A, B, C .... G, qui ſunt pariter numero r, aſſumendo in prima æquatione, juxta methodos notiſſimas, & elementares valorem A, & eum ſubſtituendo in æquationibus omnibus ſequentibus, quo pacto habebuntur æquationes $r - 1$. Hæ autem ejecto valore B reducentur ad $r - 2$, & ita porro, donec ad unicam ventum fuerit, in qua determinato valore Q, per ipſum ordine retrogrado determinabuntur valores omnes præcedentes, ſinguli in ſingulis æquationibus.

Concluſio.

37. Determinatis hoc pacto valoribus A, B, C .... G

in

& cohærentia cum omnibus præcedentibus conditionibus.

in æquatione $P-Ry-Ty=o$, ſive $P-Qy=o$, patet poſitis ſucceſſive pro x valoribus $M1$, $M2$, $M3$ &c, debere valores ordinatæ y eſſe ſucceſſive $N1$, $N2$, $N3$ &c; ac proinde debere curvam tranſire per data illa puncta in datis illis curvis: & tamen valor Q adhuc habebit omnes conditiones præcedentes. Nam imminuta z ultra quoſcunque limites, minuentur ſinguli ejus termini ultra quoſcunque limites, cum minuantur termini ſinguli valoris T, qui ita aſſumpti ſunt, & minuantur pariter termini valoris R, qui omnes ſunt ducti in z, & præterea nullus erit communis diviſor quantitatum P, & Q, cum nullus ſit quantitatum P, & $R+T$.

Inde contactus, oſcula, acceſſus quivis.

38. Porro ſi bina proxima ex punctis aſſumptis in arcubus curvarum ad eandem axis partem concipiantur accedere ad ſe invicem ultra quoſcumque limites, & tandem congruere, factis nimirum binis M æqualibus, & pariter æqualibus binis N; jam curva quæſita ibidem tanget arcum curvæ datæ: & ſi tria ejuſmodi puncta congruant, eam oſculabitur: quin immo illud præſtari poterit, ut coeant quot libuerit puncta, ubi libuerit, & habeantur oſcula ordinis cujus libuerit, & ut libuerit ſibi invicem proxima, arcu curvæ datæ accedente, ut libuerit, & in quibus libuerit diſtantiis ad arcus, quos libuerit curvarum, quarum libuerit, & tamen ipſa curva ſervante omnes illas ſex conditiones requiſitas ad exponendam legem illam virium repulſivarum, ac attractivarum, & datos limites.

Adhuc indeterminatio relicta pro infinitis modis.

39. Cum vero adhuc infinitis modis variari poſſit valor T; infinitis modis idem præſtari poterit: ac proinde infinitis modis inveniri poterit curva ſimplex datis conditionibus ſatisfaciens. Q. E. F.

Poſſe & axem contingere, oſculari &c.

40. *Coroll.* 1. Curva poterit contingere axem C'AC in quot libuerit punctis, & contingere ſimul, ac ſecare in iiſdem, ac proinde eum oſculari quocunque oſculi genere. Nam ſi binæ quævis e diſtantiis limitum fiant æquales; curva continget rectam C'A, evaneſcente arcu inter binos limites; ut ſi punctum I abiret in L, evaneſcente arcu IKL; haberetur contactus in L, repulſio per arcum HI perpetuo decreſceret, & in ipſo contactu IL evaneſceret, tum non tranſiret in attractionem, ſed iterum creſceret repulſio ipſa per arcum LM. Idem autem accideret attractioni, ſi coeuntibus punctis LN, evaneſceret arcus repulſivus LMN.

Poſſe contingere ſimul, & ſecare.

41. Si autem tria puncta coirent, ut LNP; curva contingeret ſimul axem C'AC, & ab eodem ſimul ſecaretur, ac proinde haberet in eodem puncto contactus flexum contrarium. Haberetur autem ibidem tranſitus ab attractione ad repulſionem, vel vice verſa, adeoque verus limes.

Quid congruentia interſectionum plurium.

42. Eodem pacto poſſunt congruere puncta quatuor, quinque, quotcunque: & ſi congruat numerus punctorum par; habebitur contactus: ſi impar; contactus ſimul, & ſectio. Sed quo plura puncta coibunt; eo magis curva accedet ad

axem

axem C'AC in ipſo limite, eumque oſculabitur oſculo arctiore.

43. *Coroll.* 2. In iis limitibus, in quibus curva ſecat axem C'AC, poteſt ipſa curva ſecare eundem in quibuſcunque angulis ita tamen, ut angulus, quem efficit ad partes A arcus curvæ in perpetuo receſſu ab aſymptoto appellens ad axem C'AC non ſit major recto, & ibidem poteſt aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut oſculari, quocunque contactus, aut oſculi genere, nimirum habendo in utrolibet caſu radium oſculi magnitudinis cujuſcunque, & vel utcunque evaneſcentem, vel utcunque abeuntem in infinitum. Poſſe axem ſecari in quibuſcunque angulis, & a quavis magnitudine arcuum.

44. Nam pro illis punctis datis in arcubus curvarum quarumcunque, quas curva inventa poteſt vel contingere, vel oſculari quocunque oſculi genere, ex quibus definitus eſt valor R, poſſunt aſſumi arcus curvarum quarumcunque ſecantium axem C'AC, in angulis quibuſcunque: ſolum quoniam ſemper arcus curvæ, ut *t*N*y* debet ab aſymptoto recedere, non poterit punctum ullum *t* præcedens limitem N jacere ultra rectam axi perpendicularem erectam ex N, vel punctum *y* ſequens ipſum N jacere citra; ac proinde non poterit angulus AN*t*, quem efficit ad partes A arcus *t*N in perpetuo receſſu ab aſymptoto appellens ad axem C'AC, eſſe major recto. Demonſtratio: limitatio neceſſaria.

45. Poſſunt autem arcus curvarum aſſumptarum in iiſdem punctis aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut oſculari, quocunque contactus, aut oſculi genere, ut nimirum ſit radius oſculi magnitudinis cujuſcunque, & vel utcunque evaneſcens, vel utcunque abiens in infinitum. Quare idem accidere poterit, ut innuimus, & arcui curvæ inventæ, quæ ad eos arcus poteſt accedere, quantum libuerit, & eos contingere, vel oſculari quocunque oſculi genere in iis ipſis punctis. Quid poſſint arcus curvarum aſſumptarum: omnia poſſe & inventam.

46. Solum ſi curva inventa tetigerit in ipſo limite rectam axi C'AC perpendicularem, debebit ſimul ibidem eandem ſecare; cum debeat ſemper recedere ab aſymptoto, adeoque debebit ibidem habere flexum contrarium. Conditio neceſſaria, ex hujus curvæ natura.

47. *Scholium* 1. Corollarium 1 eſt caſus particularis hujus corollarii ſecundi, ut patet: ſed libuit ipſum ſeorſum diverſa methodo, & faciliore prius eruere. Corol. 1 includi in corol. 2.

48. *Coroll.* 3. Arcus curvæ etiam extra limites poteſt habere tangentem in quovis angulo inclinatam ad axem, vel ei parallelam, vel perpendicularem cum iiſdem contactuum, & oſculorum conditionibus, quæ habentur in corollario 2. Quid ubivis etiam extra limites.

49. Demonſtratio eſt prorſus eadem: nam arcus curvarum dati, ad quos arcus curvæ inventæ poteſt accedere ubicunque, quantum libuerit, poſſunt habere ejuſmodi conditiones. Demonſtratio eadem.

50. *Coroll.* 5. Mutata abſciſſa per quodcunque intervallum datum, poteſt ordinata mutari per aliud quodcunque datum utcunque minus, vel majus ipſa mutatione abſciſſæ, & ut- Mutationem abſciſſæ poſſe habere ad mutationem ordi-

natæ relationem quancunque. cunque majus quantitate quacunque data: ac ſi differentia abſciſſæ ſit infiniteſima, & dicatur ordinis primi; poterit differentia ordinatæ eſſe ordinis cujuſcunque, vel utcunque inferioris, vel intermedii, inter quantitates finitas, & quantitates ordinis primi.

Demonſtratur pro ratione finita. 51. Patet primum ex eo, quod, ubi determinatur valor R, poteſt curva tranſire per quotcunque, & quæcunque puncta, adeoque per puncta, ex quibus ductæ ordinatæ ſint utcunque inter ſe proximæ, & utcunque inæquales.

Itidem pro quovis infiniteſimorum ordine. 52. Patet ſecundum: quia in curvis, ad quas accedit arcus curvæ inventæ, vel quas oſculatur quocunque oſculi genere, poteſt differentia abſciſſæ ad differentiam ordinatæ eſſe pro diverſa curvarum natura in datis earum punctis in quavis ratione, quantitatis infiniteſimæ ordinis cujuſcunque ad infiniteſimam cujuſcunque alterius.

Relationem ejuſmodi pendere a poſitione tangentis. 53. *Scholium* 2. Illud notandum, ubicunque fuerit tangens curvæ inventæ inclinata in angulo finito ad axem, fore differentiam abſciſſæ ejuſdem ordinis, ac eſt differentia ordinatæ: ubi tangens fuerit parallela axi, fore differentiam ordinatæ ordinis inferioris, quam ſit differentia abſciſſæ, & vice verſa, ubi tangens fuerit perpendicularis axi.

Quid, ubi abſciſſa terminetur in limite. 54. Præterea notandum: ſi abſciſſa fuerit ipſa diſtantia limitis, quæ vel augeatur, vel minuatur utcunque; differentia ordinatæ erit ipſa ordinata integra: cum nimirum in limite ordinata ſit nihilo æqualis.

Poſſe arcus utcunque recedere ab axe. 55. *Coroll.* 5. Arcus repulſionum, vel attractionum intercepti binis limitibus quibuſcunque, poſſunt recedere ab axe, quantum libuerit, adeoque fieri poteſt, ut alii propiores aſymptoto recedant minus, quam alii remotiores, vel ut quodam ordine eo minus recedant ab axe, quo ſunt remotiores ab aſymptoto, vel ut poſt aliquot arcus minus recedentes aliquis arcus longiſſime recedat.

Demonſtratio. 56. Omnia manifeſto conſequuntur ex eo, quod curva poſſit tranſire per quævis data puncta.

Poſſe haberi poſtremum crus aſymptoticum, & alia crura aſymptotica. 57. *Coroll.* 6. Poteſt curva ipſum axem C′AC habere pro aſymptoto ad partes C′, & C ita, ut arcus aſymptoticus ſit vel repulſivus, vel attractivus; & poteſt arcus quivis binis limitibus quibuſcunque interceptus abire in infinitum, ac habere pro aſymptoto rectam axi perpendicularem, utcunque proximam utrilibet limiti, vel ab eo remotam.

Ratio præſtandi primum. 58. Nam ſi concipiatur, binos poſtremos limites coire, abeuntibus binis interſectionibus in contactum, tum concipiatur, ipſam diſtantiam contactus excreſcere in infinitum; jam axis æquivalet rectæ curvam tangenti in puncto infinite remoto, adeoque evadit aſymptotus: & ſi arcus evaneſcens inter poſtremos duos limites coeuntes fuerit arcus repulſionis; poſtremus arcus aſymptoticus erit arcus attractionis. Contra vero, ſi arcus evaneſcens fuerit arcus attractionis.

59. Eo-

Digitized by Google

59. Eodem pacto ſi concipiatur, quamvis ordinatam reſpondentem puncto cuilibet, per quod debet tranſire curva, abire in infinitum; jam arcus curvæ abibit in infinitum, & erit ejus aſymptotus in illa ipſa ordinata in infinitum excreſcens.

Ratio præſtandi & reliquum.

60. *Scholium 3.* Ope formulæ exhibentis curvam propoſitam habetur lex virium expreſſa per functionem quandam diſtantiæ conſtantem plurimis terminis, immo per æquationem commiſcentem abſciſſam, & ordinatam, ac utriuſque potentias inter ſe, & cum rectis datis, non per ſolam ipſius diſtantiæ potentiam. Sunt, qui cenſeant expreſſionem per ſolam potentiam debere præferri expreſſioni per functionem aliam, quia hæc ſit ſimplicior, quam illa, & quia in illa præter diſtantias debeant haberi aliquæ aliæ parametri, quæ non ſint ſolæ diſtantiæ; dum in formula $\frac{1}{x^m}$ exprimente x diſtantias, diſtantiæ ſolæ rem conficiant, videatur autem vis debere pendere a ſolis diſtantiis, potiſſimum ſi ſit quædam eſſentialis proprietas materiæ: præterea addunt, nullam fore rationem ſufficientem, cur una potius, quam alia parameter expreſſionem virium deberet ingredi, ſi parametri ſint admiſcendæ.

Legem virium hic exhiberi per functionem diſtantiæ, alios multos cenſere præferendam unicam potentiam: cur id.

61. Hæc agitata ſunt potiſſimum ante hos aliquot annos in Academia Pariſienſi, cum cenſeretur, motum Apogei Lunaris obſervatum non cohærere cum gravitate decreſcente in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & ad ipſum exhibendum adhiberetur gravitas expreſſa per binomium $\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x^4}$, cujus pars prior in magnis, pars poſterior in exiguis diſtantiis reſpectu ſociæ partis evaneſceret ad ſenſum, ſed illa prior in diſtantia Lunæ a Terra adhuc turbaret hanc poſteriorem, quantum ſatis erat ad eam præſtandam rem. Atque eam ipſam binomii expreſſionem adhibuerant jam plures Phyſici ad deducendam ſimul ex eadem formula gravitatem, & majores minimarum particularum attractiones, ac multo validiorem cohæſionem, ut innuimus num. 121: atque hæ difficultates in Pariſienſi Encyclopedia inculcantur ad vocem *Attractio*, Tomo 1 tum edito.

Qua occaſione hæc quæſtio fuerit agitata in Pariſienſi Academia.

62. Paullo poſt, correctis calculis innotuit, motum Apogei lunaris ea compoſita formula non indigere: at rationes contra id propoſitæ, quæ multo magis contra meam virium legem pugnarent, meo quidem judicio nullam habent vim. Nam in primis quod ad ſimplicitatem pertinet, hic habent locum ea omnia, quæ dicta ſunt in ipſo opere num. 116 de ſimplicitate curvarum. Formula exprimens ſolam potentiam quandam diſtantiæ deſignatæ per abſciſſam exprimit ordinatam ad locum geometricum pertinentem ad familiam, quam exhibet

Occaſionem ſubſtituendi tum functionem ceſſaſſe, ſed rationes contra allatas nullam habere vim: curvas omnes uniformis naturæ eſſe in ſe æque ſimplices.

$y = x^m$, qui quidem locus eſt Parabola quædam; ſi m ſit numerus poſitivus, nec ſit unitas: recta; ſi ſit unitas, vel zero: quædam Hyperbola; ſi ſit numerus negativus: formula autem continens functionem aliam quamvis exprimit ordinatam ad aliam curvam; quæ erit continua, & ſimplex, ſi illa formula per diviſionem non poſſit diſcerpi in alias plures. Omnes autem ejuſmodi curvæ ſunt æque ſimplices in ſe, & aliæ aliis ſunt magis affines, aliæ minus. Nobis hominibus recta eſt omnium ſimpliciſſima, cum ejus naturam intueamur, & evidentiſſime perſpiciamus, ad quam idcirco reducimus alias curvas, & prout ſunt ipſi magis, vel minus affines, habemus eas pro ſimplicioribus, vel magis compoſitis; cum tamen in ſe æque ſimplices ſint omnes illæ, quæ ductum uniformem habent, & naturam ubique conſtantem.

Eſſe æque ſimplicem relationem ordinatarum ad abſciſſas: terminorum multitudinem pro ea exprimenda oriri a noſtro cognoſcendi modo.

63. Hinc ipſa ordinata ad quamvis naturæ uniformis curvam eſt quidam terminus ſimpliciſſimæ relationis cujuſdam, quam habet ordinata ad abſciſſam, cui termino impoſitum eſt generale nomen functionis continens ſub ſe omnia functionum genera, ut etiam quamcunque ſolam potentiam, & ſi haberemus nomina ad ejuſmodi functiones denominandas ſingillatim; haberet nomen ſuum quævis ex ipſis, ut habet quadratum, cubus, poteſtas quævis. Si omnia curvarum genera, omnes ejuſmodi relationes noſtra mens intueretur immediate in ſe ipſis; nulla indigeremus terminorum farragine, nec multitudine ſignorum ad cognoſcendam, & enuntiandam ejuſmodi functionem, vel ejus relationem ad abſciſſam.

Origo ejus modi ab intuitione, quam habemus nos homines naturæ ſolius rectæ, ad quam omnes curvas referimus.

64. Verum nos, quibus uti monui recta linea eſt omnium locorum geometricorum ſimpliciſſima, omnia referimus ad rectam, & idcirco etiam ad ea, quæ oriuntur ex recta, ut eſt quadratum, quod fit ducendo perpendiculariter rectam ſuper aliam rectam æqualem, & cubus, qui fit ducendo quadratum eodem pacto per aliam rectam primæ radici æqualem, quibus & ſua ſigna dedimus ope exponentium, & univerſalizando exponentes efformavimus nobis ideas jam non geometricas ſuperiorum potentiarum, nec integrarum tantummodo, & poſitivarum, ſed etiam fractionariarum, & negativarum: & vero etiam, abſtrahendo ſemper magis, irrationalium. Ad haſce potentias, & ad producta, quæ ſimili ductu concipiuntur genita, reducimus cæteras functiones omnes per relationem, quam habent ad ejuſmodi potentias, & producta earum cum rectis datis, ac ad eam reductionem, ſive ad expreſſionem illarum functionum per haſce potentias, & per hæc producta, indigemus terminis jam paucioribus, jam pluribus, & quandoque etiam, ut in functionibus tranſcendentalibus, ſerie terminorum infinita, quæ ad valorem, vel naturam functionis propoſitæ accedat ſemper magis, utut in hiſce caſibus eam nunquam accura-

Digitized by Google

curate attingat: habemus autem pro magis, vel minus compoſitis eas, quæ pluribus, vel paucioribus terminis indigent, ſive quæ ad ſolas potentias relationem haben: propiorem.

Aliud mentium genus ad exprimendam relationem potentiæ neceſſario adhibiturum æqualem, vel majorem farraginem.

65. At ſi aliud mentium genus aliam curvam ita intime cognoſceret, ut nos rectam; haberet pro maxime ſimplici ſolam ejus functionem, & ad exprimendum quadratum, vel aliam potentiam, contemplaretur illam eandem relationem, ſed inverſe aſſumptam ita, ut incipiendo a functione ipſa per eam, & per ſimiles ejus functiones, ac functionum citeriorum functiones ulteriores, addendo, ac ſubtrahendo deveniret demum ad quæſitam. Relatio potentiæ ad functionem, & nexus mutuus compoſitionem habet, & multitudinem terminorum inducit: uterque relationis terminus eſt in ſe æque ſimplex.

Sola etiam potentiæ expreſſione includi etiam apud nos homines parametros plures: parameter in unitate arbitraria, & affixione certæ vis ad certam diſtantiam.

66. Quod pertinet ad parametros, quas dicitur includere functio, non autem potentia diſtantiæ, non eſt verum id ipſum, quod potentia parametros non includat. Formula $\frac{1}{x^m}$ includit unitatem ipſam, quæ non eſt aliquid in ſe determinatum, ſed poteſt exprimere magnitudinem quamcunque. Et quidem ea ſpecies includit omnes ſpecies Hyperbolarum, ac definito exponente *m*, exprimit unicam quidem earum ſpeciem, ſed quæ continet infinitas numero individuas Hyperbolas, quarum quælibet ſuam parametrum diverſam habet pro diverſitate unitatis aſſumptæ. Poteſt quidem quævis ex iis Hyperbolis ad arbitrium aſſumi ad exprimendam vim decreſcentem in ea ratione reciproca; ſed adhuc in ipſa expreſſione includitur quædam parameter, quæ determinet certam vim a certa ordinata exprimendam, ſive certam vim certæ diſtantiæ reſpondentem, qua ſemel determinata remanent determinatæ reliquæ omnes, ſed ipſa infinitis modis determinari poteſt, ſtante expreſſione facta per ordinatas ejuſdem curvæ, ſive per eandem potentiæ formulam. Ejuſmodi primus nexus a ſola diſtantia utique non pendet.

Parameter in exponente potentiæ.

67. Accedit autem alia quaſi parameter in exponente potentiæ: illius numeri *m* determinatio utique non pendet a diſtantia, nec diſtantiam aliquam exprimit.

Non eſſe, cur vis debeat pendere a ſola diſtantia etiam, ſi vis ſit eſſentialis proprietas materiæ.

68. Sed nec illud video, cur etiam ſi dicatur vis eſſe proprietas quædam materiæ eſſentialis, ea debeat neceſſario pendere a ſolis diſtantiis. Si eſſet quædam virtus, quæ a materiæ puncto quovis egreſſa progrederetur motu uniformi, & rectilineo ad omnes circum diſtantias: tum quidem diffuſio ejus virtutis per orbes majores æque craſſos fieret in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & a diſtantiis ſolis penderet; quanquam ne tum quidem ab iis penitus ſolis, ſed ab iis, & exponente ſecundæ potentiæ, ac primo nexu cum arbitraria uni-

unitate. At cum nulla ejuſmodi virtus debeat progredi, & in progreſſu ipſo ita attenuari; nihil eſt, cur determinatio ad acceſſum debeat pendere a ſolis diſtantiis, ac proinde ſolæ diſtantiæ ingredi formulam functionis exprimentis vim.

Etiam ſi vis debeat pendere a ſolis diſtantiis, ordinatas quoque in ſe, data curva, pendere a ſolis abſciſſis.

69. Verum admiſſo etiam, quod neceſſario vis debeat pendere a ſolis diſtantiis, nihil habetur contra expreſſionem factam per functionem quandam. Nam ipſa functio per ſe immediate pendet a diſtantia, & eſt ordinata quædam ad curvam quandam certæ naturæ, reſpondens abſciſſæ datæ cuilibet ſua. Parametri inducuntur ex eo, quod illius relationem ad abſciſſam exprimere debeamus per potentias abſciſſæ, & potentiarum producta cum aliis rectis; ſed in ſe, uti ſupra diximus, ejuſdem eſt naturæ & illa functio, ac potentia quævis, & illa, ut hæc, ordinatam immediate ſimplicem exhibet reſpondentem abſciſſæ ad curvam quandam uniformis, & in ſe ſimplicis curvæ.

Parametros ipſas eſſe diſtantias: eas functionem eſſe ingreſſas, quod in datis diſtantiis debuerit haberi vis data, vel nulla.

70. Præterea ipſæ illæ parametri, quæ formulam functionis ingrediuntur, poſſunt eſſe certæ quædam diſtantiæ, & aſſumi debere ad hoc, ut illis datis diſtantiis illæ datæ, & non aliæ vires reſpondeant. Sic ubi quæſita eſt formula, quæ exprimeret æquationem ad curvam quæſitam, aſſumpſimus quaſdam diſtantias, in quibus curva ſecaret axem, nimirum in quibus, evaneſcente vi haberentur limites, & earum diſtantiarum valores ingreſſi ſunt formulam inventam, ut quædam parametri. Poſſunt igitur ipſæ parametri eſſe diſtantiæ quædam; ac proinde poſito, quod omnino debeat vis exprimi per ſolas diſtantias, poteſt adhuc exprimi per functionem continentem quotcunque parametros, & non exprimetur neceſſario per ſolam aliquam potentiam.

Argumentum contrarium a defectu rationis ſufficientis.

71. Reliquum eſt, ut dicamus aliquid de Ratione Sufficienti, quæ dicitur parametros excludere, cum non ſit ratio, cur aliæ præ aliis parametri ſeligantur.

Si vis ſit eſſentialis materiæ; rationem talium parametrorum eſſe ipſam ejus naturam: cur hoc genus materiæ exiſtat, rationem eſſe arbitrium Creatoris: idem, ſi ea non ſit eſſentialis.

72. Inprimis ſi vis eſt in ipſa natura materiæ; nulla ratio ulterior requiri poteſt præter eam ipſam naturam, quæ determinet hanc potius, quam aliam vim pro hac potius, quam pro illa diſtantia, adeoque hanc potius, quam aliam parametrum. Quæri ad ſummum poterit, cur elegerit Naturæ Auctor eam potiſſimum materiam, quæ eam legem virium haberet eſſentialem, quam aliam: ubi ego quidem, qui ſummam in Auctore Naturæ libertatem agnoſco, cenſeo, ut in aliis omnibus, nihil aliud requiri pro ratione ſufficienti electionis, quam ipſam liberam determinationem Divinæ voluntatis, a cujus arbitrio pendeat tum, quod hanc potius, quam aliam eligat rem, quam condat, tum quod ea re hanc in ſe naturam habente, ubi jam condita fuerit, utatur ad hoc potius, quam ad illud ex tam multis, ad quæ natura quævis a tanti Artificis manu adhibita poteſt eſſe idonea. Atque hæc reſponſio

æque

æque valet, ſi vis non eſt ipſi materiæ eſſentialis, ſed libera Auctoris lege ſancita, quo caſu ipſe pro libero arbitrio ſuo hanc huic materiæ potuit legem dare præ aliis electam.

Præter arbitrium retorſio in potentia: rationem utrobique eſſe fines, quos ſibi ipſe propoſuerit, qui poſſunt eſſe nobis ignoti.

73. At ſi ratio etiam exhiberi debeat, quæ Auctorem Naturæ potuerit impellere ad ſeligendam materiam hac potiſſimum præditam eſſentiali virium lege, vel ad ſeligendam pro hac materia hanc legem virium; quæri primo poteſt, cur hunc potius exponentem potentiæ elegerit, & hanc parametrum in unitate incluſam, ſive in quadam determinata diſtantia quandam determinatam vim. Quod de iis dicitur, applicari poterit parametris reliquis functionis cujuſvis. Ut ille exponens, illa unitas, ille nexus potuit habere aliquid, quod cæteris præſtaret ad eos obtinendos fines, quos ſibi Naturæ Auctor præſcripſit; ſic etiam aliquid ejuſmodi habere poterant reliquæ omnes quotcumque, & qualeſcunque parametri.

Evolutio finis ipſius: neceſſitas habendi hunc nexum ab Algebra humana non exprimibilem, niſi per functionem, ad ſolvendum creationis problema pro hac corporum conſtitutione, & motuum ſerie.

74. Deinde rem ipſam diligenter conſideranti facile patebit, ad obtinendos fines, quos ſibi Naturæ Auctor debuit proponere, non fuiſſe aptam ſolam potentiam quandam diſtantiæ pro lege virium, ſed debuiſſe aſſumi functionem, quæ ubi exprimi deberet per noſtram humanam Algebram, alias quoque parametros admiſceret. Si ex. gr. voluiſſet per eandem vim & motum Planetarum ad ſenſum ellipticum cum Kepleriano nexu inter quadrata temporum periodicorum, & cubos diſtantiarum mediarum, & cohæſionem per contactum, nulla ſola potentia ad utrumque præſtandum finem fuiſſet ſatis, quem finem obtinuiſſet illa formula $\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x^3}$. At nec ea formula potuit ipſi ſufficere, ſi vera eſt Theoria mea, cum ea formula nullam habeat in minimis diſtantiis vim contrariam vi in maximis, ſed in omnibus diſtantiis eandem, nimirum in minimis attractivam, ut in maximis. Cohæſio punctorum ſe invicem repellentium in minimis diſtantiis, & attrahentium in majoribus haberi non potuit ſine interſectione curvæ cum axe, quæ interſectio ſine parametro aliquo non obtinetur. Verum ad omnem hanc phænomenorum ſeriem obtinendam multo pluribus, uti oſtenſum eſt ſuo loco, interſectionibus curvæ, & flexibus tam variis opus erat, quæ ſine plurimis parametris obtineri non poterant. Conſideretur elevatiſſimum inverſum problema affine alteri, cujus mentio eſt facta num. 547, quo quæratur numerus punctorum, & lex virium mutuarum communis omnibus neceſſaria ab habendam ope cujuſdam primæ combinationis, hanc omnem tam diuturnam, tam variam phænomenorum ſeriem, cujus perquam exiguam particulam nos homines intuemur, & ſtatim patebit elevatiſſimum debere eſſe, & reſpectu habito ad noſtros exprimendi modos complicatiſſimum genus curvæ ad ejuſmodi problematis ſolutionem neceſſa-

ceſſarium ; quod tamen problema certas quaſdam parametros in ſingulis ſaltem ſolutionibus ſuis, quæ numero fortaſſe infinito ſunt, involveret, ſola unica potentia ad tanti problematis ſolutionem inepta.

Id non potuiſſe ſolvi per ſolam potentiam: legem quadrati diſtantiæ non eſſe peſectiſſimam.

75. Debuit igitur Naturæ Auctor, qui hanc ſibi potiſſimum Phænomenorum ſeriem propoſuit, parametros quaſdam ſeligere, & quidem plures, nec potuit ſolam unicam pro lege virium exprimenda diſtantiæ potentiam adhibere : ubi & illud præterea ad rem eandem confirmandam recolendum, quod a num. 124. dictum eſt de ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quam vidimus non eſſe omnium perfectiſſimam, nec omnino eligendam, & illud, quod ſequenti horum Supplementorum paragrapho exhibetur contra vires in minimis diſtantiis attractivas & excreſcentes in infinitum, ad quas ſola potentia demum deducit.

Cenclufio contra neceſſitatem, vel convenientiam ſolius potentiæ.

76. Atque hoc demum pacto, videtur mihi, diſſoluta penitus omnis illa difficultas, quæ propoſita fuerat, nec ulla eſſe ratio, cur ſola potentia quædam diſtantiæ anteferri debuerit functioni utcunque, ſi noſtrum exprimendi modum ſpectemus, complicatiſſimæ.

§. IV.

§. IV.

Contra vires in minimis diſtantiis attractivas, & excreſcentes in infinitum. (c)

77 AT præterea contra ſolam attractionem plures haben- tur difficultates, quæ per gradus creſcunt. Nam inprimis ſi eæ imminutis utcunque diſtantiis agant, augent velocitatem uſque ad contactum, ad quem ubi deventum eſt, incrementum velocitatis ibi per ſaltum abrumpitur, & ubi maxima eſt, ibi perpetuo incaſſum nituntur partes ad ulteriorem effectum habendum, & neceſſario irritos conatus edunt.

Prima difficultas ex eo, quod ubi conatus deberet eſſe maximus in appulſu, debeat eſſe nullus, vel irritus.

78. Quod ſi in infinitum imminuta diſtantia, creſcant in aliqua ratione diſtantiarum reciproca; multæ itidem difficultates habentur, quæ noſtram oppoſitam ſententiam confirmant. Inprimis in ea hypotheſi virium devenıri poteſt ad contactum, in quo vis, ſublata omni diſtantia, debet augeri in infinitum magis, quam eſſet in aliqua diſtantia. Porro nos putamus accurate demonſtrari, nullas quantitates exiſtere poſſe, quæ in ſe infinitæ ſint, aut infinite parvæ. Hinc autem ſtatim habemus abſurdum, quod nimirum ſi vires in aliqua diſtantia aliquid ſunt, in contactu debeant eſſe abſolute infinitæ.

Secunda, ſi ratio ſit reciproca diſtantiæ, a vi abſolute infinita, ad quam deveniri deberet.

79. Augetur difficultas, ſi debeat ratio reciproca eſſe major, quam ſimplex (ut ad gravitatem requiritur reciproca duplicata, ad cohæſionem adhuc major) & ad bina puncta pertineat. Nam illa puncta in ipſo congreſſu devenient ad velocitatem abſolute infinitam. Velocitas autem abſolute infinita eſt impoſſibilis, cum ea requirat ſpatium finitum percurſum momento temporis, adeoque replicationem, ſive extenſionem ſimultaneam per ſpatium finitum diviſibile, & quovis finito tempore requirat ſpatium infinitum, quod cum inter bina puncta interjacere non poſſit, requireret ex natura ſua, ut punctum ejuſmodi velocitatem adeptum nuſquam eſſet.

Tertia ex eo, quod, ſi ſit major quam ſimplex, debeat in contactu deveniri etiam ad velocitatem infinitam.

80. Accedunt plurima abſurda, ad quæ ejuſmodi leges nos deducunt. Tendat punctum aliquod in fig. 72 in centrum F in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & ex A projiciatur directione AB perpendiculari ad AF, cum velocitate ſatis exigua: deſcribet Ellipſim ACDE, cujus focus erit F, & ſemper regredietur ad A. Decreſcat velocitas AB per gradus, donec demum evaneſcat. Semper magis arctatur Ellipſis, & vertex D accedit ad focum F, in quem demum recidit abeunte Ellipſi in rectam AF. Videtur igitur id pun-

Alia abſurda: ſi ratio ſit duplicata, regreſſus a centro: ſaltus ab acceleratione creſcente ad nullam in ingreſſu in ſuperficiem ſphæricam.

Fig. 72.

(c) *Hæc excerpta ſunt ex eadem diſſertatione* De Lege Virium in Natura exiſtentium *a num.* 59.

punctum ſibi relictum debere deſcendere ad F, tum poſt acquiſitam ibi infinitam velocitatem, eam ſine ulla contraria vi convertere in oppoſitam, & retro regredi. At ſi id punctum tendat in omnia puncta ſuperficiei ſphæricæ, vel globi E G C H in eadem illa ratione; demonſtratum eſt a Newtono, debere per A G deſcendere motu accelerato eodem modo, quo accelararetur, ſi omnia ejuſmodi puncta ſuperficiei, vel ſphæræ compenetrarentur in F: abrupta vero lege accelerationis in G, debere per G H ferri motu æquabili, viribus omnibus per contrarias actiones eliſis, tum per H I tantundem procurrere motu retardato, adeoque perpetuam oſcillationem peragere, velocitatis mutatione bis in ſingulis oſcillationibus per ſaltum interrupta.

Regreſſus a centro ſimul, & procurſus ultra ad eandem diſtantiam, vel ſaltus in tanto procurſu, ſine præviis minoribus.

81. In eo jam abſurdum quoddam videtur eſſe: ſed id quidem multo magis creſcit; ſi conſideretur, quid debeat accidere, ubi tota ſphærica ſuperficies, vel tota ſphæra abeat in unicum punctum F. Tum itidem corpus ſibi relictum, deveniet ad centrum cum infinita velocitate, ſed procurret ulterius uſque ad I, dum prius, ubi Ellipſis evaneſcebat, debebat redire retro. Nos quidem pluribus in locis alibi demonſtravimus, in prima determinatione latere errorem, cum Ellipſi evaneſcente, nullæ jam adſint omnes vires, quæ agunt per arcum ſitum ultra F ad partes D, quæ priorem velocitatem debebant extinguere, & novam producere ipſi æqualem. Verum adhuc habetur ſaltus quidam, cui & Natura, & Geometria ubique repugnat. Nam donec utcunque parva eſt velocitas, habetur ſemper regreſſus ad A cum procurſu F D eo minore, quo velocitas eſt minor: facta autem velocitate nulla, procurſus immediate evadit F I, quin ulli intermedii minores adfuerint. Quod ſi quis ejus priorem determinationem tueri velit, ut punctum, quod agatur in centrum vi, quæ ſit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, debeat e centro regredi retro; tum ſaltus habetur ſimilis, ubi prius in ſphæricam ſuperficiem, vel ſphæram tendat, quæ paullatim abeat in centrum. Donec enim aderit ſuperficies illa, vel ſphæra, habebitur ſemper is procurſus, qui abrumpetur in illo appulſu totius ſuperficiei ad centrum, quin habeantur prius minores procurſus.

Si ratio ſit triplicata pejus: annihilatio puncti in appulſu ad centrum.

82. Hæc quidem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum: in reciproca triplicata habentur etiam graviora. Nam ſi cum debita quadam velocitate projiciatur per rectam A B fig. 73 continentem angulum acutum cum A P, mobile, quod urgeatur in P vi creſcente in ratione reciproca triplicata diſtantiarum; demonſtratur in Mechanica, ipſum debere percurrere curvam A C D E F G H, quæ vocatur ſpiralis logarithmica, quæ hanc habet proprietatem, ut quævis recta, ut P F, ducta ad quodvis ejus punctum, contineat cum recta ipſam ibidem tangente angulum æqualem angulo P A B, unde illud conſequitur, ut ea quidem ex una parte infinitis ſpiris cir-

Fig. 73.

cum-

cumvolvatur circa punctum P, nec tamen in ipſum unquam deſinat: ſi autem ducatur ex P recta perpendicularis ad A P, quæ tangenti A B occurrat in B, tota ſpiralis A C D E F G H in infinitum continuata ad menſuram longitudinis A B accedat ultra quoſcunque limites, nec unquam ei æqualis fiat: velocitas autem in ejuſmodi curva in continuo acceſſu ad centrum virium P perpetuo creſcat. Quare finito tempore, & ſane breviore, quam ſit illud, quo velocitate initiali percurreret A B, deberet id mobile devenire ad centrum P, in quo bina graviſſima abſurda habentur. Primo quidem, quod haberetur tota illa ſpiralis, quæ in centrum deſineret, contra id, quod ex ejus natura deducitur, cum nimirum in centrum cadere nequaquam poſſit: deinde vero, quod elapſo eo finito tempore mobile illud nuſquam eſſe deberet. Nam ea curva, ubi etiam in infinitum continuata intelligitur, nullum habet egreſſum e P. Et quidem formulæ analyticæ exhibent ejus locum poſt id tempus impoſſibilem, ſive, ut dicimus, imaginarium; quo quidem argumento Eulerus in ſua Mechanica affirmavit illud, debere id mobile in appulſu ad centrum virium annihilari. Quanto ſatius fuiſſet inferre, eam legem virium impoſſibilem eſſe?

83. Quanto autem majora abſurda in ulterioribus potentiis, quibus vires alligatæ ſint, conſequentur? Sit globus in fig. 74 A B E, & intra ipſum alius A *b e*, qui priorem contingat in A, ac in omnia utriuſque puncta agant vires decreſcentes in ratione reciproca quadruplicata diſtantiarum, vel majore, & quæratur ratio vis puncti conſtituti in concurſu A utriuſque ſuperficiei. Concipiatur uterque reſolutus in pyramides infinite arctas, quæ prodeant ex communi puncto A, ut B A D, *b* A *d*. In ſingulis autem pyramidulis diviſis in partes totis proportionales ſint particulæ M N, *m n* ſimiles, & ſimiliter poſitæ. Quantitas materiæ in M N, ad quantitatem in *m n* erit, ut maſſa totius globi majoris ad totum minorem, nimirum, ut cubus radii majoris ad cubum minoris. Cum igitur vis, qua trahitur punctum A, ſit, ut quantitas materiæ directe, & ut quarta poteſtas diſtantiarum reciproce, quæ itidem diſtantiæ ſunt, ut radii ſphærarum; erit vis in partem M N, ad vim in partem *m n* directe, ut tertia poteſtas radii majoris ad tertiam minoris, & reciproce, ut quarta poteſtas ipſius. Quare manebit ratio ſimplex reciproca radiorum. Pejus in potentiis altioribus: præparatio ad demonſtrandum abſurdum. Fig. 74.

84. Minor erit igitur actio ſingularum particularum homologarum M N, quam *m n*, in ipſa ratione radiorum, adeoque punctum A minus trahetur a tota ſphæra A B E, quam a ſphæra A *b e*, quod eſt abſurdum, cum attractio in eam ſphæram minorem debeat eſſe pars attractionis in ſphæram majorem, quæ continet minorem, cum magna materiæ parte ſita extra ipſam uſque ad ſuperficiem ſphæræ majoris, unde concluditur eſſe partem majorem toto, maximum nimirum abſurdum. Et qui- Partem fore majorem toto.

 dem

dem in altioribus potentiis multo major eſt is error; nam generaliter, ſi vis ſit reciproce, ut R^m, poſito R pro radio, & m pro quovis numero ternarium ſuperante, erit attractio ſphæræ eodem argumento reciproce, ut R^{m-3}, quæ eo majorem indicat vim in ſphæram minorem reſpectu majoris ipſam continentis, quo numerus m eſt major.

Omnia abſurda ceſſare, ſi in minimis diſtantiis habeatur repulſio, quæ appulſum impediat.

85. Hoc quidem pacto inveniuntur plurima abſurda in variis generibus attractionum, quæ ſi repulſiones, in minimis diſtantiis habeantur pares extinguendæ velocitati cuilibet utcunque magnæ, ceſſant illico omnia, cum eæ repulſiones mutuum acceſſum uſque ad concurſum penitus impediant. Inde autem manifeſto iterum conſequitur, repulſiones in minimis diſtantiis præferendas potius eſſe attractioni, ex quarum variis generibus tam multa abſurda conſequuntur.

§. V.

Digitized by Google

§. V.

De Æquilibrio binarum maſſarum connexarum invicem per bina alia puncta (f)

Propoſitio problematis de æquilibrio punctorum quatuor, quorum bina extrema habeant quaſcunque maſſas cum viribus externis ſibi proportionalibus, & altera e mediis vim a fulcro.

86. Continetur autem, quod pertinet ad momentum in vecte, & ad æquilibrium, ſequentis problematis ſolutione. Sit in fig. 75 quivis numerus punctorum materiæ in A, qui dicatur A, in D quivis alius, qui dicatur D, & puncta ea omnia ſecundum directiones AZ, DX parallelas rectæ datæ CF ſollicitentur ſimul viribus, quæ ſint æquales inter omnia puncta ſita in A, itidem inter omnia ſita in D, licet vires in A ſint utcunque diverſæ a viribus in D. Sint autem in C, & B bina puncta, quæ in ſe invicem, & in illa puncta ſita in A, & D mutuo agant, ac ejuſmodi mutuis actionibus impediri debeat omnis actio virium illarum in A, & D, & omnis motus puncti B: motus autem puncti C impediri debeat actione contraria fulcri cujuſdam, in quod ipſum agat ſecundum directionem compoſitam ex actionibus omnium virium, quas habet: quæritur ratio, quam habere debent ſummæ virium A, & D ad hoc, ut habeatur id æquilibrium, & quantitas, ac quæritur directio vis, qua fulcrum urgeri debet a puncto C.

Fig. 75.

Vis ex binis extremis in alterum e mediis.

87. Exprimant AZ, & DX vires illas parallelas ſingulorum punctorum poſitorum in A, & D. Ut ipſæ elidantur, debebunt in iis haberi vires AG, DK contrariæ, & æquales ipſis AZ, DX. Quoniam eæ debent oriri a ſolis actionibus punctorum C, & B agentium in A ſecundum rectas AC, AB, & in D ſecundum rectas DC, DB, ductis ex G rectis GI, GH parallelis BA, AC uſque ad rectas AC, BA, & ex K rectis KM, KL parallelis BD, DC, uſque ad rectas DC, BD; patet, in A vim AG debere componi ex viribus AI, AH, quarum prima quodvis punctum in A repellat a C, ſecunda attrahat ad B, & in D vim DK componi itidem ex viribus DM, DL, quarum prima quodvis punctum ſitum in D repellat a C, ſecunda attrahat ad B. Hinc ob actionem reactioni æqualem debebit punctum C repelli a quovis puncto ſito in A ſecundum directionem AC vi æquali IA, & a quovis puncto ſito in D ſecundum directionem

nem

(f) *Excerpta hæc ſunt ex* Synopſi Phyſicæ Generalis *P. Caroli Benvenuti Soc. Jeſu num.* 146, *cui hanc ſolutionem ibi imprimendam tradideram.*

Digitized by Google

nem DC vi æquali MD: punctum vero B debebit attrahi a quovis puncto ſito in A ſecundum directionem BA vi æquali HA, & a quovis puncto ſito in D vi æquali LD. Habebit igitur punctum C ex actione punctorum in A, & D binas vires, quarum altera aget ſecundum directionem AC, & erit æqualis IA ductæ in A, altera aget ſecundum directionem DC, & erit æqualis MD ductæ in D. Punctum vero B itidem binas, quarum altera aget ſecundum directionem BA, & erit æqualis HA ductæ in A, altera aget ſecundum directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D.

Vis, quam debet habere illud primum compoſita, e quatuor: enumeratio virium pertinentium ad omnia puncta.

88. Porro vis compoſita ex illis binis, quibus urgetur punctum B, elidi debet ab actione mutua inter ipſum, & C; quare debebit habere directionem rectæ BC in caſu, quem exhibet figura, in quo C jacet in angulo ABD: nam ſi angulus ABD hiatum obverteret ad partes oppoſitas, ut C jaceret extra angulum; ea haberet directionem CB, & reliqua omnis demonſtratio rediret eodem. Punctum autem C ob actionem, & reactionem æquales debebit habere vim æqualem, & contrariam illi, quam exercet B, adeoque vim æqualem, & ejuſdem directionis cum vi, quam e prioribus illis binis compoſitam habet punctum B: nempe debebit habere binas vires æquales, & directionis ejuſdem cum viribus illam componentibus, nimirum vim ſecundum directionem parallelam BA æqualem ipſi HA ductæ in A, & vim ſecundum directionem parallelam BD æqualem ipſi LD ductæ in D. Habebit igitur quodvis punctum A binas vires AI, AH, quodvis punctum D binas vires DM, DL, punctum B binas vires, quarum altera dirigetur ad A, & æquabitur HA ductæ in A, altera dirigetur ad D, & æquabitur LD ductæ in D, ex quibus componi debet vis agens ſecundum rectam BC: & demum habebit punctum C vires quatuor, quarum prima dirigetur ad partes AC, & erit æqualis IA ductæ in A, ſecunda ad partes DC, & erit æqualis MD ductæ in D, tertia habebit directionem parallelam BA, & erit æqualis HA ductæ in A; quarta habebit directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D: ac ipſum punctum C urgebit fulcrum vi compoſita ex illis quatuor, quæ omnia, ſi habeatur ratio directionis rectarum ſecundum ordinem, quo enunciantur per literas, huc reducuntur:

Quodvis punctum A habebit vires binas - - - AI. AH
Quodvis punctum D vires binas - - - - - DM, DL
Punctum B binas - - - - - - - - - A×HA, D×LD
Punctum C quatuor - - - A×IA, D×MD, A×HA, D×LD.

Conſtructio præparatoria pro ſolutione.

89. Exprimat jam recta BC magnitudinem vis compoſitæ e binis CN, CR parallelis DB, AB; expriment BN, BR magnitudinem virium illarum componentium, cum exprimant

ea-

earum directiones, adeoque RC, NC ipſis æquales, & parallelæ expriment vires illas tertiam, & quartam puncti C. Producantur autem DC, AC, donec occurrant in O, & T rectis ex N, & R parallelis ipſi CF, ſive ipſis GAZ, KDX, & demittantur AF, DE, NQ, RS perpendicula in ipſam FC productam, qua opus eſt, quæ occurrat rectis AB, DB in V, P.

90. Inprimis ob ſingula latera ſingulis lateribus parallela erunt ſimilia triangula IAG, CTR, & triangula MDK, CON. Quare erit ut IG, ſive AH, ad CR, ſive NB, vel A×AH, nimirum ut 1 ad A, ita AG ad TR, & ita AI ad TC. Erit igitur TR æqualis GA, ſive AZ ductæ in A, & CT æqualis IA ductæ in A: adeoque illa exprimet ſummam omnium virium AZ omnium punctorum in A, hæc vim illam primam puncti C, nimirum A×IA. Eodem prorſus argumento, cum ſit MK, ſive DL ad CN, ſive RB, vel D×DL, nimirum 1 ad D, ita DK ad ON, & ita DM ad OC; erit NO æqualis KD, ſive DX ductæ in D, & OC æqualis MD ductæ in D, adeoque illa exprimet ſummam omnium virium DX omnium punctorum in D, hæc vim illam ſecundam puncti C, nimirum D×DM. Quare jam erunt Vires ſub nova expreſſione inde reſultante.

Summa virium parallelarum in A - - - - - - - -	TR
Summa virium parallelarum in D - - - - - - - -	NO
Binæ vires in B - - - - - - - - - - - - -	BN, BR
Quatuor vires in C - - - - - - -	CT, OC, RC, NC

91. Jam vero patet, ex tertia RC, & prima CT componi vim RT æqualem ſummæ virium parallelarum A; & ex quarta NC, ac ſecunda OC componi vim NO æqualem ſummæ virium parallelarum in D. Quare patet, ab unico puncto C fulcrum urgeri vi, quæ eandem directionem habeat, quam habent vires parallelæ in A, & D, & æquetur earum ſummæ, nimirum urgeri eodem modo, quo urgeretur, ſi omnia illa puncta, quæ ſunt in D, & A, cum his viribus eſſent in C, & fulcrum per ſe ipſa immediate urgerent. Vis in fulcrum cui æqualis.

92. Præterea ob paralleliſmum, itidem omnium laterum ſimilia erunt triangula 1.° CNO, DPC: 2.° CNQ, PDE: 3.° CPR, VCN: 4.° CRS, VNQ: 5.° CVA, TCR: 6.° VAF, CRS. Ea exhibent ſequentes ſex proportiones, quarum binæ ſingulis verſibus continentur. Proportio, quæ vectem exhibet.

ON . CP : : NC . PD : : NQ . DE
CP . CV : : CR . NV : : RS . NQ
CV . RT : : VA . RC : : AF . RS

Porro ex iis componendo primas, & poſtremas, ac demendo in illis CP, CV; in his QN, RS communes tam antecedentibus, quam conſequentibus, fit ex æqualitate nimirum perturbata ON . RT : : AF . DE. Nempe ſumma omnium virium parallelarum in D, cui æquatur ON, ad ſummam omnium

nium in A, cui æquatur R T, ut e contrario diſtantia harum perpendicularis A F a recta C F ducta per fulcrum directioni virium earumdem parallela, ad illarum perpendicularem diſtantiam ab eadem. Quare habetur determinatio eorum omnium, quæ quærebantur. (c)

(c) *Porro applicatio ad vectem eſt ſimilis illi, quæ habetur hic poſt æquilibrium trium maſſarum num.* 326.

§. VI.

Digitized by Google

§. VI.

EPISTOLA AUCTORIS

AD

P. CAROLUM SCHERFFER.

SOCIETATIS JESU.

Occaſio, & argumentum epiſtolæ.

93. IN meo diſceſſu Vienna reliqui apud Reverentiam Veſtram imprimendum opus, cujus conſcribendi occaſionem præbuit Syſtema trium maſſarum, quarum vires mutuæ Theoremata exhibuerunt & elegantia, & fœcunda, pertinentia tam ad directionem, quam ad rationem virium compoſitarum e binis in maſſis ſingulis. Ex iis Theorematis evolvi nonnulla, quæ in ipſo primo inventionis æſtu, & ſcriptionis fervore quodam, atque impetu ſe ſe obtulerunt. Sunt autem & alia, potiſſimum nonnulla ad centrum percuſſionis pertinentia ibi attactum potius, quam pertractatum, quæ mihi deinde occurrerunt & in itinere, & hic in Hetruria, ubi me negotia mihi commiſſa detinuerunt hucuſque, quæ quidem ad Reverentiam Veſtram tranſmittenda cenſui, ut ſi forte ſatis mature advenerint, ad calcem operis addi poſſint; pertinent enim ad complementum eorum, quæ ibidem expoſui, & ad alias ſublimiores, ac utiliſſimas perquiſitiones viam ſternunt.

Tranſlatio theoriæ centri oſcillationis a maſſis jacentibus intra idem planum, ad ubicunque poſitas affirmata in opere, hic demonſtranda.

94. Inprimis ego quidem ibi conſideravi directiones virium in eodem illo plano, in quo jacent tres maſſæ, & idcirco ubi Theoremata applicavi ad centrum æquilibrii, & oſcillationis pro pluribus etiam maſſis, reſtrinxi Theoriam ad caſum, in quo omnes maſſæ jaceant in eodem plano perpendiculari ad axem converſionis. In nonnullis Scholiis tantummodo innui, poſſe rem transferri ad maſſas, utcunque diſperſas, ſi eæ reducantur ad id planum per rectas penpendiculares plano eidem; ſed ejus applicationis per ejuſmodi reductionem nullam exhibui demonſtrationem, & affirmavi, requiri ſyſtema quatuor maſſarum ad rem generaliter pertractandam.

Viribus trium maſſarum in eodem plano, in quo jacent, translatis ad aliud, rem obtineri.

95. At admodum facile demonſtratur ejuſmodi reductionem rite fieri, & ſine nova peculiari Theoria maſſarum quatuor generalis habetur applicatio tenui extenſione Theoriæ maſſarum trium. Nimirum ſi concipiatur planum quodvis, & vires ſingulæ reſolvantur in duas, alteram perpendicularem plano ipſi, alteram parallelam; priorum ſumma elidetur, cum oriantur e viribus mutuis contrariis, & æqualibus, quæ ad quamcunque datam directionem redactæ æquales itidem remanent, & con-

trariæ, evaneſcente (*g*) ſumma: poſteriores autem componentur eodem prorſus pacto, quo componerentur; ſi maſſæ per illas perpendiculares vires reducerentur ad illud planum, & in eo eſſent, ibique vires haberent æquales redactas ad directionem ejuſdem plani, quarum oppoſitio & æqualitas redderet eandem figuram, & eadem Theoremata, quæ in opere demonſtrata ſunt pro viribus jacentibus in eodem plano, in quo ſunt maſſæ. Porro hæc conſideratio extendet Theoriam æquilibrii, & centri oſcillationis ad omnes caſus, in quibus ſyſtema quodvis concipitur connexum cum unico puncto axis rotationis, ut ubi globus, vel ſyſtema quotcunque maſſarum invicem connexarum oſcillat ſuſpenſum per punctum unicum.

Si maſſæ ſint quatuor, reducendas omnes ad planum perpendiculare rectæ jungenti duas: inde tranſitus ad maſſas quotcunque.

96. Quod ſi ſint quatuor maſſæ, & concipiatur planum perpendiculare rectæ tranſeunti per binas ex iis, ac fiat reſolutio eadem, quæ ſuperius; res iterum eodem recidet: nam illæ binæ maſſæ ita in illud planum projectæ, coaleſcent in maſſam unicam, & vires ad reliquas binas maſſas pertinentes habebunt ad ſe invicem eas rationes, quæ pro ſyſtemate trium maſſarum deductæ ſunt. Hinc ubi ſyſtema maſſarum utcunque diſperſarum converti debet circa axem aliquem, ſive de æquilibrii centro agatur, ſive de centro oſcillationis, ſive de centro percuſſionis, licebit conſiderare maſſas ſingulas connexas cum binis punctis utcunque aſſumptis in axe, & cum alio puncto, vel maſſa quavis utcunque aſſumpta, vel concepta intra idem ſyſtema, & habebitur omnium maſſarum nexus mutuus, ac applicatio ad omnia ejuſmodi centra habebitur eadem, concipiendo tantummodo maſſas ſingulas redactas ad planum perpendiculare per rectas ipſi axi parallelas.

Applicatio ad centri oſcillationis generalem determinationem.

97. Sic ex. gr. ubi agitur de centro oſcillationis, quæ pro maſſis exiſtentibus in unico plano perpendiculari ad axem rotationis propoſui, ac demonſtravi reſpectu puncti ſuſpenſionis, & centri gravitatis, traducentur ad maſſas quaſcunque, utcunque diſperſas reſpectu axis, & reſpectu rectæ parallelæ axi ductæ per centrum gravitatis, quam rectam Hugenius appellat axem gravitatis. Nimirum centrum oſcillationis jacebit in recta perpendiculari axi rotationis tranſeunte per centrum gravitatis, ac ad habendam ejus diſtantiam ab axe eodem, ſive

(g) *Hæc tum quidem in hac epiſtola. Addi poteſt illud, ubi nulla externa vis in ea directione agens, & in contraria applicetur diverſis partibus ipſius ſyſtematis, debere vim hujuſmodi in ſingulis etiam ipſius ſyſtematis punctis eſſe nullam. Nam per mutuum nexum impeditur mutatio poſitionis mutuæ, quæ utique induceretur, ſi in aliquibus tantummodo ejus partibus remaneret vis externis viribus non impedita. Porro ubi agitur de centro oſcillationis, & percuſſionis, ac etiam de æquilibrio, nulla ſupponitur vis externa agens ſecundum directionem axis rotationis, ſeu converſionis. Quare in iis caſibus, pro quibus hæc theoria hic extenditur, ſatis eſt conſiderare reliquas illas vires, quæ agunt ſecundum directionem plani perpendicularis eidem axi, quod hic præſtatur in iis, quæ conſequuntur.*

ve longitudinem penduli iſochroni, ſatis erit ducere maſſas ſingulas in quadrata ſuarum diſtantiarum perpendicularium ab eodem axe, & productorum ſummam dividere per factum ex ſumma maſſarum, & diſtantia perpendiculari centri gravitatis communis ab ipſo axe. Rectangulum autem ſub binis diſtantiis centri gravitatis ab axe converſionis, & a centro oſcillationis erit æquale ſummæ omnium productorum, quæ habentur, ſi maſſæ ſingulæ ducantur in quadrata ſuarum diſtantiarum perpendicularium ab axe gravitatis, diviſæ per ſummam maſſarum. Si enim omnes maſſæ reducantur ad unicum planum perpendiculare axi converſionis, abit is totus axis in punctum ſuſpenſionis, totus axis gravitatis in centrum gravitatis, & ſingulæ diſtantiæ perpendiculares ab iis axibus evadunt diſtantiæ ab iis punctis: unde patet generalem Theoriam reddi omnem per ſolam applicationem ſyſtematis maſſarum trium rite adhibitam.

98. Quod ad centrum oſcillationis pertinet, erui poteſt aliud Corollarium, præter illa, quæ propoſui, quod ſummo ſæpe uſui eſſe poteſt: eſt autem ejuſmodi. *Si plurium partium ſyſtematis compoſitarum ex maſſis quotcunque, utcunque diſperſis inventa fuerint ſeorſim centra gravitatis, & centra oſcillationis reſpondentia dato puncto ſuſpenſionis, vel dato axi converſionis; inveniri poterit centrum oſcillationis commune, ducendo ſingularum partium maſſas in diſtantias perpendiculares ſui cujuſque centri gravitatis ab axe converſionis, & centri oſcillationis cujuſvis ab eodem, & dividendo productorum ſummam per maſſam totius ſyſtematis ductam in diſtantiam centri gravitatis communis ab eodem axe.* Hoc corollarium deducitur ex formula generali eruta in ipſo opere num. 334 pro centro oſcillationis, quæ reſpondet figuræ 63 exprimenti unicam maſſam A ex pluribus quotcunque, quæ concipi poſſint ubicunque: exprimit autem ibidem P punctum ſuſpenſionis, vel axem converſionis, G centrum gravitatis, Q centrum oſcillationis, M ſummam maſſarum $A+B+C$ &c, & formula eſt $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \text{ \&c.}}{M \times GP}$

Aliud utile corollarium pertinens ad centrum oſcillationis.

99. Nam ex ejuſmodi formula eſt $M \times GP \times PQ = A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c. Quare ſi ſingularum partium maſſæ M ducantur in ſuas binas diſtantias GP, PQ; habetur in ſingulis ſumma omnium $A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c. Summa autem omnium ejuſmodi ſummarum debet eſſe numerator pro formula pertinente ad totum ſyſtema, cum oporteat ſingulas totius ſyſtematis maſſas ducere in ſua cujuſque quadrata diſtantiarum ab axe. Igitur patet numeratorem ipſum rite haberi per ſummam productorum $M \times GP \times PQ$ pertinentium ad ſingulas ſyſtematis partes, uti in hoc novo Corollario enunciatur.

Ejus demonſtratio.

100. Uſus hujus Corollarii facile patebit. Pendeat ex. gr. globus aliquis ſuſpenſus per filum quoddam. Pro globo jam conſtat centrum gravitatis eſſe in ipſo centro globi, & conſtat iti-

Uſus pro longitudine penduli compoſito iſochroni ta-

cilius invenienda.

itidem, ac e ſuperioribus etiam Theorematis facile deducitur, centrum oſcillationis jacere infra centrum globi, per $\frac{2}{5}$ tertiæ proportionalis poſt diſtantiam puncti ſuſpenſionis a centro globi, & radium; pro filo autem conſiderato ut recta quadam habetur centrum gravitatis in medio ipſo filo, & centrum oſcillationis, ſuſpenſione facta per fili extremum eſt in fine ſecundi trientis longitudinis ejuſdem fili, quod itidem ex formula generali facillime deducitur. Inde centrum oſcillationis commune globi, & fili nullo negotio definietur per corollarium ſuperius.

Calculus & formula pro pendulo globi pendentis e filo.

101. Sit Longitudo fili a, maſſa ſeu pondus b, radius globi r, maſſa ſeupondus p: erit diſtantia centri gravitatis fili ab axe converſionis erit $\frac{1}{2}a$, diſtantia centri oſcillationis ejuſdem $\frac{2}{3}a$. Quare productum illud pertinens ad filum erit $\frac{1}{3}a^2b$. Pro globo erit diſtantia centri gravitatis $a+r$, quæ ponatur $=m$; Diſtantia centri oſcillationis erit $m+\frac{2}{5}\times\frac{rr}{m}$. Quare productum pertinens ad globum erit $m^2p+\frac{2}{5}rrp$. Horum ſumma eſt $m^2p+\frac{2}{5}rrp+\frac{1}{3}a^2b$. Porro cum centra gravitatis fili, & globi jaceant in directum cum puncto ſuſpenſionis, ad habendam diſtantiam centri gravitatis communis ductam in ſummam maſſarum ſatis erit ducere ſingularum partium maſſas in ſuorum centrorum diſtantias, ac habebitur $mp+\frac{1}{2}ab$. Quare formula pro centro oſcillationis utriuſque ſimul, erit

$$\frac{m^2p+\frac{2}{5}rrp+\frac{1}{3}a^2b}{mp+\frac{1}{2}ab}.$$

Non licere hic concipere maſſas ſingulas ut collectas in ſuis centris oſcillationis, aut gravitatis, aut aliis intermediis documentum utile.

102. Hic autem notandum illud, ad centrum oſcillationis commune habendum non licere ſingularum partium maſſas concipere, ut collectas in ſuis ſingulas aut centris oſcillationis, aut centris gravitatis. In primo caſu numerator colligeretur ex ſumma omnium productorum, quæ fierent ducendo ſingulas maſſas in quadrata diſtantiarum centri oſcillationis ſui; in ſecundo in quadrata diſtantiarum ſui centri gravitatis. In illo nimirum haberetur plus juſto, in hoc minus. Sed nec poſſunt concipi ut collectæ in aliquo puncto intermedio, cujus diſtantia ſit media continue proportionalis inter illas diſtantias; nam in eo caſu numerator maneret idem, at denominator non eſſet idem, qui ut idem perſeveraret, oporteret concipere maſſas ſingulas collectas in ſuis centris gravitatis, non ultra ipſa. Inde autem patet, non ſemper licere concipere maſſas ingentes in ſuo gravitatis centro, & idcirco, ubi in Theoria centri oſcillationis, vel percuſſionis dico maſſam exiſtentem in quodam puncto, intelligi debet, ut monui in ipſo opere, tota maſſa ibi compenetrata vel concipi maſſula extenſionis infiniteſimæ, ut maſſæ compenetratæ in unico ſuo puncto æquivaleat.

103.

Digitized by Google

103. Quod attinet ad centrum percuſſionis, id attigi tantummodo determinando punctum ſyſtematis maſſarum jacentium in recta quadam, & libere gyrantis, cujus puncti impedito motu ſiſtitur motus totius ſyſtematis. Porro æque facile determinatur centrum percuſſionis in eo ſenſu acceptum pro quovis ſyſtemate maſſarum utcunque diſpoſitarum, & res itidem facile perficitur, ſi aliæ diverſæ etiam centri percuſſionis ideæ adhibeantur. Rem hic paullo diligentius perſequar.

Tranſitus ad centrum percuſſionis: ejus notiones haberi poſſe plures.

104. Inprimis ut agamus de eadem centri percuſſionis notione, moveatur libere ſyſtema quodcunque ita inter ſe connexum, ut ejus partes mutare non poſſint diſtantias a ſe invicem. Centrum gravitatis totius ſyſtematis vel quieſcet, vel movebitur uniformiter in directum, cum per theorema inventum a Newtono, & a me demonſtratum in ipſo Opere num. 250, actiones mutuæ non turbent ſtatum ipſius: ſyſtema autem totum ſibi relictum vel movebitur motu eodem parallelo, vel convertetur motu æquali circa axem datum tranſeuntem per ipſum centrum gravitatis, & vel quieſcentem cum ipſo centro, vel ejuſdem uniformi motu parallelo delatum ſimul, quod itidem demonſtrari poteſt haud difficulter.

Initium a notione adhibita in Opere: centri gravitatis ſtatus conſervatus in motu libero.

105. Inde autem colligitur illud, in motu totius ſyſtematis compoſito ex motu uniformi in directum, & ex rotatione circulari circa axem itidem translatum haberi ſemper rectam quandam pertinentem ad ſyſtema, nimirum cum eo connexam, pro quovis tempuſculo ſuam, quæ illo tempuſculo maneat immota, & circa quam, ut circa quendam axem immotum convertatur eo tempuſculo totum ſyſtema. Concipiatur enim planum quodvis tranſiens per axem rotationis circularis, & in eo plano ſit recta quævis axi parallela; ea convertetur circa axem velocitate eo majore, quo magis ab ipſo diſtat. Erit igitur aliqua diſtantia ejus rectæ ejuſmodi, ut velocitas converſionis æquetur ibi velocitati, quam habet centrum gravitatis cum axe translato; & in altero e binis appulſibus ipſius rectæ parallelæ gyrantis cum ſyſtemate ad planum perpendiculare ei plano, quod axis uniformiter progrediens deſcribit, ejus rectæ motus circularis fiet contrarius motui axis ipſius, adeoque motui, quo ipſa axem comitatur, cui cum ibi & æqualis ſit, motu altero per alterum eliſo, ea recta quieſcet illo tempuſculo, & ſyſtema totum motu compoſito gyrabit circa ipſam. Nec erit difficile dato motu centri gravitatis, & binarum maſſarum non jacentium in eodem plano tranſeunte per axem rotationis, invenire poſitionem axis, & hujus rectæ immotæ pro quovis dato momento temporis.

Inde erui, in ſyſtemate translato cum rotatione, fore rectam cum eo connexam immobilem quovis tempuſculo ſuam; quæ facile definiri poſſit.

106. Quæratur jam in ejuſmodi ſyſtemate punctum aliquod, cujus motus, ſi per aliquam vim externam impediatur, debeat mutuis actionibus ſiſti motus totius ſyſtematis, quod punctum, ſi uſpiam fuerit, dicatur centrum percuſſionis. Concipiantur autem maſſæ omnes translatæ per rectas parallelas rectæ illi

Propoſitio problematis, & præparatio ad ſolutionem.

illi manenti immotæ tempuſculo, quo motus ſiſtitur, quam rectam hic appellabimus axem rotationis, in planum ipſi perpendiculare tranſiens per centrum gravitatis, & in figura 64 exprimatur id planum ipſo plano ſchematis: ſit autem ibidem P centrum rotationis, per quod tranſeat axis ille, ſit G centrum gravitatis, & A una ex maſſis. Conſideretur quoddam punctum Q aſſumptum in ipſa recta PQ, & aliud extra ipſam, ac ſingularum maſſarum motus concipiatur reſolutus in duos, alterum perpendicularem rectæ PG agentem directione Aa, alterum ipſi parallelum agentem directione PG, ac velocitas abſoluta puncti Q dicatur V.

Definitio velocitatis abſolutæ, & relativarum cujuſvis maſſæ.

107. Erit $PQ . PA :: V . \frac{PA \times V}{PQ}$, quæ erit velocitas abſoluta maſſæ A. Erit autem $PA . Pa :: \frac{PA}{QA} \times V . \frac{Pa}{QA} \times V$, quæ erit velocitas ſecundum directionem Aa, & $PA . Aa :: \frac{PA}{PQ} \times V . \frac{Aa}{PQ} \times V$, quæ erit velocitas ſecundum directionem PG. Nam in compoſitione, & reſolutione motuum, ſi rectæ perpendiculares directionibus motus compoſiti, & binorum componentium conſtituant triangulum, ſunt motus ipſi, ut latera ejus trianguli ipſis reſpondentia, velocitas autem abſoluta eſt perpendicularis ad AP. Inde vero bini motus ſecundum eas duas directiones erunt $\frac{Pa}{PQ} \times A \times V$, & $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$.

Evaneſcentia ſummæ determinans problema.

108. Jam vero ſumma omnium $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$ eſt *zero*, cum ob naturam centri gravitatis ſumma omnium $Aa \times A$ ſit æqualis *zero*, & $\frac{V}{PQ}$ ſit quantitas data. Quare ſi per vim externam applicatam cuidam puncto Q, & mutuas actiones ſiſtatur ſumma omnium motuum $\frac{Pa}{PQ} \times A \times V$, ſiſtetur totus ſyſtematis motus, reliqua ſumma eliſa per ſolas vires mutuas, quarum nimirum ſumma eſt itidem *zero*.

Inventio ſummæ ipſius æquandæ nihilo.

109. Ut habeatur id ipſum punctum Q, concipiatur quævis maſſa A connexa cum eo, & cum puncto P, vel cum maſſis ibidem conceptis, & ſumma omnium motuum, qui ex nexu derivantur in Q, dum extinguitur is motus in omnibus A, debet elidi per vim externam, ſumma vero omnium provenientium in P, ubi nulla vis externa agit, debet elidi per ſeſe. Hæc igitur poſterior ſumma erit inveſtiganda, & ponenda $= 0$.

110. Por-

110. Porro poſito radio $= 1$, eſt ex Theoremate trium maſſarum ut $P \times PQ \times 1$ ad $A \times AQ \times$ *ſin* QAa, ſive ut $P \times PQ$ ad $A \times Qa$, ita actio in A perpendicularis ad $PQ = \frac{Pa}{PQ} \times V$ ad actionem in P ſecundum eandem directionem, quæ evadit $\frac{A \times Qa \times Pa}{P \times PQ^2} \times V$: nimirum ob $Qa = PQ - Pa$, erit actio in $P = \frac{A \times PQ \times Pa - A \times Pa^2}{P \times PQ^2} \times V$. Cum harum ſumma debeat æquari *zero* demptis communibus $\frac{V}{P \times PQ^2}$, æquabuntur poſitiva negativis, nimirum poſita $\int$ pro characteriſtica ſummæ, habebitur $\int . A \times PQ \times Pa = \int . A \times Pa^2$, ſive $PQ = \frac{\int . A \times Pa^2}{\int . A \times Pa}$, vel ob $\int . A \times Pa = M \times PG$, poſito ut prius M pro ſumma maſſarum, fiet $PQ = \frac{\int . A \times Pa^2}{M \times PG}$, qui valor datur ob datas omnes maſſas A, datas omnes rectas Pa, datam PG. *Q. E. F.* Calculus, & formula derivata.

111. *Corollarium* I. Quoniam aP æquatur diſtantiæ perpendiculari A a plano tranſeunte per P perpendiculari ad rectam PG, habebitur hujuſmodi Theorema. *Diſtantia centri percuſſionis ab axe rotationis in recta ipſi axi perpendiculari tranſeunte per centrum gravitatis habebitur, ducendo ſingulas maſſas in quadrata ſuarum diſtantiarum perpendicularium a plano perpendiculari eidem rectæ tranſeunte per axem ipſum rotationis, ac dividendo ſummam omnium ejuſmodi productorum per factum ex ſumma maſſarum in diſtantiam perpendicularem centri gravitatis communis ab eodem plano.* (f) Theorema erutum ex formula.

112. *Co-*

(f) *Facile deducitur ex hoc primo corollario, ad habendum centrum percuſſionis maſſarum utcunque diſperſarum ſatis eſſe ſingulas maſſas reducere ad rectam tranſeuntem per centrum gravitatis, & perpendicularem axi rotationis per rectas ipſi axi perpendiculares, & invenire maſſarum ita reductarum centrum oſcillationis, habito puncto rotationis pro puncto ſuſpenſionis; id enim erit ipſum centrum percuſſionis quæſitum. Nam diſtantiæ ab ipſo plano perpendiculari illi rectæ, quarum diſtantiarum fit mentio in hoc corollario, manent eædem in ejuſmodi translatione maſſarum, & evadunt diſtantiæ a puncto ſuſpenſionis. Theorema autem poſt ſubſtitutionem diſtantiarum a puncto ſuſpenſionis pro iis ipſis diſtantiis ab illo plano exhibet ipſam formulam diſtantiæ centri oſcillationis a puncto ſuſpenſionis, quæ habetur num.* 334. *Hinc autem conſequitur generalis reciprocatio puncti rotationis, & centri percuſſionis, ac alia plura in ſequentibus deducta multo immediatius deducuntur e proprietatibus centri oſcillationis jam demonſtratis.*

Digitized by Google

Deductio caſus, quo jaceant omnes maſſæ in eodem plano.

112. *Corollarium* II. Si maſſæ jaceant in eodem unico plano quovis tranſeunte per axem; A, & *a* congruunt, adeoque diſtantiæ P*a* fiunt ipſæ diſtantiæ ab axe. Quamobrem in hoc caſu formula hæc inventa pro centro percuſſionis congruit prorſus cum formula inventa pro centro oſcillationis, & ea duo centra ſunt idem punctum, ſi axis rotationis ſit idem, adeoque *in eo caſu transferenda ſunt ad centrum percuſſionis, quæcunque pro centro oſcillationis ſunt demonſtrata.*

Si qua maſſa ſit extra: diſcrimen centri oſcillationis, a centro percuſſionis.

113. *Corollarium* III. Si aliqua maſſa jaceat extra ejuſmodi planum pertinens ad aliam quampiam; erit ibi P*a* minor, quam PA, adeoque *centrum percuſſionis diſtabit minus ab axe rotationis, quam diſtet centrum oſcillationis.*

Formulæ deductæ pro pluribus aliis theorematis.

114. *Corollarium* IV. In formula generali $PG = \frac{ſ.\,A \times Pa^2}{M \times GP}$ habetur $Pa^2 = PG^2 + Ga^2 - 2\,PQ \times Ga$. Porro $ſ.\,A \times 2\,PQ \times Ga$ evaneſcit ob evaneſcentem $ſ.\,A \times Ga$, & $\frac{ſ.\,A \times PG^2}{M \times PG}$ eſt PG. Quare fit $PQ = PG + \frac{ſ.\,A \times Ga^2}{M \times PG}$, & $GQ = \frac{ſ.\,A \times Ga^2}{M \times PG}$. Inde autem deducuntur ſequentia Theoremata affinia ſimilibus pertinentibus ad centrum oſcillationis deductis in ipſo opere.

Theorema de poſitione centri gravitatis.

115. *Si impreſſio ad ſiſtendum motum fiat in recta perpendiculari axi rotationis tranſeunte per centrum gravitatis, centrum gravitatis jacet inter centrum percuſſionis, & axem rotationis.* Nam PQ evaſit major quam PG.

Theorema de duarum diſtantiarum producto.

116. *Productum ſub binis diſtantiis illius ab his eſt conſtans, ubi axis rotationis ſit in eodem plano quovis tranſeunte per centrum gravitatis cum eadem directione in quacunque diſtantia ab ipſo centro gravitatis.* Nam ob $GQ = \frac{ſ.\,A \times Ga^2}{M \times PG}$ erit

$$GQ \times PG = \frac{ſ.\,A \times Ga^2}{M}$$

Corollarium inde deductum.

117. *In eo caſu punctum axis pertinens ad id planum, & centrum percuſſionis reciprocantur; cum nimirum productum ſub binis eorum diſtantiis a conſtanti centro gravitatis ſit conſtans.*

Axe rotationis abeunte in infinitum, centrum percuſſionis abire in centrum gravitatis.

118. *Abeunte axe rotationis in infinitum, ubi nimirum totum ſyſtema movetur tantummodo motu parallelo, centrum percuſſionis abit in centrum gravitatis.* Nam altera e binis diſtantiis excreſcente in infinitum, debet altera evaneſcere. Porro is caſus accidit ſemper etiam, ubi omnes maſſæ abeunt in unum punctum, quod erit tum ipſum gravitatis centrum totius

Digitized by Google

tius ſyſtematis, & progredietur ſine rotatione ante percuſſionem.

Abeunte axe rotationis in centrum gravitatis, nimirum quieſcente ipſo gravitatis centro, centrum percuſſionis abit in infinitum, nec ulla percuſſione applicata unico puncto motus ſiſti poteſt. Nam e contrario altera diſtantia evaneſcente, altera abit in infinitum. **Si axis rotationis tranſeat per centrum gravitatis, motum ſiſti non poſſe.**

120. Corollarium V. *Centrum percuſſionis debet jacere in recta perpendiculari ad axem rotationis tranſeunte per centrum gravitatis.* Id evincitur per quartum e ſuperioribus Theorematis. Solutio problematis adhibita exhibet ſolam diſtantiam centri percuſſionis ab axe illo rotationis. Nam demonſtratio manet eadem, ad quodcunque planum perpendiculare axi reducantur per rectas ipſi axi parallelas & maſſæ omnes, & ipſum centrum gravitatis commune, adeoque inde non haberetur unicum centrum percuſſionis, ſed ſeries eorum continua parallela axi ipſi, quæ abeunte axe rotationis ejus directionis in infinitum, nimirum ceſſante converſione reſpectu ejus directionis, tranſit per centrum gravitatis juxta id Theorema. Porro ſi concipiatur planum quodvis perpendiculare axi rotationis, omnes maſſæ reſpectu rectarum perpendicularium axi priori in eo jacentium rotationem nullam habent, cum diſtantiam ab eo plano non mutent, ſed ferantur ſecundum ejus directionem, adeoque reſpectu omnium directionum priori axi perpendicularium jacentium in eo plano res eodem modo ſe habet, ac ſi axis rotationis cujuſdam ipſas reſpicientis in infinitum diſtet ab earum ſingulis, & proinde reſpectu ipſarum debet centrum percuſſionis abire ad diſtantiam, in qua eſt centrum gravitatis, nimirum jacere in eo planorum parallelorum omnes ejuſmodi directiones continentium, quod tranſit per ipſum centrum gravitatis: adeoque ad ſiſtendum penitus omnem motum, & ne pars altera procurrat ultra alteram, & eam vincat, debet centrum percuſſionis jacere in plano perpendiculari ad axem tranſeunte per centrum gravitatis, & debent in ſolutione problematis omnes maſſæ reduci ad id ipſum planum, ut præſtitimus, non ad aliud quodpiam ipſi parallelum: ac eo pacto habebitur æquilibrium maſſarum, hinc & inde poſitarum, quarum ductarum in ſuas diſtantias ab eodem plano ſummæ hinc, & inde acceptæ æquabuntur inter ſe. Porro eo plano ad ſolutionem adhibito, patet ex ipſa ſolutione, centrum percuſſionis jacere in recta perpendiculari axi ducta per centrum gravitatis: jacet enim in recta, quæ a centro gravitatis ducitur ad illud punctum, in quo axis id planum ſecat, quæ recta ipſi axi perpendicularis toti illi plano perpendicularis eſſe debet. **Centri percuſſionis poſitio notabilis.**

121. Corollarium VI. *Impactus in centro percuſſionis in corpus externa vi ejus motum ſiſtens eſt idem, qui eſſet, ſi ſingulæ maſſæ incurrerent in ipſum cum ſuis velocitatibus reſpecti-* **Impactus in centrum percuſſionis qui ſit.**

vis redactis ad directionem perpendicularem plano tranſeunti per axem rotationis, & centrum gravitatis, ſive ſi maſſarum ſumma in ipſum incurreret directione, & velocitate motus, qua fertur centrum gravitatis.

Demonſtratio primæ partis.

122. Patet primum, quia debet in Q haberi vis contraria directioni illius motus perpendicularis plano tranſeunti per axem, & PG, par extinguendis omnibus omnium maſſarum velocitatibus ad eam directionem redactis, quæ vis itidem requireretur, ſi omnes maſſæ eo immediate devenirent cum ejuſmodi velocitatibus.

Demonſtratio ſecundæ.

123. Patet ſecundum ex eo, quod velocitas illa pro maſſa A ſit $\frac{Pa}{PQ} \times V$, adeoque motus $\frac{A \times Pa}{PQ} \times V$, quorum motuum ſumma eſt $\frac{M \times PG}{PQ} \times V$. Eſt autem $\frac{PG}{PQ} \times V$ velocitas puncti G, quod punctum movetur ſolo motu perpendiculari ad PG, adeoque ſi maſſa totalis M incurrat in Q cum directione, & celeritate, qua fertur centrum gravitatis G, faciet impreſſionem eandem.

Impreſſio ubi fieri poſſit extra centrum percuſſionis cum eodem effectu.

124. Corollarium VII. *Poteſt motus ſiſti impreſſione facta etiam extra rectam PG, ſeu extra planum tranſiens per axem rotationis, & centrum gravitatis, nimirum ſi impreſſio fiat in quodvis punctum rectæ eidem plano perpendicularis, & tranſeuntis per Q, directione rectæ ipſius.* Nam per nexum inter id punctum, & Q ſtatim impreſſio per eam rectam transfertur ab eo puncto ad ipſum Q.

Motus communicatus quovis impactu ſyſtemati quieſcenti.

125. Corollarium VIII. *Contra vero ſi imprimatur dato cuidam puncto ſyſtematis quieſcentis vis quædam motrix; invenietur facile motus inde communicandus ipſi ſyſtemati.* Nam ejuſmodi motus erit is, qui contrario æquali impactu ſiſteretur. Determinatio autem regreſſu facto per ipſam problematis ſolutionem erit hujuſmodi. Centrum gravitatis commune movebitur directione, qua egit vis, & velocitate, quam ea poteſt imprimere maſſæ totius ſyſtematis, quæ ad eam, quam poteſt imprimere maſſæ cuivis, eſt ut hæc poſterior maſſa ad illam priorem, & ſi vis ipſa applicata fuerit ad centrum gravitatis, vel immediate; vel per rectam tendentem ad ipſum; ſyſtema ſine ulla rotatione movebitur eadem velocitate: ſin autem applicetur ad aliud punctum quodvis directione non tendente ad ipſum centrum gravitatis, præterea habebitur converſio, cujus axis, & celeritas ſic invenietur. Per centrum gravitatis G agatur planum perpendiculare rectæ, ſecundum quam fit impactus, & notetur punctum Q, in quo eidem plano occurrit eadem recta. Per ipſum punctum G ducatur in eo plano recta perpendicularis ad QG, quæ erit axis quæſitus. Per punctum Q concipiatur alterum planum perpendiculare rectæ GQ, capian-

piantur omnes diſtantiæ perpendiculares omnium maſſarum A ab ejuſmodi plano, æquales nimirum ſuis a Q: ſingularum quadrata ducantur in ſuas maſſas, & factorum ſumma dividatur per ſummam maſſarum, tum in recta G Q producta capiatur G P æqualis; ei quoto diviſo per ipſam Q G, & celeritas puncti P revolventis circa axem inventum in circulo, cujus radius G P, erit æqualis celeritati inventæ centri gravitatis, directio autem motus contraria eidem. Unde habetur directio, & celeritas motus punctorum reliquorum ſyſtematis.

126. Patet conſtructio ex eo, quod ita motu compoſito movebitur ſyſtema circa axem immotum tranſeuntem per P, qui motus regreſſu facto a conſtructione tradita ad inventionem præmiſſam centri percuſſionis ſiſteretur impreſſione contraria, & æquali impreſſioni datæ.

Demonſtratio.

127. *Scholium*. Hoc poſtremo corollario definitur motus vi externa impreſſus ſyſtemati quieſcenti. Quod ſi jam ſyſtema habuerit aliquem motum progreſſivum, & circularem, novus motus externa vi inductus juxta corollarium ipſum componendus erit cum priore, quod, quo pacto fieri debeat, hic non inquiram, ubi centrum percuſſionis perſequor tantummodo. Ea perquiſitio ex iiſdem principiis perfici poteſt, & ejus ope patet, aperiri aditum ad inquirendas etiam mutationes, quæ ab inæquali actione Solis, & Lunæ in partes ſupra globi formam extantes inducuntur in diurnum motum, adeoque ad definiendam ex genuinis principiis præceſſionem æquinoctiorum, & nutationem axis: ſed ea inveſtigatio peculiarem tractationem requirit.

Aditus ad perquiſitiones ulteriores motu impreſſo ſyſtemati moto.

128. Interea gradum hic faciam ad aliam notionem quandam centri percuſſionis, nihilo minus, imo etiam magis aptam ipſi nomini. Ad eam perquiſitionem ſic progrediar.

Tranſitus ad aliam notionem ejus centri.

129. Problema. *Si ſyſtema datum gyrans data velocitate circa axem datum externa vi immotum incurrat in dato ſuo puncto in maſſam datam, delatam velocitate data in directione motus puncti ejuſdem, quam maſſam debeat abripere ſecum; quæritur velocitas, quam ei maſſæ imprimet, & ipſum ſyſtema retinebit poſt impactum.*

Problema continens hanc ideam.

130. Concipiatur totum ſyſtema projectum in planum perpendiculare axi rotationis tranſiens per centrum gravitatis G, in quo plano punctum converſionis ſit P, maſſa autem in recta P G in Q. Velocitas puncti cujuſvis ſyſtematis, quod diſtet ab axe per intervallum $= 1$, ante incurſum ſit $= a$, velocitas ab eodem amiſſa ſit $= x$, adeoque velocitas poſt impactum $= a - x$, velocitas autem maſſæ Q ante impactum ſit $= PQ \times b$. Erit ut 1 ad A P, ita x ad velocitatem amiſſam a maſſa A, quæ erit $AP \times x$. Erit autem ut 1 ad $a - x$ ita P Q ad velocitatem reſiduam in puncto ſyſtematis Q, quæ fiet $PQ \times (a - x)$, & ea erit itidem velocitas maſſæ Q poſt

Solutio: formulæ continentes motum maſſæ in quam incidit, & ſuum reliquum.

impactum, adeoque maſſa Q acquiret velocitatem $PQ \times \overline{a-b-x}$. ſive poſito $a-b=c$, habebitur $PQ \times (c-x)$. Porro ex mutuo nexu maſſæ A cum P, & Q erit $Q \times PQ$ ad $A \times AP$, ut effectus ad velocitatem pertinens in $A = AP \times x$ ad effectum in $Q = \frac{A \times AP^2}{Q \times QP} \times x$. Summa horum effectuum provenientium e maſſis omnibus erit æqualis velocitati acquiſitæ in Q. Nimirum $\frac{\int. A \times AP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c - QP \times x$, ſive $\frac{\int. A \times AP^2 + Q \times QP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c$, & $x = \frac{Q \times QP^2}{\int. A \times AP^2 + Q \times QP^2} \times c$. Dato autem x datur $a-x$, & is valor ductus in diſtantiam puncti cujuſvis ſyſtematis, vel etiam maſſæ Q, exhibebit velocitatem quæſitam. *Q.E.F.*

Caſus particulares, ad quos applicari poteſt.

131. *Scholium*. Formula habet locum etiam pro caſu, quo maſſa Q quieſcat, vel quo feratur contra motum ſyſtematis, dummodo in primo caſu fiat $b=o$, & $c=a$, ac in ſecundo valor b mutetur in negativum, adeoque fit $c=a+b$. Poſſet etiam facile applicari ad caſum, quo in conflictu ageret elaſticitas perfecta vel imperfecta. Determinatio tradita exhiberet partem effectus in colliſione facti tempore amiſſæ figuræ, ex quo effectus debitus tempori totius colliſionis uſque ad finem recuperatæ figuræ colligitur facile, duplicando priorem, vel augendo in ratione data, uti fit in colliſionibus.

Ejuſdem ulterior extenſio.

132. Itidem locum habet pro caſu, quo maſſa nova non jaceat in Q in recta PG, ſed in quovis alio puncto plani perpendicularis axi tranſeuntis per G, ex quo ſi intelligatur perpendiculum in PG ei occurrens in Q; idem prorſus erit impactus ibi, qui eſſet in Q, tranſlata actione per illam ſyſtematis rectam. Quin imo ſi Q non jaceat in eo plano perpendiculari ad axem, quod tranſit per centrum gravitatis, ſed ubivis extra, res eodem redit, dummodo per id punctum concipiatur planum perpendiculare axi illi immoto per vim externam ad quod planum reducatur centrum gravitatis, & quævis maſſa A; vel ſi ipſa maſſa Q cum reliquis reducatur ad quodvis aliud planum perpendiculare axi. Omnia eodem recidunt ob id ipſum, quod axis externa vi immotus ſit. Sed jam ex generali ſolutione problematis deducemus plura Corollaria.

Relatio ad centrum oſcillationis.

133. *Corollarium* I. Si diſtantia centri oſcillationis totius ſyſtematis ab axe P dicatur R, diſtantia centri gravitatis G, maſſa tota M, habebitur $x = \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$, &

$c =$

$\frac{c}{x} = \frac{M \times G \times R}{Q \times PQ^2} + 1$. Patet ex eo, quod ex natura centri oſcillationis habetur $R = \frac{\int. A \times AP^2}{M \times G}$, adeoque $\int. A \times AP^2 = M \times G \times R$.

134. *Corollarium* II. Velocitas acquiſita a maſſa Q erit $\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$. Eſt enim ea velocitas $PQ \times (c - x)$, ſive $PQ \times (c - \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c)$, quod reductum ad eundem denominatorem eliſis terminis contrariis eo redit. Expreſſio velocitatis in maſſa ſimplicior ope illius.

135. *Corollarium* III. Si manente velocitate circulari ſyſtematis tota ejus maſſa concipiatur collecta in unico puncto jacente inter centra gravitatis, & oſcillationis, cujus diſtantia a puncto converſionis ſit media geometrice proportionalis inter diſtantias reliquorum punctorum, vel in eadem diſtantia ex parte oppoſita; velocitas eadem imprimeretur novæ maſſæ in quovis puncto ſitæ. Tunc enim abiret in illud punctum utrumque centrum, & valor $G \times R$ eſſet idem, ac prius, nimirum æqualis quadrato ejus diſtantiæ ab axe, quod quadratum eſt poſitivum etiam, ſi diſtantia accepta ex parte oppoſita fiat negativa. Ubi colligendum eſſet totum ſyſtema ad eandem velocitatem imprimendam maſſæ.

136. *Corollarium* IV. Si capiatur hinc, vel inde in PG ſegmentum, quod ad diſtantiam ejus puncti ab axe ſit in ſubduplicata ratione maſſæ totius ſyſtematis ad maſſam Q; ipſa maſſa Q in quatuor diſtantiis ab axe, binis hinc, & binis inde, quarum binarum producta æquentur ſingula quadrato ejus ſegmenti, acquiret velocitatem in omnibus eandem magnitudine, licet in binis directionis contrariæ, & ea fiet maxima, ubi ipſa maſſa ſit in fine ejus ſegmenti ex parte axis ultralibet. Erit enim velocitas acquiſita directe ut $\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$, vel dividendo per conſtantem $\frac{M \times G \times R}{Q} \times c$, & ponendo illud ſegmentum $= \pm T$, cujus quadratum T^2 debet eſſe $= \frac{M}{Q} \times G \times R$, erit directe ut $\frac{PQ}{T^2 + PQ^2}$, adeoque reciproce ut $\frac{T^2}{PQ} + PQ$. Is autem In quot, & quibus diſtantiis ab axe maſſa eandem ex impactu velocitatem acquireret: ubi maximam.

valor

valor manet idem, ſi pro PQ ponantur bini valores, quorum productum æquetur T^2, migrante tantummodo altera binomii parte in alteram. Si enim alter valor ſit m, erit alter $\frac{T^2}{m}$; & poſito illo pro PQ: habetur $\frac{T^2}{m}+m$, poſito hoc habetur $\frac{T^2 m}{T^2}+\frac{T^2}{m}$, ſive $m+\frac{T^2}{m}$. Sed cum eæ diſtantiæ abeunt ad partes oppoſitas, fiunt $-m$, & $\frac{T^2}{m}$, migrante in negativum etiam valore formulæ, quod oſtendit directionem motus contrariam priori, ſyſtemate nimirum hinc, & inde ab axe in partibus oppoſitis habente directiones motuum oppoſitas.

Demonſtratio determinationis maximi.

137. Quoniam autem aſſumpto quovis valore finito pro PQ, formula $\frac{T^2}{PQ}+PQ$ eſt finita, & evadit infinita facto PQ tam infinito, quam $=0$; patet in hiſce poſtremis duobus caſibus velocitatem e contrario evaneſcere, in reliquis eſſe finitam, adeoque alicubi debere eſſe maximam. Non poteſt autem eſſe maxima, niſi ubi ad eandem magnitudinem redit, quod accidit in tranſitu PQ per utrumvis valorem $\pm T$, circa quem hinc & inde valores æquales ſunt. Ibi igitur id habetur maximum.

Maximi determinatio per calculum differentialem.

138. *Scholium* 2. Libuit ſine calculo differentiali invenire illud maximum, quod ope calculi ipſius admodum facile definitur. Ponatur $T=t$, & $PQ=z$. Fiet formula $\frac{t^2}{z}+z$, & differentiando $-\frac{t^2 dz}{zz}+dz=0$, ſive $-t^2+z^2=0$, vel $z^2=t^2$, & $z=\pm t$, ſive $PQ=\pm T$, ut in corollario 4 inventum eſt.

Duæ aliæ acceptiones centri percuſſionis, & ejus determinatio ex ſuperioribus.

139. Licebit autem jam ex poſtremis duobus corolariis deducere alias duas notiones centri percuſſionis, cum ſuis eorundem determinationibus. Poteſt primo appellari centrum percuſſionis illud punctum, in quo tota ſyſtematis maſſa collecta eandem velocitatem imprimeret maſſæ eidem incurrendo in eam eodem ſuo puncto cum eadem velocitate, quæ videtur omnium aptiſſima centri percuſſionis notio. Centrum percuſſionis in ea acceptione determinatur admodum eleganter ope corollarii 3: jacet nimirum inter centrum gravitatis, & centrum oſcillationis ita, ut ejus diſtantia ab axe rotationis ſit media geometrice proportionalis inter illorum diſtantias, vel ubivis in recta axi parallela ducta per punctum ita inventum. Poteſt ſecundo appellari centrum percuſſionis illud punctum, per quod ſi fiat percuſſio, imprimitur velocitas omnium maxima maſſæ, in

quam

Digitized by Google

quam incurritur. In hac acceptione centrum percuſſionis itidem eleganter determinatur per corollarium quartum, mutando eam diſtantiam in ratione ſubduplicata maſſæ, in quam incurritur, ad maſſam totius ſyſtematis.

140. In hoc ſecundo ſenſu acceptum, & inveſtigatum eſſe centrum percuſſionis a ſummo Geometra Celeberrimo Piſano Profeſſore Perrellio, nuper mihi ſignificavit Vir itidem Doctiſſimus, & Geometra inſignis Eques Mozzius, qui & ſuam mihi ejus centri determinationem exhibuit pro caſu ſyſtematis continentis unicam maſſam in rectilinea virga inflexili.

A quo ita conſideratum, & pro particulari caſu determinatum.

141. Libuit rem longe alia methodo hic erutam generaliter, & cum ſuperioribus omnibus conſpirantem, ac ex iis ſponte propemodum profluentem proponere, ut innoteſcat mira ſane fœcunditas Theorematis ſimpliciſſimi pertinentis ad rationem virium compoſitarum in ſyſtemate maſſarum trium. Sed de his omnibus jam ſatis.

Hic generalius, & aliter determinatum ad fœcunditatem Theoriæ oſtendendam.

Dabam Florentiæ 17. Junii 1758.

FINIS.

Digitized by Google

CATALOGUS
OPERUM
P. ROGERII JOSEPHI BOSCOVICH S. J.

impreſſorum uſque ad initium anni 1763.

Opera, & opuſcula juſtæ molis. *Annus primæ editionis.*

SOpra il Turbine, che la notte tra gli 11, e 12 Giugno del 1749 danneggiò una gran parte di Roma. Diſſertazione del P. Ruggiero Giuſeppe Boſcovich della Comp. di Gesù. In Roma appreſſo Nicolò, e Marco Pagliarini, in 8. 1749

Elementorum Matheſeos tomi tres, in 4. *Prodierunt anno 1752 ſub titulo*, Elementorum Matheſeos ad uſum ſtudioſæ juventutis, tomi primi pars prima complectens Geometriam planam, Arithmeticam vulgarem, Geometriam Solidorum, & Trigonometriam cum planam, tum ſphæricam. Pars altera, in qua Algebræ finitæ elementa traduntur. Romæ: excudebat Generoſus Salomoni. *Iis binis tomis ſine nova eorum impreſſione mutatus eſt titulus anno 1754 in hunc*, Elementorum Univerſæ Matheſeos Auctore P. Rogerio Joſepho Boſcovich Soc. Jeſu Publico Matheſeos Profeſſore Tomus I continens &c. Tomus II continens &c. *& adjectus eſt ſequens*. 1752

Tomus III continens Sectionum Conicarum Elementa nova quadam methodo concinnata, & Diſſertationem de Transformatione locorum Geometricorum, ubi de Continuitatis lege, ac de quibuſdam Infiniti myſteriis: *Typis iiſdem ejuſdem Generoſi Salomoni omnes in 8. Extat eorundem impreſſio Veneta anni 1758, ſed typorum mendis deformatiſſima.* 1754

De Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem ad dimetiendos duos Meridiani gradus, & corrigendam mappam geographicam, juſſu, & auſpiciis Benedicti XIV. P. M. ſuſcepta a Patribus Soc. Jeſu Chriſtophoro Maire, & Rogerio Joſepho Boſcovich. Romæ 1755. In Typographio Palladis: excudebant Nicolaus, & Marcus Palearini, in 4. *Quidquid eo volumine continetur, eſt* Patris Boſcovich *præter bina brevia opuſcula* Patris Maire, *quæ ipſe* P. Boſcovich *inſeruit. Proſtat etiam Mappa Geographica ditionis Pontificiæ delineata a* P. Maire *ex obſervationibus utrique communibus.* 1755

De Inæqualitatibus, quas Saturnus, & Jupiter ſibi mutuo videntur inducere, præſertim circa tempus conjunctionis. Opuſculum ad Pariſienſem Academiam tranſmiſſum, & nunc primum editum. Auctore P. Rogerio Joſepho Boſcovich Soc. Jeſu; Romæ: ex Typographia Generoſi Salomoni, in 8. 1756

Philoſophiæ Naturalis Theoria redacta ad unicam legem virium in Natura exiſtentium Auctore P. Rogerio Joſ. Boſcovich S. J. publico Matheſeos Profeſſore in Collegio Romano. *Proſtat Viennæ Auſtriæ in Officina libraria Kaliwodiana: in 4. In fine accedit Epiſtola ad* P. Carolum Scherffer Soc. Jeſu. *Habetur ſecunda editio Viennenſis paullo poſterior: tertia hic exhibetur: Epiſtola habetur in ejus Supplementis.* 1758

Digitized by Google

1747 Caroli Noceti e Societate Jeſu de Iride, & Aurora Boreali Carmina... cum notis Joſephi Rogerii Boſcovich ex eadem Societate. Romæ: excudebant Nicolaus, & Marcus Palearini, in 4. *Perperam nomen* Joſephi *antepoſitum eſt ibi nomini* Rogerii.

1755 Philoſophiæ Recentioris a Benedicto Stay in Romano Archigymnaſio Publico Eloquentiæ Profeſſore.... cum adnotationibus, & Supplementis P. Rogerii Joſephi Boſcovich S. J. in Collegio Rom. Publici Matheſeos Profeſſoris. Tomus I. Romæ: Typis, & ſumptibus Nicolai, & Marci Palearini, in 8. *Duæ ejus editiones prodierunt ſimul.*

1760 Tomus II Romæ: Typis, & ſumptibus Nicolai, & Marci Palearini, in 8.

In ſingulis ex hiſce tribus voluminibus ea, quæ ad P. Boſcovich pertinent, efficerent per ſe ipſa juſtum volumen. In ſolis primi Stayani tomi ſupplementis occurrunt 39. ipſius Diſſertationes de variis argumentis pertinentibus potiſſimum ad Metaphyſicam, & Mechanicam.

Diſſertationes impreſſæ pro exercitationibus annuis, & publice propugnatæ: omnes in 4.

1736 De Maculis Solaribus. Exercitatio Aſtronomica habita in Collegio Romano Soc. Jeſu. Romæ: ex Typographia Komarek.

1737 De Mercurii noviſſimo infra Solem tranſitu. Diſſertatio habita in Seminario Romano. Romæ, Typis Antonii de Rubeis.

Conſtructio Geometrica Trigonometriæ ſphæricæ. Romæ, ex Typographia Komarek. *Hujus titulus vel eſt hic ipſe, vel parum ab hoc differt.*

1738 De Aurora Boreali Diſſertatio habita in Seminario Romano. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. *Eadem eodem anno edita fuit etiam typis Komarek.*

1739 De Novo Teleſcopii uſu ad objecta cæleſtia determinanda. Diſſertatio habenda a PP. Soc. Jeſu in Collegio Romano. Romæ, ex Typographia Komarek. *Extat recuſa ſine ulla mutatione in Actis Lipſienſibus ad annum* 1740.

De Veterum argumentis pro Telluris ſphæricitate. Diſſertatio habita in Seminario Romano Soc. Jeſu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis.

Diſſertatio de Telluris Figura habita in Seminario Romano Soc. Jeſu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. *Eadem prodiit* in 8. *anno* 1744 *in opere, cui titulus* Memorie &c. In Lucca per li Salani, e Giuntini, *& in titulo additur*: nunc primum aucta, & illuſtrata ab ipſomet Auctore; *ſed ea editio ſcatet typorum erroribus, ut & reliqua inferius nominanda in eadem collectione inſerta.*

1740 De Circulis Oſculatoribus. Diſſertatio habenda a PP. Societatis Jeſu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek.

De Motu corporum projectorum in ſpatio non reſiſtente. Diſſertatio habita in Seminario Romano Soc. Jeſu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis.

1741 De Natura, & uſu infinitorum, & infinite parvorum. Diſſertatio habita in Collegio Romano Soc. Jeſu. Romæ: ex Typographia Komarek.

De

Digitized by Google

In Monumentis Acad. Bononienſis. *Annus primæ editionis.*

P*Ræter reimpreſſionem binarum Diſſertationum in To.* II, *de quibus ſupra, habetur in To.* IV De Litteraria Expeditione per Pontificiam 1757
ditionem. *Eſt Synopſis amplioris Operis, ac habentur plura ejus exemplaria etiam ſeorſum impreſſa.*

In Romano Litteratorum diario vulgo Giornale de' Letterati appreſſo i Fratelli Pagliarini.

D'Un' antica villa ſcoperta ſul doſſo del Tuſcolo: d'un antico O- 1746
rologio a Sole, e di alcune altre rarità, che ſi ſono tra le rovine della medeſima ritrovate. Luogo di Vitruvio illuſtrato. *Ibi ejus ſchediaſmatis Auctor profert, uti ipſe profitetur, quæ ſingillatim audierat ab ipſo* P. Boſcovich.

Dimoſtrazione facile di una principale proprietà delle Sezioni Coniche, la quale non dipende da altri Teoremi conici, e diſegno di un nuovo metodo di trattare queſta dottrina.

Diſſertazione della Tenuità della Luce Solare. Del P. Ruggiero Giuſ. 1747
Boſcovich Matematico del Collegio Romano.

Dimoſtrazione di un paſſo ſpettante all'angolo maſſimo, e minimo dell' Iride, cavato dalla prop. IX par. 2 del libro I dell'Ottica del Newton con altre rifleſſioni ſu quel capitolo. Del P. Ruggiero Giuſ. Boſcovich della Comp. di Gesù.

Metodo di alzare un Infinitinomio a qualunque potenza. Del P. Ruggiero Giuſ. Boſcovich.

Parte prima delle Rifleſſioni ſul metodo di alzare un Infinitinomio a
qualunque potenza. Del P. Ruggiero Giuſ. Boſcovich della Comp. 1748
di Gesù.

Parte ſeconda &c.

Soluzione Geometrica di un Problema ſpettante l'ora delle alte, e baſſe maree, e ſuo confronto con una ſoluzione algebraica del medeſimo data dal Sig. Daniele Bernoulli. Del P. Ruggiero Giuſeppe Boſcovich della Compagnia di Gesù.

Dialogi Paſtorali V ſull'Aurora Boreale del P. Ruggiero Giuſ. Boſcovich della Comp. di Gesù.

Dimoſtrazione di un metodo dato dall'Eulero per dividere una frazione 1749
razionale in più frazioni più ſemplici con delle altre rifleſſioni ſulla ſteſſa materia.

Lettera del P. Ruggiero Giuſ. Boſcovich della Comp. di Gesù al Sig. 1750
Ab. Angelo Bandini in riſpoſta alla lettera del Sig. Erneſto Freeman ſopra l'Obeliſco d'Auguſto. *Nomen* Freeman *eſt fictitium, Auctorem denotans Neapoli latentem, & aliis Operibus ſatis notum. Extat eadem etiam in folio.*

Altera de eodem Obeliſco admodum prolixa Epiſtola, Italice, & Latine ſcripta ad eundem Bandinium *ſuo nomine ab ipſo* P. Boſcovich *habetur in ejuſdem Bandinii Opere, cui titulus*, De Obeliſco Cæſaris Auguſti e Campi Martii ruderibus nuper eruto. Commentarius Auctore Angelo Maria Bandinio. Romæ apud Fratres Palearinos, in folio. *Ibidem in fine habetur alia epiſtola itidem admodum prolixa de eodem argumento nomine* Stuarti, *e cujus ſchedis relictis apud Cardina-*

Digitized by Google

Annus prima editiom. *dinalem Valentium in ejus diſceſſu ab Urbe eam Epiſtolam conſcripſit, ac ejus comperta illuſtravit, ac auxit ipſe* P. Boſcovich.
1753 Oſſervazioni dell' ultimo paſſaggio di Mercurio ſotto il Sole ſeguito a' 6. di Maggio 1753, fatte in Roma, e raccolte dal P. Ruggiero Giuſ. Boſcovich della Comp. di Gesù con alcune rifleſſioni ſulle medeſime.

In aliis Monumentis.

In *Collectione Opuſculorum Lucenſi cui titulus*: Memorie ſopra la Fiſica, e Iſtoria naturale di diverſi Valentuomini. In Lucca per li Salani, e Giuntini, in 8., *præter binas diſſertationes, de quibus ſupra, habetur.*
Problema Mechanicum de ſolido maximæ attractionis ſolutum a P. Rogerio Joſepho Boſcovich Soc. Jeſu Publico Profeſſore Matheſeos in
1743 Collegio Romano: Tomo I.
De Materiæ diviſibilitate, & Principiis corporum. Diſſertatio conſcripta jam ab anno 1748, & nunc primum edita. Auctore P. Rogerio Joſ.
1757 Boſcovich Soc. Jeſu, To. IV.
Omnium horum quatuor Opuſculorum habentur etiam exemplaria ſeorſum impreſſa.
In editione Elementorum Geometriæ Patris Tacqueti *facta Romæ ſumptibus* Venantii Monaldini, Typis Hieronymi Mainardi, in 8. habetur Tri-
1745 gonometria ſphærica P. Rogerii Joſephi Boſcovich, *quæ deinde adhuc magis expolita prodiit Tomo I. ejus* Elementorum Matheſeos. *Habetur præterea ibidem Tractatus* De Cycloide, & Logiſtica, *qui etiam ſeorſum impreſſus eſt iiſdem typis.*
In Opere Comitis Joannis Baptiſtæ Soardi, cui titulus, Nuovi inſtrumenti &c. in Breſcia dalle ſtampe di Gio. Battiſta Rizzardi, in 4., *ha-*
1752 *bentur binæ epiſtolæ Italicæ ipſius* P. Boſcovich *de Curvis quibuſdam, eum figuris, & demonſtrationibus.*
In Optica Abbatis De la Caille *latine reddita* a P. Carolo Scherffer Soc. Jeſu, *& impreſſa Viennæ in Auſtria habetur ſchediaſma* Patris
1758 Boſcovich de Micrometro objectivo.
In poſtremo tomo Commentar. Academiæ Pariſienſis in Hiſtoria, & in uno e tomis *Correſpondentium ejuſdem Academiæ, creditur eſſe breve aliquid pertinens ad ipſum* P. Boſcovich. *Eſt aliquid etiam in diario Gallico* Journal des ſçavans, *& fortaſſe in Anglicanis Tranſactionibus, atque alibi inſertum hiſce itinerum annis.*

Poetica.

1753 P. Rogerii Joſephi Boſcovich Soc. Jeſu inter Arcades Numenii Anigrei Ecloga recitata in publico Arcadum conſeſſu primo Ludorum Olympicorum die, quo die Michael Joſeph Morejus Generalis Arcadiæ Cuſtos illuſtrium Poetarum Arcadum effigies formandas jaculorum ludo ſubſtituerat. Romæ in 8. *Extat eadem iiſdem Typis etiam in Collectione tum impreſſa omnium, quæ ea occaſione ſunt recitata.*
Staniſlai Poloniæ Regis, Lotharingiæ, ac Barri Ducis, & inter Arcades Euthimii Aliphiraei, dum ejus effigies in publico Arcadum Cœtu erigeretur, Apotheoſis. Auctore P. Rogerio Joſepho Boſcovich Soc. Jeſu inter Arcades Numenio Anigreo. Romæ ex Typographia Generoſi Salomoni, in 8. *Eſt poema verſu heroico. Idem autem recuſum fuit Nancei cum verſione Gallica* Domini Cogolin.

Pro

De Inæqualitate gravitatis in diverſis Terræ locis. Diſſertatio habita in Seminario Romano Soc. Jeſu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. *Annus primæ editionis.*
De Annuis Fixarum aberrationibus. Diſſertatio habita in Collegio Romano Societatis Jeſu. Romæ: ex Typographia Komarek. 1742
De Obſervationibus Aſtronomicis, & quo pertingat earundem certitudo. Diſſertatio habita in Seminario Romano Soc. Jeſu. Romæ. Typis Antonii de Rubeis.
Diſquiſitio in Univerſam Aſtronomiam publicæ Diſputationi propoſita in Collegio Romano Soc. Jeſu. Romæ: ex Typographia Komarek.
De Motu Corporis attracti in centrum immobile viribus decreſcentibus in ratione diſtantiarum reciproca duplicata in ſpatiis non reſiſtentibus. Diſſertatio habita in Collegio Romano. Romæ: Typis Komarek. *Eadem prodiit anno* 1747 *ſine ulla mutatione in Commentariis Acad. Bononienſis Tom. II. par. III.* 1743
Nova methodus adhibendi phaſium obſervationes in Eclipſibus Lunaribus ad exercendam Geometriam, & promovendam Aſtronomiam. Diſſertatio habita in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek. *Eadem prodiit, in* 8. *anno* 1747 *cum exigua mutatione, vel additamento in Opere ſuperius memorato, cui titulus* Memorie &c. In Lucca per li Salani, e Giuntini. 1744
De Viribus Vivis Diſſertatio habita in Collegio Romano Soc. Jeſu. Romæ: Typis Komarek. *Eadem prodiit anno* 1747 *ſine ulla mutatione in Commentariis Acad. Bonon. To. II. par. III, & in Germania pluribus vicibus eſt recuſa.* 1745
De Cometis. Diſſertatio habita a PP. Soc. Jeſu in Collegio Rom. Romæ: ex Typographia Komarek. 1746
De Æſtu Maris Diſſertatio habita a PP. Soc. Jeſu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek. *Ea eſt Diſſertationis pars* 1.; *ſecunda pars nunquam prodiit. Quæ pro illa fuerant deſtinata, habentur in Opere* De Expeditione Litteraria, *& in ſupplementis Philoſophiæ Stayanæ tomo* II. 1747
Diſſertationis de Lumine pars prima publice propugnata in Seminario Romano Soc. Jeſu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. 1748
Diſſertationis de Lumine pars ſecunda publice propugnata a PP. Soc. Jeſu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek.
De Determinanda Orbita Planetæ ope Catoptricæ, ex datis vi, celeritate, & directione motus in dato puncto. Exercitatio habita a PP. Soc. Jeſu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek. 1749
De Centro Gravitatis. Diſſertatio habita in Collegio Romano Soc. Jeſu. Romæ: ex Typographia Komarek. *Eadem paullo poſt prodiit iterum cum ſequenti titulo, & additamento.* De Centro Gravitatis. Diſſertatio publice propugnata in Collegio Romano Soc. Jeſu Auctore P. Rogerio Joſepho Boſcovich Societatis ejuſdem. Editio altera. Accedit Diſquiſitio in centrum Magnitudinis, qua quædam in ea Diſſertatione propoſita, atque alia iis affinia demonſtrantur. Romæ, Typis, & ſumptibus Nicolai, & Marci Palearini. 1751
De Lunæ Atmoſphæra. Diſſertatio habita a PP. Soc. Jeſu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Generoſi Salomoni. *Multa eorundem typorum exemplaria prodierunt paullo poſt cum nomine Auctoris in ipſo titulo, & cum exigua unius loci mutatione.* 1753
De Continuitatis Lege, & Conſectariis pertinentibus ad prima materiæ 1754

Anni primæ editionis. elementa, eorumque vires. Diſſertatio habita a PP. Societatis Jeſu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Generoſi Salomoni.

1755 De Lege virium in Natura exiſtentium. Diſſertatio habita a PP. Soc. Jeſu in Collegio Romano. Romæ: Typis Generoſi Salomoni.

De Lentibus, & Teleſcopiis dioptricis. Diſſertatio habita in Seminario Romano. Romæ: ex Typograhia Antonii de Rubeis.

Plures ex hiſce Diſſertationibus prodierunt etiam iiſdem typis, ſed cum alio titulo, habente non locum, ubi ſunt habitæ, vel propugnatæ, ſed tantummodo nomen Auctoris. In hac poſtrema mutatæ ſunt binæ paginæ, poſteaquam plurima exemplaria fuerant diſtracta. In prioribus tribus ſunt pauca quædam mutata, vel addita a P. Horatio Burgundio *adhuc Profeſſore Matheſeos in Collegio Romano, qui fuerat ejus Præceptor; ſed eo jam ad Diſſertationes ejuſmodi conſcribendas utebatur.*

Eæ omnes, quæ pertinent ad Seminarium Romanum, habent in ipſo titulo adſcripta nomina Nobilium Convictorum, qui illas propugnarunt, & ſub eorum nomine referuntur plures ex iis in Actis Lipſienſibus.

Multa pertinentia ad ipſum P. Boſcovich *habentur in binis Diſſertationibus, quarum tituli*, Synopſis Phyſicæ Generalis, & De Lumine, *quarum utraque eſt edita* Romæ anno 1754, Typis Antonii de Rubeis, in 4. *Id ibidem teſtatur earundem Auctor (is eſt* P. Carolus Benvenutus Soc. ejuſdem*) affirmans, ea ſibi ab eodem* P. Boſcovich *fuiſſe communicata.*

Habetur etiam ampliatio ſolutionis cujuſdam problematis pertinentis ad Auroram Borealem, ſoluti in adnotationibus ad Carmen P. Noceti, *inſerta in quadam Diſſertatione impreſſa Romæ circa annum* 1756, *& publice propugnata, cujus Auctor eſt* P. Lunardi *Soc. Jeſu, qui affirmat ibidem, ſe eandem acceptam ab ipſo* P. Boſcovich *proponere ejuſdem verbis.*

S*Ubjiciemus jam bina opuſcula Italica, quæ communi nomine PP.*[um] *Le Seur, Jacquier, ac ſuo conſcripſit ipſe* P. Boſcovich. *Utrumque eſt ſine loco impreſſionis, & nomine Typographi; impreſſerunt autem Palearini Fratres Romæ juſſu Præſulis, qui tum curabat Fabricam S. Petri, a quo & publice diſtributa ſunt per Urbem.*

1742 Parere di tre Matematici, ſopra i danni, che ſi ſono trovati nella Cupola di S. Pietro ſul fine del 1742, dato per ordine di Noſtro Signore Benedetto XIV, in 4. *In fine opuſculi habentur ſubſcripta omnium tria nomina.*

1743 Rifleſſioni de' PP. Tomaſo Le Seur, Franceſco Jacquier dell'Ordine de' Minimi, e Ruggiero Giuſeppe Boſcovich della Comp. di Gesù ſopra alcune difficoltà ſpettanti i danni, e riſarcimenti della Cupola di S. Pietro propoſte nella Congregazione tenutaſi nel Quirinale a' 20 Gennaro 1743, e ſopra alcune nuove Iſpezioni fatte dopo la medeſima Congregazione.

1757 *Habentur itidem Italico ſermone binæ ex iis, quas Itali vocant* Scritture, *pro quadam lite Eccleſiæ S. Agnetis Romanæ, pertinentes ad aquarum curſum Romæ editæ anno* 1757.

Inſerta.

N*Unc faciemus gradum ad inſerta in Publicis Academiarum monumentis, in diariis, in collectionibus, & in privatorum Auctorum Operibus.*

In

Annus primæ editionis.

Pro Benedicto XIV. P. M. Soteria. *Eſt itidem poema Heroicum ejuſdem* P. Boſcovich *pertinens vel ad hunc, vel ad ſuperiorem annum: eſt autem impreſſum* Romæ in 4. apud Fratres Palearinos, *occaſione periculi mortis imminentis, evitati a Pontifice convaleſcente.* 1757

In Nuptiis Joannis Corrarii, & Andrianæ Piſauriæ e nobiliſſimis Venetæ Reip. Senatoriis familiis. Carmen P. Rogerii, Joſ. Boſcovich S. J. Publici in Romano Collegio Matheſeos Profeſſoris. Romæ: ex Typographio Palladis: excudebant Nicolaus, & Marcus Palearini, in 4. 1758

De Solis, ac Lunæ defectibus libri V P. Rogerii Joſephi Boſcovich Societatis Jeſu ad Regiam Societatem Londinenſem, Londini 1760. in 4. *Non habetur nomen Typographi, qui impreſſit, ſed Bibliopolarum quorum ſumptibus eſt impreſſum: deeſt hic ejus editionis exemplar, ex quo ea nomina correcte deſcribantur. Idem recuſum fuit anno* 1761 *Venetiis apud Zattam in* 8.° *cum exiguo additamento in fine, & cum hoc catalogo, quem inde huc derivavimus. Habentur in adnotationibus bina Epigrammata cum verſionibus Italicis, ſive Sonetti.* 1760

Eſt & aliud ejus poema Heroicum anno 1756 *impreſſum Viennæ in Auſtria in collectione carminum facta occaſione inaugurationis novarum Academiæ Viennenſis ædium.*

Sunt & epigrammata nonnulla in Collectionibus Arcadum, inter quæ unum pro recuperata valetudine Joannis V *Luſitaniæ Regis, & unum pro Rege tum utriuſque Siciliæ, & nunc Hiſpaniæ, ac pro Regina ejus conjuge.*

Extant etiam pauca admodum exemplaria unius ex illis, quas in Italia appellamus Cantatine, *impreſſa Viterbii anno* 1750 *pro Viſitatione B. Mariæ Virginis, in qua ſex, quas dicimus* Ariette, *profanæ ad ſacrum argumentum transferendæ erant, manente Muſica, & inter ſe connectendæ.*

Digitized by Google

MONITUM.

In numeris quibus initia paragraphorum indicantur irrepſerunt errores aliquot, quod cum ad reviſionem afferrentur paginæ ſine ullo ordine; iis, quos Protos vocant, injunctum fuerat, ut ad eorum numerorum ordinem, & correctionem animum adverterent, quod in ſe receperant. Sunt autem hujuſmodi:

Pag.	*lin.*	*Errata*	*Corrige*
63	39	143.	142.
108	47	236.	235.
131	24	278.	277.
138	34	295.	294.
305	3	deeſt	119.
309	8	133.	135.

Præterea in pluribus exemplaribus deeſt notula marginalis numeri 332, quæ in aliis plurimis habetur, & eſt hujuſmodi: *Et caſus jacentium extra.*

Digitized by Google

KONSERVIERT DURCH
ÖSTERREICHISCHE FLORENZHILFE
WIEN 1967

00566334 9

Digitized by Google